

СПЕКТРЫ СВЯЗАННЫХ МНОГОФОНОННЫХ АКУСТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ КРИСТАЛЛОВ ПРИ СТРУКТУРНЫХ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДАХ

© О.А.Дубовский, А.В.Орлов, В.А.Семенов, Ю.Ю.Глазков

Физико-энергетический институт,
249020 Обнинск, Россия
(Поступила в Редакцию 5 апреля 1995 г.)

Развита квантовая теория связанных многофононных акустических колебаний, типа солитонных самолокализованных мод (intrinsic localized modes), в неупорядоченных кристаллах. Температурное разупорядочение положений атомов в решетке, связанное с подбарьерными и надбарьерными перескоками атомов из одних положений равновесия первой фазы в другие положения равновесия второй фазы при структурных фазовых переходах, моделируется неупорядоченным кристаллом с соответствующим температуре вероятностным бинарным распределением константы атом-атомного взаимодействия, определяющей гармоническую составляющую потенциальной кривой. Влияние барьеров учитывается ангармонической составляющей потенциальной кривой. Численным решением уравнения Шредингера получен спектр многофононных колебаний. В плотности состояний выделены составляющая, отвечающая несвязанным диссоциированным двухфононным состояниям, и резонансная составляющая, отвечающая связанному квазибифононному состоянию. Эти квазибифононные резонансы более чувствительны к высоте барьеров, наличию дефектов и могут быть эффективным нейтронно-спектрометрическим идентификатором структурных фазовых переходов.

В настоящее время на нейтронном спектрометре ДИН-2 ФЭИ в ОИЯИ ведутся экспериментальные исследования колебательных спектров кристаллов с флюоритной структурой (PbF_2 , BaF_2 , CaF_2), переходящих при высоких температурах (≈ 1000 K) в суперионное состояние. Есть основания полагать, что переход в это состояние имеет характер структурного фазового перехода. В работе [1] было показано, что при структурном фазовом переходе могут возбуждаться бифононные колебательные состояния связанных мягких мод с энергией < 10 meV в акустической области спектра. При этом мягкие моды имеют дисперсионную зависимость частоты от волнового вектора, аналогичную той дисперсионной зависимости, которую имеют обычные оптические ветви колебаний с энергией > 100 meV. Поэтому для исследования связанных состояний мягких мод могут быть использованы результаты ведущихся в настоящее время экспериментальных и теоретических исследований тонкой структуры спектров оптических колебаний кристаллической решетки в области узких резонансов, отвечающих связанным многофононным состояниям: бифононам, трифононам и т.д.

Обзоры этих исследований даны в [2,3], некоторые последние результаты в этой области представлены в [4-6]. Бифононные и трифононные колебательные состояния гидридов металлов исследовались методом рассеяния медленных нейтронов, колебательные состояния ионных и молекулярных кристаллов методом ИК-спектроскопии. По-видимому, в дальнейшем будут экспериментально изучаться квартафононы и пентафононы с тонкой структурой спектров, исследованной теоретически в [7,8], и возникнет вопрос о переходе к мультифононным комплексам высшей кратности. При этом мультифононные комплексы квантовой теории после исключения квантовых флуктуаций должны соответствовать солитонным решениям классической теории нелинейных колебаний. Механизм такого соответствия представлен в [9], где показано, что для интерфейсных поверхностных колебаний в сверхрешетке с ферми-резонансом одно- и двухфононных колебаний [6] квантовая теория бифононов дает при сильном ангармонизме тот же спектр колебаний, что и классическая теория солитонов.

Современное развитие классической теории нелинейных акустических колебаний связано с исследованиями солитонов, в частности в решетке Тоды, и в последнее время с исследованиями так называемых *intrinsic localized modes* (самолокализованных мод) [10-13]. Отметим, что в соответствующей классической теории дополнительные термы самолокализованных колебаний, например, в четырехатомной системе [12] при увеличении амплитуды отщепляются от высокочастотной границы области двухфононных колебаний.

В настоящей работе обращается внимание на возможность развития исследований того же направления, что и для оптических мультифононных комплексов [2-8], в области низких энергий акустических колебаний. В [14] указано, что существует принципиально новое квантовое состояние — акустический бифонон (связанное состояние двух акустических фононов). Этот акустический бифонон является квантовым состоянием, отвечающим классическому квазисолитонному решению, отщепляющимся от границы зоны двухфононных колебаний в высокочастотную область.

В данной работе показано, что в спектре акустических колебаний могут присутствовать резонансы акустических квазибифононов, частота которых не отщеплена от высокочастотного края зоны несвязанных двухфононных акустических колебаний в более высокочастотную область, а находится внутри этой зоны. Развита квантовая теория многофононных акустических колебаний в неупорядоченных ангармонических кристаллах с бинарным статистическим распределением атомов по двум возможным равновесным положениям, соответствующим двум фазам. Таким образом моделируется динамика кристаллической решетки кристаллов с флюоритной структурой при структурном фазовом переходе в суперионное состояние. Температурное разупорядочение атомов при таком переходе симулируется статистическим распределением атомов при очевидной связи между температурой и концентрацией атомов в различных позициях. Такое моделирование температурного разупорядочения статистическим распределением использовалось ранее в работах Sumi (см. [3]). Влияние высоты и формы барьеров, определяющих эффективность подбарьерных и надбарьер-

ных перескоков атомов, учитывается ангармонической составляющей потенциальной кривой атом-атомного взаимодействия, приводящего в квантовой теории к фонон-фононному взаимодействию. Для такой системы получено соответствующее уравнение Шредингера для волновой функции двухфононных состояний. Численным решением найден спектр двухфононных колебаний. В плотности состояний выделены составляющая, отвечающая модифицированным диссоциированным двухфононным колебаниям, и резонансная составляющая, отвечающая связанному квазибифононному состоянию. Эти резонансы квазибифононов как более чувствительные к высоте и форме барьеров, к характеристикам прыжкового механизма при структурном фазовом переходе могут служить эффективным нейтронно-спектрометрическим идентификатором структурного фазового перехода.

1. Основные соотношения. Гамильтониан кристалла

Следуя [10-12], рассмотрим одномерную замкнутую кристаллическую цепочку из N осцилляторов с массой M . Взаимодействие между ближайшими соседями включает наряду с обычными упругими силами также ангармонизм четвертого порядка. Ангармонизм третьего порядка в этой симметричной модели по ряду обоснованных причин не рассматривается [10-12], однако очевидно, что учет соответствующих поправок в дальнейшем необходим. В этом случае гамильтониан кристалла имеет следующий вид:

$$H = H_2 + H_4,$$

$$H_2 = \sum_n \frac{P_n^2}{2M} + \sum_n V_n (x_n - x_{n-1})^2, \quad H_4 = A_0 \sum_n (x_n - x_{n-1})^4, \quad (1)$$

где P_n — оператор импульса n -го осциллятора, x_n — оператор смещения этого осциллятора, V_n — константа, определяющая упругую составляющую потенциала взаимодействия между атомами n и $n-1$, A_0 — константа ангармонизма. В дальнейшем мы будем считать, что в неупорядоченном одномерном кристалле в соответствии с двухъямной схемой возможно существование двух равновесных положений атомов (A и B) вблизи узла решетки. Если в узлах n и $n-1$ оба атома расположены в позиции A , то величина $V_n = V_{AA}$; если в этих узлах атомы расположены в позиции B , то величина $V_n = V_{BB}$; если же в этих узлах атомы расположены в разных позициях (A и B или B и A), то будет использовано соотношение $V_n = V_{AB} = V_{BA} = (V_{AA}V_{BB})^{1/2}$. Последнее соотношение следует из мультипликативности атом-атомного взаимодействия по параметрам взаимодействующих атомов и ранее уже использовалось [3]. Вероятность нахождения атома в позиции A будет полагаться равной c_A , и соответственно вероятность нахождения атома в позиции B будет равна $c_B = 1 - c_A$. Естественно, в неупорядоченном кристалле в различных V_n будут различаться также и соответствующие ангармонические составляющие потенциала взаимодействия. Однако, так же как это ранее делалось в процессе развития теории неупорядоченных сред с первоначальным рассмотрением диагональной неупорядоченности, т. е. неупорядоченности собственных

частот отдельных осцилляторов (в оптической области), при последующем рассмотрении недиагональной неупорядоченности констант взаимодействия и заключительном рассмотрении совместной диагональной и недиагональной неупорядоченности, мы рассмотрим в данной работе только неупорядоченность констант взаимодействия, предполагая в дальнейшем и рассмотрение неупорядоченности констант ангармонизма.

Проведем далее обычную процедуру квантования, используя как базис кристалл, в котором все атомы расположены в позиции A . Введем бозе-операторы рождения и уничтожения акустических фононов B_q^+ , B_q с волновыми векторами q

$$P_n = i\sqrt{\frac{\hbar M}{2N}} \sum_q \sqrt{\omega_q} (B_q e^{iqn} + B_q^+ e^{-iqn}),$$

$$x_n = \sqrt{\frac{\hbar}{2MN}} \sum_q \frac{1}{\sqrt{\omega_q}} (B_q e^{iqn} - B_q^+ e^{-iqn}), \quad -\pi < q < \pi, \quad (2)$$

где ω_q — частота акустических фононных колебаний с волновым вектором q в единицах $1/a$ (a — постоянная решетки). Частота ω_q в (2) для кристалла со всеми атомами в позиции A и взаимодействием $V_n = V_{AA} = V$ равна

$$\omega_q = \sqrt{\frac{8V}{M}} \sin\left(\frac{q}{2}\right), \quad V > 0. \quad (3)$$

Дисперсионная зависимость (3) имеет вид обычной акустической ветви с дебаевской частотой $\omega_D = \sqrt{8V/M}$. Подстановка (2) в (1) приводит после некоторых вычислений к следующему представлению квадратичной по B^+ , B составляющей H_2 гамильтониана:

$$H_2 = \varepsilon_0 + \sum_{q_1 q_2} (V_{q_1 q_2} + (\hbar\omega_D/2)\delta_{q_1 q_2}) B_{q_1}^+ B_{q_2}, \quad (4)$$

где ε_0 — постоянная составляющая, а величины $V_{q_1 q_2}$ имеют следующее представление:

$$V_{q_1 q_2} = \frac{\hbar\omega_D}{2} \text{sign}(q_1) \left(\sin(|q_1|/2)\right)^{1/2} \text{sign}(q_2) \left(\sin(|q_2|/2)\right)^{1/2} \times \\ \times \left[N^{-1} \sum_n V_n \exp\left(-i(q_1 - q_2)((n - (1/2)))\right) \right]. \quad (5)$$

В случае отсутствия беспорядка, когда все V_n тождественно равны, функция $V_{q_1 q_2}$ пропорциональна дельта-функции $\delta_{q_1 q_2}$, как это видно из соотношения (5), и квадратичная часть гамильтониана (4) имеет обычный для идеального кристалла вид.

Подстановка (2) в ангармоническую составляющую H_4 в (1) приводит после некоторых вычислений к выделению в полном гамильтониане членов четвертого порядка по операторам B^+ , B вида $B^+ B B B$, $B^+ B^+ B^+ B$, не сохраняющим число фононов, и членов типа $B^+ B^+ B B$. В дополнение к этому возникает соответствующий вклад в квадратичную составляющую, пропорциональный константе ангармонизма. Члены гамильтониана, определяющие процессы, идущие с изменением числа фононов, смешивают состояния одинаковой четности, т. е. приводят к изменению энергии найденных в гармоническом приближении однофононных состояний вследствие влияния 3, 5, 7-фононных состояний и к изменению двухфононных состояний вследствие влияния 4, 6, 8-фононных состояний. Мы в дальнейшем не будем учитывать 3, 4, 5-фононных состояний, действуя в приближении, аналогичном приближениям Тамма-Данкова, Гайтлера-Лондона, РРА, и пренебрегаем такими членами. Как показывают проведенные более детальные расчеты, вносимая при этом погрешность в энергии незначительна. К тому же противоположны знаки дополнительных вкладов в энергию колебаний, связанных с этими составляющими, и соответственно эти вклады компенсируются. Таким образом, после некоторых вычислений представим полный гамильтониан H , используемый в дальнейшем, в следующем виде:

$$H = E_0 + \sum_q \hbar \Omega_q B_q^+ B_q + \sum_{q_1 q_2} V_{q_1 q_2} B_{q_1}^+ B_{q_2} + \frac{\alpha \hbar \omega_D}{2N} \sum_{K q_1 q_2} \times \\ \times f_{q_1}^* f_{K-q_1}^* f_{q_2} f_{K-q_2} B_{q_1}^+ B_{K-q_1}^+ B_{q_2} B_{K-q_2}, \quad (6)$$

где частоты Ω_q определены соотношением

$$\Omega_q = \omega_D \left((1/2) + A_0 N^{-1} \sum_{q_1} \sin(|q_1|/2) \right) \sin(|q|/2), \quad (7)$$

безразмерная константа ангармонизма α связана с A_0 соотношением

$$\alpha = 48 \hbar A_0 / M^2 \omega_D^3, \quad (8)$$

а функции f_q определены следующим образом:

$$f_q = \text{sign}(q) \sin(|q|/2) \exp(-iq/2). \quad (9)$$

2. Уравнение Шредингера. Численное решение

Решение уравнения Шредингера

$$H|2\rangle = E|2\rangle \quad (10)$$

для волновой функции связанного состояния $|2\rangle$ с энергией E будем искать в виде

$$|2\rangle = \sum_{q_1 q_2} \Psi_{q_1 q_2} B_{q_1}^+ B_{q_2}^+, \quad q_1 \geq q_2. \quad (11)$$

Подстановка (11) в (10) после некоторых вычислений приводит к следующему уравнению для функций Ψ и E :

$$(E - E_0)\Psi_{q_1 q_2} = \left(\hbar\Omega_{q_1} + \hbar\Omega_{q_2}\right)\Psi_{q_1 q_2} + \sum_q \left(V_{q_1 q} \Psi_{P_2 Q_2} + V_{q q_2} \Psi_{P_1 Q_1}\right) + \alpha \hbar \omega_D f_{q_1}^* f_{q_2}^* \frac{1}{N} \sum_q \Psi_{P Q} f_q f_{q_1 + q_2 - q}, \quad q_1 \geq q_2, \quad (12)$$

где индексы P, Q, P_1, Q_1, P_2, Q_2 определяются следующим образом:

$$P = \min(q, q_1 + q_2 - q), \quad Q = \max(q, q_1 + q_2 - q), \quad P_1 = \min(q_1, q), \\ Q_1 = \max(q, q_1), \quad P_2 = \min(q, q_2), \quad Q_2 = \max(q, q_2). \quad (13)$$

Численное решение уравнения (12) проводилось с помощью стандартных программ диагонализации несимметричных комплексных матриц на ЭВМ средней мощности ЕС-1066. При этом первоначально с помощью процедуры Монте-Карло в соответствии с заданной концентрацией генерировалось случайное распределение атомов по позициям A и B в замкнутой цепочке из N атомов, затем при данном j -м ($j = 1, 2, \dots, L$) распределении атомов находилась спектр собственных значений — энергий $E = E_i^{(j)}$, $i = 1, 2, \dots, N$. В качестве результирующей величины, характеризующей спектр неупорядоченного кристалла, находилась плотность состояний, исследуемая экспериментально на нейтронных спектрометрах. Как известно, аналитическая зависимость плотности состояний $\rho(E)$ от энергии E для системы с N_0 уровнями энергии e_i определяется следующим образом:

$$\rho(E) = N_0^{-1} \sum_i \delta(E - e_i). \quad (14)$$

Плотность состояний, как обычно, нормируется на единицу интеграла по энергии от $\rho(E)$ [14]. При разбиении полосы энергий двухфононных колебаний ($0.2\hbar\omega_D$) на K каналов для вычисления плотности состояний определялось число $N_m^{(j)}$ собственных значений, попадающих в m -й канал ($E_m \leq E_i^{(j)} \leq E_{m+1}$, $E_m = (m-1)2\hbar\omega_D/K$, $m = 1, \dots, K$). В результате конфигурационного усреднения по всем возможным распределениям атомов в соответствующих позициях находится плотность состояний неупорядоченного кристалла

$$\rho(E_m) = (LN)^{-1} \sum_j N_m^{(j)}. \quad (15)$$

3. Обсуждение результатов

При данной длине кристаллической цепочки N число уравнений (12) составляет величину $N(N+1)/2$, т.е. квадратично возрастает с ростом N . Поэтому ограниченные возможности вычислительной механики позволили в расчетах использовать максимальное $N = 28$, и при этом число уравнений (12) и ранг соответствующих матриц равны 416.

На рис. 1 представлена гистограмма плотности двухфононных состояний для самого общего случая концентрации $c_A = 0.25$, константы ангармонизма $\alpha = -0.1$, $V_{BB}/V_{AA} = 0.3$ при числе каналов $K = 50$. Последующие графики получены при числе каналов $K = 20$ как некотором компромиссном выборе между большим числом каналов, когда

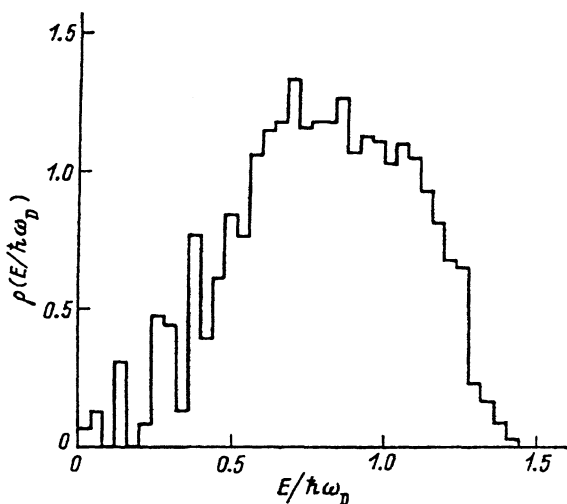


Рис. 1. Гистограмма плотности двухфононных состояний в неупорядоченном кристалле.

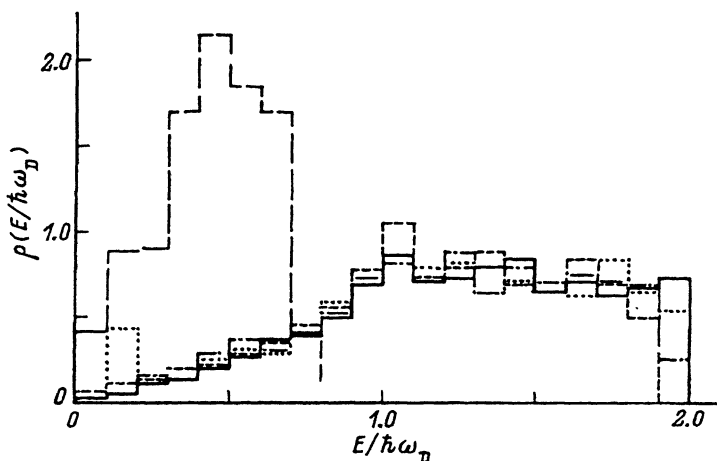


Рис. 2. Гистограмма плотности двухфононных состояний в идеальном кристалле при константах ангармонизма $\alpha = 0.0$ (сплошная линия), -0.01 (пунктир), -0.05 (штрихпунктир), -0.1 (короткий штрих), -1.0 (длинный штрих).

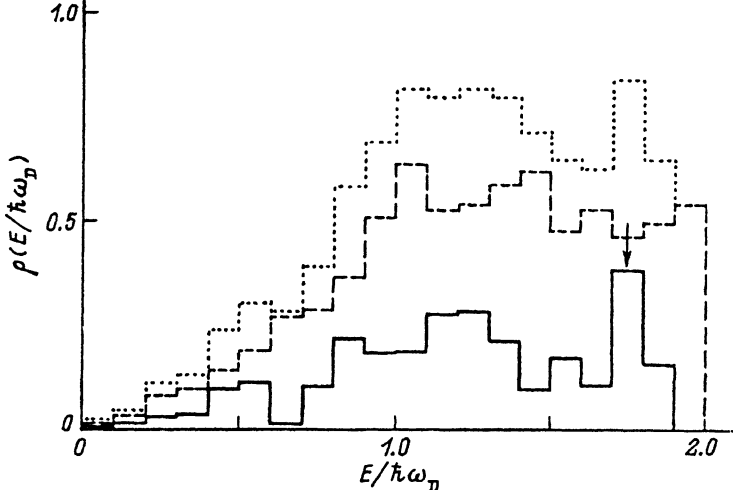


Рис. 3. Квазибифонная составляющая (сплошная линия) и «подложка» (штриховая линия) в суммарной гистограмме плотности двухфоновных состояний (пунктир). $\alpha = -0.01$.

гистограммы слишком изрезаны и структура спектра маскируется, и малым числом каналов, когда тонкая структура спектра размывается.

На рис. 2 представлены гистограммы плотности состояний в идеальном кристалле типа А. Обращает на себя внимание «заторможенный» по сравнению с оптическими частотами [3] сдвиг в низкочастотную область максимума в плотности состояний при увеличении $|\alpha|$. Для оптических бифонных колебаний этот сдвиг линеен по константе ангармонизма при сильном ангармонизме и слабо «затормаживается» при приближении терма бифонов к зоне связанных колебаний. В данном случае этот сдвиг по α явно нелинеен, что очевидным образом связано с тем обстоятельством, что для оптических колебаний есть область «возможных» частот ниже низкочастотного края оптической ветви, а для акустических колебаний такой возможности нет.

Представляет интерес, так же как и для оптических колебаний, выделить в плотности состояний отдельно резонансный пик в данном случае квазибифонов и «подложку», отвечающую редуцированной плотности диссоциированных двухфоновных колебаний. Известно много способов выделения в экспериментально измеренной плотности состояний резонансных пиков и «подложек», описываемых лоренцианами, гауссианами и т. д. Однако поскольку в задачу данной работы не входит точное количественное описание спектра и плотности состояний, соответственно использовалось простейшее приемлемое на этом уровне разбиение по следующему алгоритму. Если плотность состояний кристалла с $\alpha = 0$ описывается гистограммой $\rho^{(0)}(E_m)$, а плотность состояний с отличной от нуля константой ангармонизма гистограммой $\rho(E_m)$, то редуцированная «подложка» представляется гистограммой

$$\rho_r^{(0)}(E_m) = \min\left(\rho(E_1)/\rho^{(0)}(E_1)\right)\rho^{(0)}(E_m), \quad (16)$$

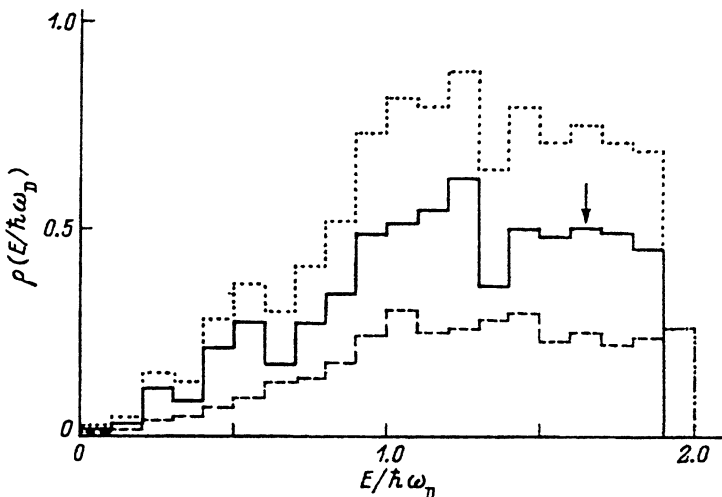


Рис. 4. Квазибифонная составляющая (сплошная линия) и «подложка» (штриховая линия) в суммарной гистограмме плотности двухфоновых состояний (пунктир). $\alpha = -0.05$.

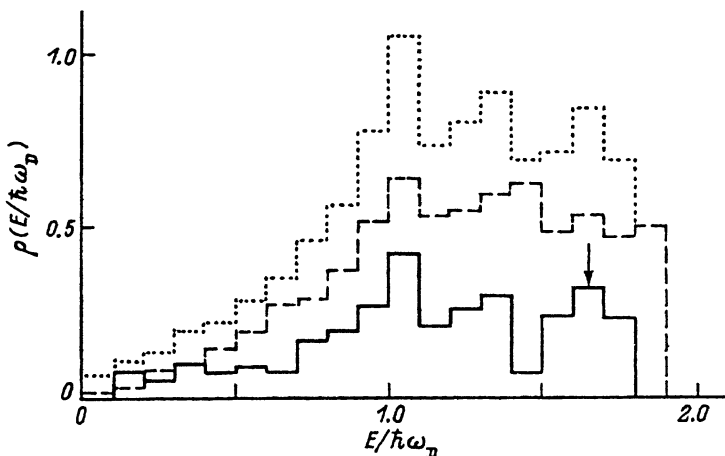


Рис. 5. Квазибифонная составляющая (сплошная линия) и «подложка» (штриховая линия) в суммарной гистограмме плотности двухфоновых состояний (пунктир). $\alpha = -0.1$.

а результирующая составляющая, отвечающая квазибифонону, представляется гистограммой

$$\rho_r(E_m) = \rho(E_m) - \rho_r^{(0)}(E_m). \quad (17)$$

На рис. 3–5 представлено такое разбиение гистограмм, приведенных на рис. 2, для констант ангармонизма $\alpha = -0.01$ (рис. 3), -0.05 (рис. 4), -0.1 (рис. 5). При этом сплошная линия представляет гистограмму $\rho_r(E_m)$, штриховая — $\rho_r^{(0)}(E_m)$, а пунктирная гистограмма представляет их суммарную величину. Из рис. 3–5 отчетливо видно, что действительно в спектре двухфоновых колебаний из $\rho_r(E)$ может

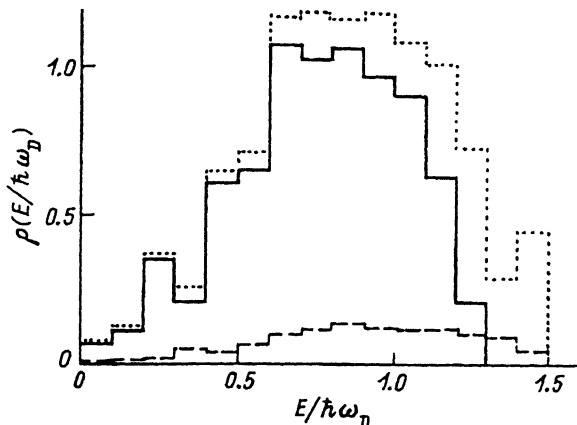


Рис. 6. Спектр двухфононных состояний в неупорядоченном кристалле (пунктир), квазибифононные состояния (сплошная линия) «подложка» (штриховая линия).

$c_A = 0.2$, $V_{BV}/V_{AA} = 0.3$, $\alpha = -0.1$.

быть выделена резонансная составляющая, отвечающая связанному квазибифонону. Эта составляющая отмечена стрелкой на рис. 3–5 и в $\rho_r(E)$ имеет типичное для оптических бифононов [3] расположение на границе полосы несвязанных двухфононных состояний, однако не на низкочастотной, как это имеет место для оптических бифононов, а на высокочастотной границе. При увеличении абсолютного значения константы ангармонизма соответствующий резонансный пик, как это следует из рис. 3–5, смещается в низкочастотную область. Скорость этого смещения, оцениваемая из рис. 3–5, равна $\delta(E/\hbar\omega_D)/\delta(|\alpha|) \approx 1$, как это должно следовать и из общей теории [3]. При больших $|\alpha|$ эта скорость падает.

На рис. 6, 7 представлены результаты расчетов спектра связанных квазибифононов в неупорядоченных кристаллах по указанному

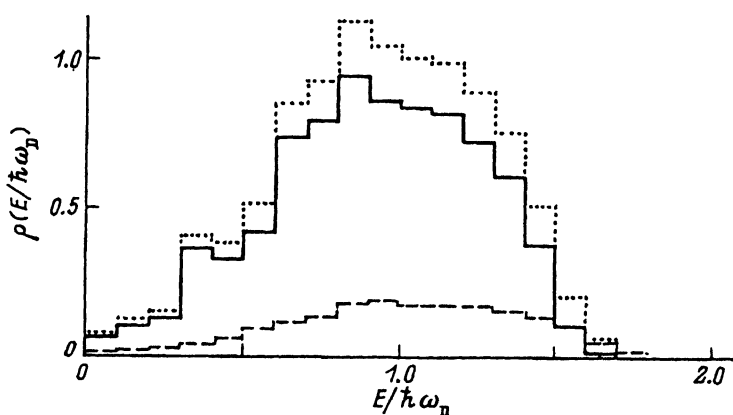


Рис. 7. Спектр двухфононных состояний в неупорядоченных кристаллах (пунктир), квазибифононная составляющая (сплошная линия), «подложка» (штриховая линия).

$c_A = 0.5$, $V_{BV}/V_{AA} = 0.3$, $\alpha = -0.1$.

выше алгоритму выделения в полном спектре, полученном методом Монте-Карло, составляющей, отвечающей связанному квазибифонону (сплошная гистограмма), и составляющей, отвечающей подложке. Параметры c_A , c_B , V_{AA} , V_{BB} , одновременно определяющие степень неупорядоченности, намеренно выбраны сильно отличающимися от значений в идеальном кристалле для проявления существенных изменений в спектре, связанных с неупорядоченностью. При этих значениях параметров выделенный выше, отмеченный стрелкой на рис. 3–5, пик поглощен в общей структуре $\rho_r(E)$, однако основные тенденции его концентрационной зависимости повторяют общие тенденции зависимости $\rho_r(E, c)$. В настоящее время проводятся более детальные исследования концентрационной зависимости положения и уширения этого пика. Сравнение рис. 6 и 7, полученных при одном и том же значении V_{BB}/V_{AA} , позволяет выяснить влияние одного из двух параметров, определяющих степень неупорядоченности — концентрации. Видно, что усиление неупорядоченности (увеличение концентрации) приводит к уширению резонансного пика квазибифононов и к его сдвигу в высокочастотную область. В свою очередь сравнение рис. 5 и 6, 7 показывает, что уменьшение параметра V_{BB}/V_{AA} приводит к смещению резонанса квазибифонона в низкочастотную область. Зависимость величины указанных смещений от используемых параметров может быть непосредственно оценена из приведенных графиков как ориентир для последующих расчетов и измерений. Результаты использования развитой выше теории для интерпретации измеренных экспериментально спектров неупругого рассеяния медленных нейтронов будут представлены в последующей публикации. Развитая выше теория квазибифононов может быть использована также для исследования мультифононных комплексов высшей кратности.

Авторы выражают искреннюю признательность В.М.Аграновичу за полезные замечания.

Список литературы

- [1] Шедрина Н.В., Шедрин М.И. ФТТ **35**, 10, 2789 (1993).
- [2] Agranovich V.M. In: Spectroscopy and Excitation Dynamics of Condensed Molecular Systems / Ed. V.M. Agranovich and R.M. Hochstrasser. North-Holland. Amsterdam (1983). P. 83.
- [3] Agranovich V.M., Dubovsky O.A. Optical Properties of Mixed Crystals. North-Holland Amsterdam (1988). P. 297–398.
- [4] Kolesnikov A.I., Prager M., Tomkinson J., Bashkin I.O., Malyshev V.Yu., Ponyatovskii E.G. J. Phys.: Cond. Matter. **3**, 5, 5927 (1991).
- [5] Лубовский О.А., Орлов А.В. ФТТ **34**, 12, 3734 (1992).
- [6] Agranovich V.M., Dubovsky O.A. Chem. Phys. Lett. **210**, 2, 458 (1993).
- [7] Agranovich V.M., Dubovsky O.A., Orlov A.V. Sol. Stat. Commun. **72**, 5, 491 (1989).
- [8] Лубовский О.А., Орлов А.В. ФТТ **32**, 8, 2407 (1991).
- [9] Agranovich V.M., Dubovsky O.A., Kamchatnov A.M. J. Phys. Chem. **98**, 51, 13607 (1994).
- [10] Sievers A.J., Takeno S. Phys. Rev. Lett. **61**, 8, 970 (1988).
- [11] Page J.V. Phys. Rev. **B41**, 11, 7835 (1990).
- [12] Ковалев А.С., Усатенко О.В., Чубыкало О.А. ФТТ **35**, 3, 693 (1993).
- [13] Ikeda S., Watanabe N. KEK Preprint N 66 (1986). 30 p.
- [14] Лубовский О.А., Орлов А.В. ФТТ **36**, 10, 3131 (1994).