

©1995

## АНАЛИЗ ДИФФУЗИОННОГО ДВИЖЕНИЯ НЕРАВНОВЕСНЫХ ФОНОНОВ В НЕИДЕАЛЬНЫХ КРИСТАЛЛАХ

*С.Н.Иванов, А.В.Таранов, Е.Н.Хазанов*

Институт радиотехники и электроники Российской академии наук,  
103907, Москва, Россия  
(Поступила в Редакцию 20 декабря 1994 г.)

Проанализированы экспериментальные результаты по распространению неравновесных фононов, инжектируемых нагревом металлической пленки, в средах с большим количеством центров рассеяния (твердые растворы иттрий-редкоземельных алюминиевых гранатов, стекла и керамики), когда кривая отклика детектора фононов имеет характерный вид диффузионного колокола. Предложено использовать для анализа диффузионных кривых наряду с точкой максимума сигнала точку минимума его производной, поскольку это существенно увеличивает информативность результатов.

Распространение неравновесных фононов в кристаллических средах оказалось эффективным методом исследования различных кинетических явлений в твердых телах. Неравновесные фононы определяют процессы, возникающие в результате возбуждения кристаллов тепловыми импульсами, импульсами лазера и др. [1,2].

Использование метода тепловых импульсов удобно при изучении кристаллов с большим количеством рассеивающих центров, смешанных систем (твердые растворы). Последние находят практическое применение как материалы с высокой акустической прозрачностью [3,4], которая принципиально определяется рассеянием тепловых фононов на введенных в матрицу кристалла примесях замещения. Именно поэтому исследования генерации и распространения неравновесных фононов, процессов их релаксации в неидеальных средах необходимы для корректного описания различного рода неравновесных процессов и представляются актуальными.

В настоящее время имеется значительное число теоретических и экспериментальных работ по распространению неравновесных фононов в неидеальных кристаллах — кристаллах с центрами рассеяния. Вместе с тем вопросы рассеяния неравновесных фононов далеко не исчерпаны. Это относится к исходному спектральному распределению неравновесных фононов, инжектируемых в исследуемый кристалл «тепловым импульсом», и к количественному сравнению экспериментальных результатов с теоретическими оценками и расчетами. В [5] нами проанализирована зависимость коэффициента диффузии (или времени

упругого рассеяния) на примесях от температуры для ряда твердых растворов иттрий-редкоземельных алюминиевых гранатов, получено хорошее согласие с теоретическими расчетами [6]. Если в [5] при сравнении теории и эксперимента использовался один экспериментальный параметр (время максимума сигнала на болометре), то в настоящей работе показана возможность использования других характерных точек кривой сигнала болометра для получения качественной и количественной информации о процессах рассеяния фононов в неидеальном кристалле.

## 1. Объект исследования и модельные представления

Объектом исследования, на котором получена основная часть экспериментальных результатов, являются смешанные кристаллы иттрий-редкоземельных алюминиевых гранатов (YAG:R). Для выполнения поставленной задачи гранаты очень удобны, так как они изотропны, а именно в этом приближении выполнено большинство теоретических расчетов. Из-за близости ионных радиусов иттрия и ионов редкой земли не меняются упругие постоянные с смешанных кристаллах и реализуются условия изотопического рассеяния фононов. Большая же разница в массах ионов Y и R позволяет реализовать высокие факторы рассеяния и наблюдать диффузионное движение инжектированных в такой кристалл неравновесных фононов при минимальном влиянии неупругих процессов.

Генерация тепловых неравновесных фононов осуществлялась в наших экспериментах нагревом импульсом тока длительностью около 100 пс пленки золота, нанесенной на поверхность исследуемого образца методом термического напыления в вакууме. Генератор работал в условиях низких уровней возбуждения (по терминологии обзора [7]), когда он является «теплым» ( $\Delta T \ll T$ ) и отклонения в распределении инжектированных в образец фононов от равновесного планковского полагались незначительными.

Прием сигнала фононной неравновесности осуществлялся сверхпроводящим болометром на основе тонких пленок Sn или In. Сверхпроводящие болометры хотя и не обладают частотной селективностью, но достаточно просты и удобны в работе. Анализируя полученные с их помощью результаты, можно говорить о регистрации преимущественной группы фононов с  $\omega_T = nkT/\hbar$ . Так, в [5] было установлено, что  $n \approx 3.2 \div 4$ , что близко к максимуму спектральной плотности планковского распределения инжектированных фононов  $n = 2.8$ .

Регистрируемый болометром сигнал фононной неравновесности для кристаллов YAG:R в интервале температур  $T = 3.8-1.7$  К имел характерный для диффузионного распространения неравновесных фононов колоколообразный вид. Пример такого сигнала показан на рис. 1. Анализ характерных точек кривой на рис. 1 и полученных в результате данных о распространении неравновесных фононов и их рассеянии по мере движения по кристаллу приведен далее.

1) О д н о ч а с т о т н а я д и ф ф у з и я. В этом случае выражение для сигнала на болометре имеет хорошо известный вид

$$S_1(t) \approx t^{-n} \exp(-B/t), \quad (1)$$

где  $n = 1/2$  и  $3/2$  соответственно для плоского и точечного источника фононов,  $B = L^2/4D$ ,  $L$  — длина образца, а  $D$  — коэффициент диффузии фононов частоты  $\omega$ .

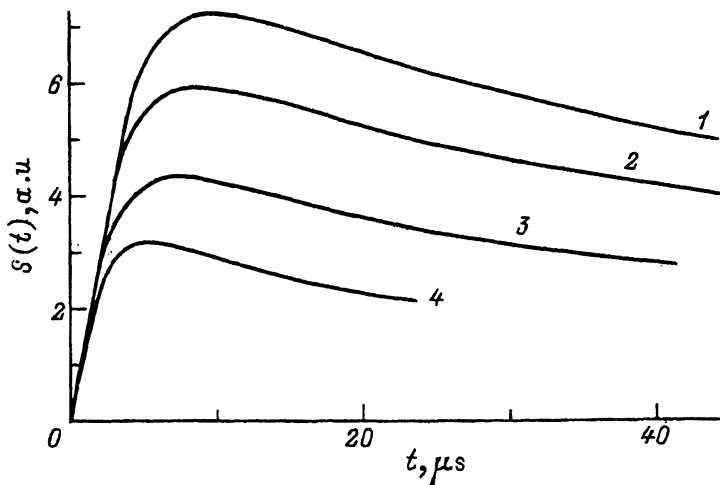


Рис. 1. Временная зависимость на болометре для образца  $Y_{2.65}Lu_{0.35}Al_5O_{12}$  для четырех температур термостата.  
 $T$  (К): 1 — 3.8, 2 — 3.42, 3 — 2.99, 4 — 2.5.

Сигнал на болометре достигает максимума при

$$t_m = B/n. \quad (2)$$

Величина (2) широко используется при интерпретации экспериментов по распространению тепловых импульсов в кристаллах с центрами рассеяния.

Вместе с тем выражение (1), описывающее экспериментальные кривые типа представленных на рис. 1, имеет и другие характерные точки. Из условия равенства нулю второй производной по времени (1) следует, что сама производная выражения (1) имеет экстремальные значения при

$$t'_m = \frac{B}{n} \left( 1 \pm \sqrt{\frac{1}{1+n}} \right). \quad (3)$$

Выражение (3) удобно представить в виде

$$t'_m = t_m \left( 1 \pm \sqrt{\frac{1}{1+n}} \right). \quad (3a)$$

Одно из значений ( $t'_{m1} < t_m$ ) используется в литературе для анализа диффузионных кривых и механизмов рассеяния [8], а второе ( $t'_{m2} > t_m$ ) впервые предлагается нами для этих же целей. Использование  $t'_{m2}$  представляется нам более целесообразным, поскольку значение  $t'_{m1} \approx 0.183t_m$  для плоского источника и  $\approx 0.368t_m$  для точечного источника обычно достаточно мало, и на точное определение  $t'_{m1}$  накладываются ошибки, связанные с наводками от импульса тока на нагревателе и искажением в сторону обеднения в области низких частот спектра излучения фононов из «тонкой» пленки, которая обычно используется в экспериментах по тепловым импульсам [9,10], вкладом баллистических фононов.

Следует обратить внимание на другие «подводные камни», которые проявляются при использовании (2), (3). Обычно во всех реальных экспериментальных ситуациях (см., например, [5]) реализуется промежуточный между плоской и точечной геометрией случай источника фононов. Это с необходимостью требует измерения для образцов материала данного состава кривых зависимости величины  $t_m/B$  или  $t'_m/B$  от размеров источника и длины образца и проведения при вычислении коэффициента диффузии поправки на реальный размер источника фононов.

Эту трудность можно обойти, если брать производную от величины  $(S^{-1}(t) \frac{dS}{dt})$ , которая, оказываясь, имеет один экстремум (минимум) при

$$t''_m = \frac{2B}{n} = 2t_m, \quad (4)$$

и при такой обработке результатов отношение значений этих двух времен максимумов  $k = t''_m/t_m$  не зависит от геометрии источника фононов. Это очень важный результат, так как он позволяет проводить анализ экспериментальных результатов для кристаллов разной длины, геометрии источника и концентрации рассеивающих центров. Использование (4) позволяет отделить процессы диффузии, определяемой только разнородными процессами, к которым относится рассеяние фононов на примесях и дефектах решетки [7], от вклада других процессов рассеяния, которые, очевидно, должны изменить отношение времен, входящее в (4).

2) Диффузия планковского распределения неравновесных фононов в среде с рэлеевскими рассеивающими центрами. Задача о независимой диффузии фононов, распределенных по обычному планковскому закону, в среде с рэлеевскими рассеивающими центрами была рассмотрена в [11] для случая плоской геометрии источника фононов. Эти условия близки к нашей экспериментальной ситуации: пленочный инжектор неравновесных фононов, кристалл с изотопическими центрами рассеяния и широкополосный приемник на основе сверхпроводящего болометра. Для временной зависимости сигнала на болометре был получен следующий результат:

$$S_2(t) \approx \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \left\{ (e^{-t}/t) \left(\frac{x}{\alpha}\right)^4 \left[ t^{-1} + \left(\frac{x}{\alpha}\right)^4 \left( \ln \frac{t-1}{t+1} - t \ln \frac{t^2-1}{t^2} \right) \right] + \left(\frac{x}{\alpha}\right)^2 \sqrt{3/\pi t} \exp \left[ -\frac{3}{4t} \left(\frac{x}{\alpha}\right)^4 \right] \right\}. \quad (5)$$

В (5)  $\alpha = \hbar\omega_0/kT$ , где  $T$  — температура генератора, которую в нашем случае «теплого» генератора можно полагать равной температуре кристалла;  $\omega_0$  — частота, определяемая из условия  $\tau(\omega_0) = 1$ , где  $\tau$  — нормированное на время баллистического пролета кристалла  $L/V$  время упругого рассеяния фононов на примесях и дефектах, равное

$$\tau(\omega) = \tau(\omega_0) \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{-4}. \quad (6)$$

Очевидно, что  $\tau(\omega) > 1$  — это баллистические фононы и их вклад в (5) не представляет для нас значительного интереса, а  $\tau(\omega) < 1$  — это диффузионные фононы, рассеянные на примесях, именно они формируют колоколообразную кривую на рис. 1.

Проведем простейшие численные оценки, необходимые нам для численного интегрирования выражения (5), которое, к сожалению, не поддается аналитическому решению. Для типичного кристалла с  $L = 0.5-1.0$  см и скоростью движения фононов  $5 \cdot 10^5$  см/с получаем ненормированное значение  $\tau(\omega_0) = (1-2) \cdot 10^{-6}$  с. Выражение для времени упругого рассеяния имеет вид [6]

$$\tau^{-1} = \frac{\nu_0 g \omega^4}{4\pi V^3}. \quad (7)$$

Здесь  $\nu_0$  — объем элементарной ячейки кристалла,  $g$ -фактор рассеяния, типичное значение которого для кристаллов YAGR:R  $(0.5-1.0) \times 10^{-3}$ . Это позволяет нам корректно оценить частоту  $\omega_0$  и соответственно параметр  $\alpha$ , который оказывается равным  $\alpha = (1-1.4) \cdot 7.6/T$ . Наиболее активно используемый нами интервал температур составляет 2.5–3.8 К, и тогда  $\alpha = 2 \div 4.1$ . Эти значения  $\alpha$  мы будем использовать при численном анализе экспериментальной ситуации. Нижний предел значений  $\alpha$  соответствует высоким температурам, сильному рассеянию и длинным кристаллам. Значение же  $\alpha = 4$  относится к слабому рассеянию, низким температурам и коротким образцам.

По существу, значение  $\alpha = \hbar\omega_0/kT$  определяет нам часть спектра (при данной температуре), которая принимает участие в баллистическом и диффузионном прохождении фононов по кристаллу. С уменьшением общей эффективности рассеяния (рост значения  $\alpha$ ) в формировании диффузионного максимума вносят вклад все более высокочастотные фононы и преимущественная группа может составлять  $\omega \cong 4kT/\hbar$  и более, что соответствует оценкам [11].

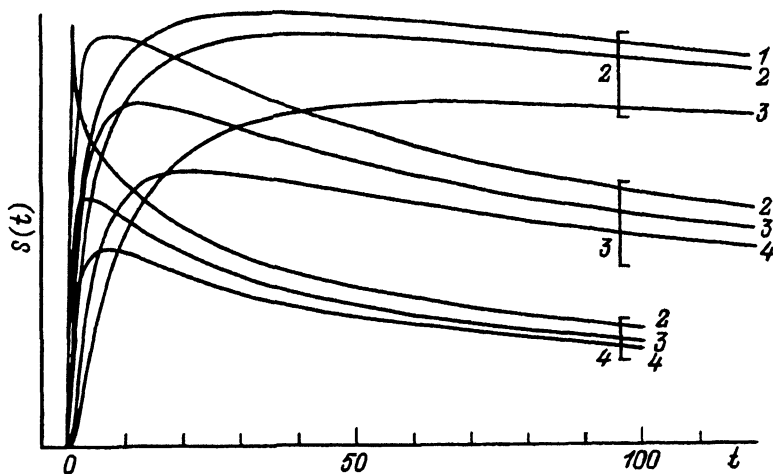


Рис. 2. Расчетные зависимости сигнала на болометре от времени, нормированного на время баллистического пролета согласно [11].

Значения параметра  $\alpha$  указаны около серий кривых, около каждой кривой — значение нижнего предела интегрирования  $x = \hbar\omega/kT = 1 \dots 4$ .

Обсудим пределы интегрирования выражения (5). В условиях эксперимента баллистическая компонента сигнала болометра отсутствует, и чтобы она не проявлялась на расчетных зависимостях  $S_2(t)$ , следует выбрать нижний предел интегрирования порядка  $\alpha$ . Верхний предел определяется преимущественной группой фононов, которые вносят вклад в максимум сигнала на болометре и формирование «хвоста» сигнала, так как нас интересуют времена  $\approx t_m$ . Непосредственный численный расчет с изменением верхнего предела интегрирования показал, что кривые сигнала  $S_2(t)$  перестают существенно изменяться при  $\hbar\omega/kT \geq 10$ . Это величина выбрана в качестве верхнего предела интегрирования для всех расчетных кривых, приведенных на рис. 2 для трех значений  $\alpha$ . На рис. 2 четко прослеживается движение максимума сигнала в сторону больших задержек при увеличении рассеяния (уменьшение значений  $\alpha$ ) и с увеличением нижнего предела интегрирования, когда максимум сигнала формируется все более и более высокочастотными фононами.

Кривые на рис. 2 дифференцировались, и определялось значение  $t_m$ . Далее находилось значение минимума величины  $\frac{1}{S_2} \frac{dS_2}{dt}$ . При этом предполагалось, хотя это и не следует явно из [11], что такая обработка исключит влияние геометрии источника на отношение  $k = t_m''/t_m$ , которое для расчетных кривых на рис. 2 оказалось равным  $2.6 \div 2.7$ , т.е. слабо зависящим от значений параметра  $\alpha$  в выбранных пределах интегрирования.

Таким образом, в случае диффузии планковского распределения неравновесных фононов в среде с рэлеевскими рассеивающими центрами, рассчитанного по модели [11], отношение двух характерных времен оказывается большим, чем для простой модели одночастотной диффузии.

## 2. Экспериментальные результаты и их обсуждение

1) И т р и й - а л ю м и н и е в ы е г р а н а т ы с изотопическими центрами рассеяния. Эти образцы твердых растворов являются наиболее подходящими для наблюдения классической диффузии фононов при условии, что соблюдены все ограничения на мощность источника фононов, т.е. генератор фононов является «теплым». Количественно эти условия проанализированы в [12] применительно к поведению зависимости времени максимума диффузионной кривой от температуры и концентрации рассеивающих центров и соблюдались в настоящих экспериментах.

На рис. 3 представлена зависимость отношения  $t_m''/t_m$  для образцов YAG:R разного состава и температур от величины отношения линейного размера нагревателя к длине образца  $l_h/L$ . Значения  $l_h/L \leq 0.7$  соответствуют точечному источнику фононов, а  $l_h/L \geq 3$  — плоскому. Экспериментальные данные дают для величины  $k$  значение  $\approx 2.2$ , которое (и это самый важный для нас результат) с точностью до разброса значений  $\approx 10\%$  не зависит от геометрии источника. Этот результат дает возможность анализировать характер движения инжектированных фононов без каких-либо поправок на геометрию источника.

Абсолютное значение величины  $k$  лежит в промежутке между значениями для случая простой одночастотной модели 1) и модели 2). Отличие полученного значения  $k$  от расчетного 1) понять нетрудно: в эксперименте используется широкий спектр инжектированных фононов. Но наблюдаются и существенные отличия от модели 2). Проанализируем возможные причины этих отличий.

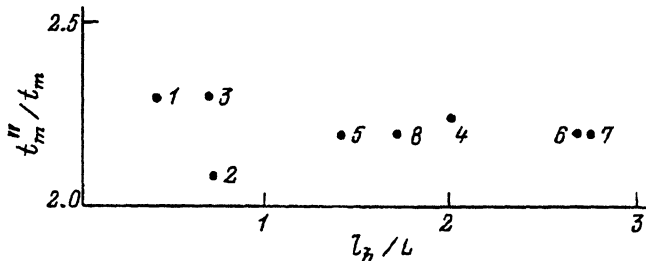


Рис. 3. Зависимость величины  $t_m''/t_m$  от линейного размера нагревателя нормированного на длину образца.

1 —  $Y_{2.5}Lu_{0.5}Al_5O_{12}$ ,  $T = 3.3$  К, 2 —  $Y_{2.8}Lu_{0.2}Al_5O_{12}$ ,  $T = 3.38$  К, 3 —  $Y_{2.8}Lu_{0.2}Al_5O_{12}$ ,  $T = 3.85$  К, 4 —  $Y_{2.75}Lu_{0.35}Al_5O_{12}$ ,  $T = 3.8$  К, 5 —  $Y_{2.4}Yb_{0.4}Gd_{0.2}Al_5O_{12}$ ,  $T = 3.3$  К, 6 —  $Y_{2.4}Yb_{0.4}Gd_{0.2}Al_5O_{12}$ ,  $T = 3.8$  К, 7 —  $Y_{2.35}Yb_{0.5}Gd_{0.15}Al_5O_{12}$ ,  $T = 2.5$  К, 8 —  $Y_{2.7}Lu_{0.3}Al_5O_{12}$ ,  $T = 3.31$  К.

В [13] обращается внимание на дефицит высокочастотных фононов при их инжекции в образец нагревом тонкой металлической пленки и отличие спектра неравновесных акустических фононов от планковского. Экспериментально установлено, что по мере продвижения импульса неравновесных фононов и его релаксации общий характер спектра, связанный с «недостатком» высокочастотных фононов, сохраняется. Авторы считают, что эти явления обусловлены неидеальностью границы металл-кристалл. К сожалению, в [13] не содержатся наиболее интересные для нас данные о характере распределения фононов при  $T \leq 4$  К из-за ограниченной чувствительности методики.

Мы провели численное моделирование возможного дефицита высокочастотных фононов в рамках [11], меняя верхний предел интегрирования в интервале  $\hbar\omega/kT = 5-10$ . При уменьшении верхнего предела интегрирования, т.е. «обрезании» высокочастотной части планковского распределения, расчетное значение величины  $k$  действительно уменьшается и стремится к величине  $\approx 2.2-2.3$ . Сужение спектра инжектированных фононов приближает условия расчета к модели 1) — одночастотной диффузии, и уменьшение величины  $k$  вполне понятно и закономерно. Вопрос о том, в какой мере дефицит высокочастотных фононов соответствует нашей экспериментальной ситуации, остается пока открытым и требует проведения серии дополнительных экспериментов.

Еще одна возможная причина отклонения от модели 2) может быть обусловлена неучетом в [11] процессов распада фононов. Очевидно, что отклик болометра на временах  $t_k \approx 2.7t_m$  формируется более высокочастотными фононами, чем максимум диффузионной кривой, для которого  $\omega_T \approx 4kT/\hbar$  [5,11]. Для фононов «хвоста» кривой могут быть существенными процессы распада [7], что и приведет к движению точки минимума производной влево и уменьшению величины  $k$ .

Распады в высокочастотной части спектра инжектированных фононов приведут не только к уменьшению величины  $k$ , но и к вкладу распавшихся фононов в область максимума диффузионной кривой и ее трансформации. Значит, даже в условиях «теплого» генератора в среде с большим количеством эффективно рассеивающих центров могут наблюдаться отклонения от идеальной диффузии.

Для количественного анализа полученного нами результата требуется математическое моделирование кинетики планковского распределения фононов с учетом распада, как это, например, сделано в [14] для случая одночастотной диффузии.

2) И т т р и й - а л у м и н и е в ы е г р а н а т ы с э р б и е м. Как было показано в [15,16], для кристаллов YAG:Er характерно резкое замедление распространения неравновесных фононов, обусловленное наличием двухуровневых систем и «пленением» на них фононов. Хотя характер кривых зависимости сигнала на болометре от времени и для этих кристаллов имеет колоколообразный «диффузионный» вид, очевидно, что их нельзя интерпретировать в рамках модели обычной диффузии. Кривые отклика болометра для кристаллов YAG:Er имеют такие же характерные точки  $t_m$ ,  $t_m''$ , и интересно проследить поведение величины  $k$ , помня об определенной условности этого анализа.

Экспериментальные температурные зависимости величин  $k$  для двух групп образцов приведены на рис. 4. Первая относится к образцу  $Y_{2.8}Er_{0.2}Al_5O_{12}$ , для которого зависимость «медленного» максимума от температуры характеризуется положительной производной [15]. Вторая группа относится к двум образцам  $Er_3Al_5O_{12}$  разной длины; для этого состава зависимость «медленного» максимума от температуры отрицательная [15]. С точностью до  $\approx 10\%$  экспериментальные результаты для образцов обоих составов ложатся на одну прямую и не зависят от их длины.

К сожалению, нам не удалось надежно измерить поведение  $k$  при  $T < 2.7-2.8$  К. Это обусловлено тем, что для образцов  $Y_{2.8}Er_{0.2}Al_5O_{12}$  при понижении температуры сигнал болометра, обусловленный взаимодействием с двухуровневыми системами, двигается влево по шкале времени, «налезает» на обычный диффузионный сигнал, и при обработке результатов возникает ошибка. Для образцов же  $Er_3Al_5O_{12}$  при низких температурах «медленный» пик движется вправо по шкале времени и прорабатывается очень хорошо, но время  $t_m$  оказывается очень большим. Измерения на больших временах затруднены из-за нестабильности параметров установки.

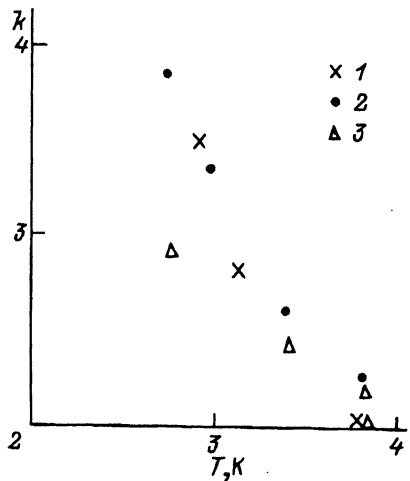


Рис. 4. Зависимость величины  $k$  от температуры.  
 1 —  $Y_{2.8}Er_{0.2}Al_5O_{12}$  ( $L = 6.8$  nm), 2 —  $Er_3Al_5O_{12}$  ( $L = 0.7$  nm), 3 —  $Er_3Al_5O_{12}$  ( $L = 3$  nm).



В настоящей работе мы ограничимся констатацией факта существенного отличия для данного механизма рассеяния фононов значения и зависимости от температуры величины  $k$  на примере YAG:Er. Для более детального анализа результатов необходимы тщательный количественный анализ в рамках [16] и приведение экспериментов в более широком интервале температур.

3) П л а в л е н ы й к в а р ц  $\text{SiO}_2$ , к е р а м и к а. В рамках используемой в данной работе методики мы исследовали распространение неравновесных фононов в тонких ( $100 - 500 \mu\text{m}$ ) пластинках плавленого кварца и стекла Ф-1, которые являются хорошо изученными аморфными материалами, содержащими широкий спектр двухуровневых систем, и в керамиках. В этих материалах кривая отклика болометра от времени имеет характерный диффузионный вид [17].

Если для случая плавленого кварца и стекла анализировать только время прихода максимума сигнала  $t_m$ , то оказывается, что для  $T \leq 3.4 \text{ K}$   $t_m \sim L^2/D$ , т.е. распространение неравновесных фононов

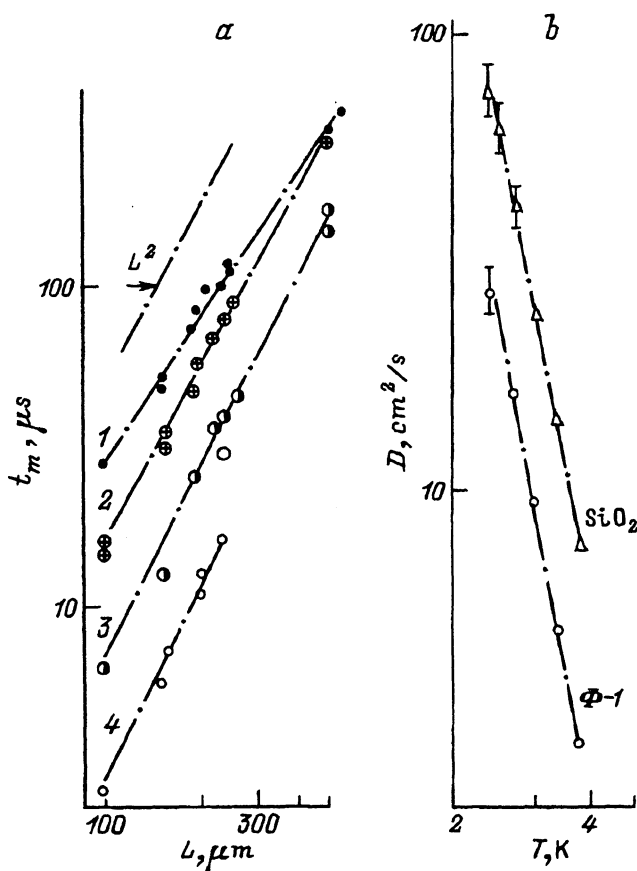


Рис. 5. Зависимости времени прихода максимума сигнала от длины образца плавленого кварца  $L$  для ряда температур термостата ( $P \leq 0.1 \text{ W/mm}^2$ ) (а) и коэффициента диффузии от температуры для образцов  $\text{SiO}_2$  и Ф-1 ( $L = 160 \mu\text{m}$ ,  $P \leq 0.1 \text{ W/mm}^2$ ) (б).

представляется чисто диффузионным (рис. 5, *a*), и коэффициент диффузии  $D \sim T^{-5}$  (рис. 5, *b*). Таким образом, рассеяние фононов оказывается более сильным, чем для случая упругого рэлеевского рассеяния. Такая зависимость  $D$  от температуры нашла объяснение в [18], где показано, что она отражает поведение температурной зависимости теплопроводности указанных материалов в области «плато».

Если же теперь к кривым для плавленного кварца и стекла применить предложенную методику анализа не только  $t_m$ , но и  $t_m''$ , то оказывается, что значение величины  $k \approx 1.5$  слабо зависит от температуры и значительно отличается от значения для чистой диффузии. Это само по себе неудивительно, поскольку аморфные материалы содержат большое количество двухуровневых систем и механизм переноса энергии фононов может быть весьма сложен. Данный подход указывает, в частности, на то, с какой осторожностью мы должны анализировать и делать выводы из кривых на рис. 5.

В керамиках диапазон изменения величины  $k$  может быть достаточно широк, что связано с различными возможными механизмами межзеренного рассеяния фононов. Так, например, в керамике типа цирконата титана-свинца-лантана (ЦТСЛ), где межзеренные границы полагаются аморфизованными, величина  $k \approx 1.5$ , что близко к ее значению для плавленного кварца и стекла. В настоящее время мы не имеем модели, объясняющей такое значение  $k$  в стеклах и керамиках, что указывает на необходимость создания строгой модели диффузии неравновесных фононов в таких материалах.

Таким образом, использованный в работе подход к обработке экспериментальных результатов по анализу диффузионного распространения неравновесных фононов в различных по своей природе материалах позволяет исключить из рассмотрения особенности, связанные с геометрией эксперимента, и расширяет возможности анализа различных механизмов рассеяния неравновесных фононов.

Настоящая работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 94-02-05504) и Международного научного фонда (грант № M9V000).

### Список литературы

- [1] Nonequilibrium Phonons in Nonmetallic Crystals / Ed. W. Eisenmenger, A. A. Kaplyanski. North Holland (1986).
- [2] Phonons '89 / Ed. S. Hunklinger, W. Ludwig, G. Weiss. World Scientific (1989).
- [3] Иванов С.Н., Медведь В.В. ФТТ **31**, 3, 275 (1989).
- [4] Ivanov S.N. IEEE Trans. of Ultrasonics, Ferroelectric and Frequency Control **39**, 5, 653 (1992).
- [5] Paszkiewicz T., Wilczynski M.Z. Phys. B. Cond. Matter, **88**, 5 (1992).
- [6] Levinson Y.B. Phonon Propagation with Frequency Down Conversion. Nonequilibrium Phonons in Nonmetallic Crystals / Ed. W. Eisenmenger, A. A. Kaplyanski. North Holland (1986). P. 91-146.
- [7] Ivanov S.N., Khazanov E.N., Paszkiewicz T., Taranov A.V., Wilczynski M. Scattering of Acoustic Phonons by Rare Earth Substituted Atoms Embedded in Yttrium Aluminium Garnets (to be published).
- [8] Rogers S.J. Phys. Rev. **B3**, 4, 1440 (1971).
- [9] Swartz E.T. Appl. Phys. Lett., **28**, 2200 (1987).
- [10] Данильченко Б.А., Обухов И.А., Рожко С.Х. ЖЭТФ **98**, 1 (7), 256 (1990).
- [11] Козорезов А.Г., Красильников М.В. ФТТ **31**, 9, 109 (1989).

- [12] Иванов С.Н., Хазанов Е.Н., Таранов А.В. ФТТ **29**, 3, 672 (1976).
- [13] Зиновьев Н.Н., Ковалев Д.И., Козуб В.И., Ярошевский И.Д. ЖЭТФ **92**, 4, 1331 (1987).
- [14] Данильченко Б.А., Казаковцев Д.В., Обухов И.А. ЖЭТФ **106**, 5 (11), 1 (1994).
- [15] Ацаркин В.А., Демидов В.В., Иванов С.Н., Таранов А.В., Хазанов Е.Н. ЖЭТФ **94**, 5, 274 (1988).
- [16] Иванов С.Н., Козорезов А.Г., Таранов А.В., Хазанов Е.Н. ЖЭТФ **100**, 5 (11), 1591 (1991).
- [17] Ivanov S.N., Kozorezov A.G., Khazanov E.N., Taranov F.V. Solid State Commun. **83**, 5, 365 (1992).
- [18] Kozub V.I., Rudin A.M., Schober H.R. Phys. Rev. B To be published (1994).