1995 ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА Том 37, № 10
1995 SOLID STATE PHYSICS Vol. 37, N 10

УДК 537.312.62:538.32
©1995

ВЛИЯНИЕ УПРУГОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АБРИКОСОВСКИХ ВИХРЕЙ НА ДИСПЕРСИЮ И ЗАТУХАНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ МАГНИТОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛН В СТРУКТУРЕ ФЕРРОМАГНЕТИК–СВЕРХПРОВОДНИК ВТОРОГО РОДА

Ю.И.Беспятых, В.Василевский, М.Гайдек,** В.Д.Харитонов*

Институт радиотехники и электроники Российской академии наук,
141120, Фрязино, Московская обл., Россия
* Высшая инженерная школа, г. Радом, Польская республика.
** Политехнический институт, г. Кельце, Польская республика.
(Поступила в Редакцию 30 января 1995 г.
В окончательной редакции 1 апреля 1995 г.)

Вычислены дисперсия и затухание поверхностных магнитостатических волн (ПМСВ) в структуре ферромагнетик–сверхпроводник второго рода. Рассмотрен интервал частот, в котором упругая сила вихревой решетки намного превышает силу вязкого трения вихрей (для высокотемпературных сверхпроводников этот интервал относится к нижней части СВЧ-диапазона). Численные оценки показывают, что соответствующий вклад в затухание ПМСВ может составлять величину (в полевой шкале) порядка 0.1 Oe.

В наших работах [1,2] вычислялись потери поверхностных магнитостатических волн (ПМСВ) в структуре ферромагнетик–сверхпроводник второго рода, вносимые вязким движением вихревой решетки сверхпроводника под действием поля ПМСВ. При этом рассмотрение было ограничено случаем верхней части СВЧ-диапазона, когда сила вязкого трения вихрей намного превышает упругую возвращающую силу вихревой решетки. В настоящей работе анализируются вихревые потери ПМСВ в нижней части СВЧ-диапазона, когда упругая возвращающая сила много больше силы вязкого трения вихрей. Для описания системы вихрей используется континуальное приближение. Известно, что для традиционных низкотемпературных сверхпроводников последнее приближение выполняется лишь при длинах волн больших или порядка метра [3]. Однако область применимости континуального приближения увеличивается с ростом температуры Кюри, и для некоторых высокотемпературных сверхпроводников простирается вплоть до сантиметрового диапазона. Как и в [1,2], инерционностью вихрей будем пренебрегать, что справедливо для всего диапазона СВЧ [4].

1. Гиббсовский потенциал структуры ферромагнетик–сверхпроводник второго рода

Рассмотрим ПМСВ в структуре, состоящей из ферромагнитного слоя ($-L \leqslant y \leqslant 0$) и прилегающего к нему сверхпроводящего полупространства ($y > 0$). Пусть ферромагнетик обладает магнитной анизотропией типа «легкая ось» с константой анизотропии $\beta > 0$ и осью $\mathbf{n}_A$, перпендикулярной поверхности слоя ($\mathbf{n}_A \parallel \mathbf{n}_y$). Структура находится в касательном поле подмагничивания $\mathbf{H}_e \parallel \mathbf{n}_z$, превышающем поле насыщения изолированного ферромагнетика. Далее анализируется интервал полей подмагничивания $H_{c1} \ll H_e \ll H_{c2}$ (смешанное состояние сверхпроводника), когда справедливо лондоновское приближение.

Основное состояние сверхпроводящей пластины толщиной, много большей лондоновской глубины проникновения магнитного поля в сверхпроводник λ_L, исследовалось в [5]. Оказалось, что в области полей $H_{c1} \ll H_e \ll H_{c2}$ оси вихрей параллельны $\mathbf{H}_e$ и вихри образуют практически идеальную треугольную решетку, не отличающуюся от той, которая существует в массивном образце. Поскольку в рассматриваемом нами случае система вихрей изолированного сверхпроводника не создает поля вне его, а намагниченность в основном состоянии изолированного ферромагнетика не создает внешних полей рассеяния, основное состояние магнитной и сверхпроводящей подсистем гибридной структуры не отличается от основного состояния изолированных подсистем.

Поскольку основное состояние системы известно, перейдем к анализу свойств слабых возбуждений системы. Далее мы ограничимся длинноволновым диапазоном ($k\lambda_L \ll 1$, где $\mathbf{k} = (k_x, k_z)$ — волновой вектор ПМСВ), а свойства вихревой решетки будем описывать в континуальном приближении ($d \ll \lambda_L$, где d — период решетки). Обозначим посредством $\mathbf{u}(\mathbf{r}) = (u^x, u^y)$ малые двумерные смещения осей вихрей от их равновесных положений, $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{m}(\mathbf{r})$ — малые отклонения соответственно магнитного поля и намагниченности от их равновесных значений $\mathbf{H}_e$ и $\mathbf{M}_0 = M_0\mathbf{n}_z$. Процедура вычислений, подробно описанная в [2], позволяет рассчитать гиббсовский потенциал системы G как функцию возмущений намагниченности $\mathbf{m}$ и смещений осей вихрей $\mathbf{u}$

$$G = G_M + G_u + G_{\text{int}}, \tag{1}$$

где G_M — энергия возбуждений намагниченности, G_u — упругая энергия вихревой решетки, G_{int} — энергия взаимодействия вихревой и магнитной подсистем. Выражение для G_M легко получить из общей формулы, приведенной в [2], положив равной нулю толщину диэлектрической прослойки между ферромагнетиком и сверхпроводником,

$$\begin{aligned} G_M = 2\pi \int\limits_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{k} \int\limits_{-L}^{0} dy \Big\{ & h\mathbf{m}_\mathbf{k}\mathbf{m}_{-\mathbf{k}} + m^y_\mathbf{k} m^y_{-\mathbf{k}} + \\ & + \frac{1}{2}\int\limits_{-L}^{0} dy' \Big[\Big(\frac{k_x^2}{k} m^{x'}_\mathbf{k} m^x_{-\mathbf{k}} - k m^{y'}_\mathbf{k} m^y_{-\mathbf{k}} + 2ik_x m^{x'}_\mathbf{k} m^y_{-\mathbf{k}} \operatorname{sgn}(y-y') \Big) e^{-k|y-y'|} + \\ & + \Big(\frac{k_x^2}{k} m^{x'}_\mathbf{k} m^x_{-\mathbf{k}} + k m^{y'}_\mathbf{k} m^y_{-\mathbf{k}} - 2ik_x m^{x'}_\mathbf{k} m^y_{-\mathbf{k}} \Big) e^{-k(y+y')} + \\ & + Q m^y_\mathbf{k} m^y_{-\mathbf{k}} + D\Big(k^2 m_\mathbf{k} m_{-\mathbf{k}} + \frac{dm_\mathbf{k}}{dy}\frac{dm_{-\mathbf{k}}}{dy} \Big) \Big\}, \end{aligned} \tag{2}$$

где $h = H_e/4\pi M_0$, $Q = \beta/4\pi$ — фактор качества, $D = \alpha/4\pi$, α — константа неоднородного обмена в ферромагнетике, $\mathbf{m}'_\mathbf{k} \equiv \mathbf{m}_\mathbf{k}(y')$ и введено фурье-представление для намагниченности

$$\mathbf{m}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi^2}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{k}\mathbf{m}_\mathbf{k}(y)e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_\perp},$$

$$\mathbf{m}_\mathbf{k}(y) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{r}_\perp \mathbf{m}(\mathbf{r})e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_\perp}, \quad \mathbf{r}_\perp = (x,\, 0,\, z). \tag{3}$$

Упругую энгергию колебаний вихревой решетки удобно, как и в [6,7], представить в виде

$$G_u = G_{\text{bulk}} + G_{\text{surf}} + G_{\text{source}} + G_{\text{stray}}. \tag{4}$$

Здесь G_{bulk} равна половине энергии безграничного сверхпроводника

$$G_{\text{bulk}} \cong C_{11}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{k}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} dy\left[\frac{du^y_\mathbf{k}(y)}{dy}\frac{du^y_{-\mathbf{k}}(y)}{dy} + k_z^2 u^y_\mathbf{k}(y)u^y_{-\mathbf{k}}(y) + k^2 u^x_\mathbf{k}(y)u^x_{-\mathbf{k}}(y)\right], \tag{5}$$

где упругий модуль вихревой решетки $C_{11} \cong B^2/4\pi$; магнитная индукция B в сверхпроводнике определяется обычным соотношением $\Phi_0 = BS_0$, где $\Phi_0 = \pi\hbar c/e$ — квант магнитного потока, S_0 — площадь элементарной ячейки вихревой решетки (в рассматриваемом интервале полей $B \cong H_e$ [4]).

Энергия G_{surf}, описывающая взаимодействие вихрей с их изображениями, равна

$$G_{\text{surf}} \cong -\frac{2C_{11}}{\lambda_L}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{k}\left\{u^y_\mathbf{k}(0)u^y_\mathbf{k}(0) + \lambda_L\left[u^y_\mathbf{k}(0)\frac{du^y_{-\mathbf{k}}}{dy}(0) + \frac{du^y_\mathbf{k}}{dy}(0)u^y_{-\mathbf{k}}(0)\right]\right\}. \tag{6}$$

Энергия G_{source} представляет собой работу источника внешнего поля $\mathbf{H}_e$ и описывается выражением

$$G_{\text{source}} \cong -\frac{H_e}{B}G_{\text{surf}}. \tag{7}$$

Наконец, энергия полей рассеяния вихрей G_{stray} равна

$$G_{\text{stray}} \cong 2C_{11}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{k}\frac{k_z^2}{k}u^y_\mathbf{k}(0)u^y_{-\mathbf{k}}(0). \tag{8}$$

Отметим, что наше выражение (6) для поверхностной энергии $G_{\mathbf{surf}}$ принципиально отличается от полученного в [6,7]: оно содержит лишь компоненты смещений u^y, выводящие вихри из плоскости, параллельной поверхности сверхпроводника, в то время как выражение для $G_{\mathbf{surf}}$ в [6,7] содержит компоненты смещений u^x. Такое различие, на наш взгляд, есть следствие некорректного определения поверхностной энергии $G_{\mathbf{surf}}$ в [6,7].

Энергию взаимодействия вихревой и магнитной подсистем G_{int} («магнитоупругую» энергию) легко получить из общей формулы, приведенной в [2], переходом к длинноволновому пределу

$$G_{\mathrm{int}} \cong \frac{B}{8\pi^2} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{k} k_z \int\limits_{-L}^{0} dy e^{ky} \left(\frac{k_x}{k} m_{\mathbf{k}}^x + i m_{\mathbf{k}}^y \right) u_{-\mathbf{k}}^y(0). \tag{9}$$

2. Уравнения движения и вихревое затухание ПМСВ

Потенциал G играет роль гамильтониана системы, поэтому нетрудно записать динамические уравнения для намагниченности и смещений вихрей [8]. При написании уравнений для смещений учтем, что инерционностью вихрей в СВЧ-диапазоне можно пренебречь. Тогда уравнения для $u_{\mathbf{k}}$ получаются из условия равенства нулю полной силы, действующей на элемент длины вихря,

$$\mathbf{f}_{\mathrm{int}} + \mathbf{f}_f = 0, \tag{10}$$

где $f_{\mathrm{int}} = -\delta G_{\mathrm{int}}/\delta \mathbf{u}$ описывает действие на вихри поля ПМСВ, а сила трения $\mathbf{f}_f = -\delta W_s/\delta \dot{\mathbf{u}}$ (W_s — диссипативная функция сверхпроводника) описывает собственные потери в сверхпроводнике.

В континуальном пределе выражение для W_s имеет вид (см., например, [2])

$$W_s = \frac{\eta}{2\pi^2\sqrt{3}} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dk \int\limits_{0}^{+\infty} dy \dot{\mathbf{u}}_{\mathbf{k}}(y) \dot{\mathbf{u}}_{-\mathbf{k}}(y), \tag{11}$$

где коэффициент вязкости $\eta = \Phi_0 H_{c2} \rho c^2$ (ρ — удельное сопротивление сверхпроводника в нормальном состоянии).

Пусть высококачественная намагниченность и смещения вихрей зависят от времени как $\exp(i\omega t)$ (ω — частота возбуждений). Тогда в нашем приближении уравнение (10) сводится к уравнениям для смещений в объеме свехпроводника

$$u_{\mathbf{k}}^x \equiv 0, \qquad \frac{d^2 u_{\mathbf{k}}^y}{dy^2} - \tilde{q}^2 u_{\mathbf{k}}^y = 0, \tag{12}$$

где $\tilde{q}$ — обратная глубина проникновения переменного магнитного потока в сверхпроводник

$$\tilde{q}^2 = k_z^2 + i\frac{\omega\eta}{C_{11} S_0}, \qquad \mathrm{Re}\tilde{q} > 0, \tag{13}$$

и к граничному условию для компоненты смещения $u_{\mathbf{k}}^{y}$ на поверхности сверхпроводника. Решение последнего из уравнений (12) есть

$$u_{\mathbf{k}}^{y} = u_{\mathbf{k}}^{y}(0)e^{-\tilde{q}y}, \tag{14}$$

а граничное условие для $u_{\mathbf{k}}^{y}(0)$ с учетом (14) приобретает вид

$$u_{\mathbf{k}}^{y}(0) = -4\pi^2 \frac{B}{C_{11}} \frac{k_z}{|k_z|} \zeta \int\limits_{-L}^{0} dy e^{ky} \left(\frac{k_x}{k} m_{\mathbf{k}}^{x} + i m_{\mathbf{k}}^{y} \right), \tag{15}$$

где «константа магнитоупругой связи»

$$\zeta = \frac{1}{64\pi^4} \frac{|k_z|}{(\tilde{q} + 2k_z^2/k)}. \tag{16}$$

С помощью (15), (16) можно исключить смещения вихрей из выражения для потенциала Гиббса системы и записать его только через намагниченность ферромагнитной пленки. Опуская промежуточные выкладки и прнебрегая обменом, выпишем уравнения для намагниченности

$$h m_{\mathbf{k}}^{x} - i\Omega m_{\mathbf{k}}^{y} + \frac{k_x}{2} \int\limits_{-L}^{0} dy' \Big\{ \Big[\frac{k_x}{k} m_{\mathbf{k}}^{x'} + i m_{\mathbf{k}}^{y'} \operatorname{sgn}(y - y') \Big] e^{-k|y-y'|} +$$

$$+ \left(\frac{k_x}{k} m_{\mathbf{k}}^{x'} + i m_{\mathbf{k}}^{y'} \right) e^{ky} \left(e^{ky'} - \frac{|k_z|}{k} \zeta \right) \Big\} = 0,$$

$$(h + 1 - Q) m_{\mathbf{k}}^{y} + i\Omega m_{\mathbf{k}}^{x} + \frac{k}{2} \int\limits_{-L}^{0} dy' \Big\{ \Big[- m_{\mathbf{k}}^{y'} + i \frac{k_x}{k} m_{\mathbf{k}}^{x'} \operatorname{sgn}(y - y') \Big] e^{-k|y-y'|} +$$

$$+ \left(m_{\mathbf{k}}^{y'} - i \frac{k_x}{k} m_{\mathbf{k}}^{x'} \right) e^{ky} \left(e^{ky'} - \frac{|k_z|}{k} \zeta \right) \Big\} = 0. \tag{17}$$

Здесь $\Omega = 4\pi\gamma M_0$, $\gamma < 0$ — гиромагнитное отношение.

Дисперсионное соотношение для ПМСВ в структуре ферромагнетик–сверхпроводник второго рода имеет следующий вид:

$$\left\{ k_x q^2 \left[k_x (h + 1 - Q) + k\Omega \right] (h + 1 - Q) - k^3 \left[k_x (h - Q) + k\Omega \right] \Omega \right\} \operatorname{sh} qL +$$

$$+ kq \left[k_x^2 (h + 1 - Q)(h - Q) - k\Omega^2 \right] \operatorname{ch} qL +$$

$$+ \frac{\zeta}{2} \frac{|k_z|}{k} \left\{ \left[k_x (h + 1 - Q) + k\Omega \right]^2 q^2 - \left[k_x (h - Q) + k\Omega \right]^2 k^2 \right\} \times$$

$$\times \left[\frac{k}{q} (1 - \operatorname{ch} qL) - \operatorname{sh} qL \right] = 0, \tag{18}$$

где

$$q^2 = \frac{\left[(h+1)(h-Q)-\Omega^2\right]k^2-(h-Q)k_z^2}{h(h+1-Q)-\Omega^2}. \tag{19}$$

Последнее слагаемое в (18) мало, поэтому решение (18) легко найти методом возмущений. Записывая (18) в форме

$$F(\Omega, \mathbf{k}) = \frac{|k_z|}{k}\zeta\Phi(\Omega, \mathbf{k}) \tag{20}$$

и полагая $\Omega = \Omega_0+\Omega_1$, $\Omega_1 \sim \zeta$, $|\Omega_1| \ll |\Omega_0|$, получаем поправку к частоте, обусловленную связью с упругой подсистемой,

$$\Omega_1 \cong \zeta\frac{|k_z|}{k}\Phi(\Omega_0, \mathbf{k})/\partial F(\Omega_0, \mathbf{k})/\partial\Omega_0. \tag{21}$$

Подстановка производной в (21) приводит к довольно громоздкому выражению, поэтому мы не будем выписывать Ω_1, а ограничимся простейшими оценками этой величины.

При $h \approx 1$, $Q = 0$ в середине частотного диапазона ($kL \sim 1$) и вдали от углов отсечки ПМСВ $\Omega_1 \sim \zeta|k_z|k^{-1}$. Как видно из приведенных выше формул мнимая часть Ω_1 существенно зависит не только от направления волнового вектора ПМСВ, но и от соотношения величин k_z^2 и $\omega\eta(C_{11}S_0)^{-1}$. При $k_z^2 \gg \omega\eta(C_{11}S_0)^{-1}$ вихревой вклад в затухание пропорционален ω, а при $k_z^2 \ll \omega\eta(C_{11}S_0)^{-1}$ он порядка $\omega^{-1/2}$. Порядковая оценка для $\mathrm{Im}\Omega_1$ такова

$$\mathrm{Im}\Omega_1 \sim \begin{cases} 10^{-4}\frac{\omega\eta}{|k_z|kC_{11}S_0(1+2|k_z|/k)^2}, & k_z^2 \gg \omega\eta(C_{11}S_0)^{-1}, \\ 10^{-4}\frac{k_z^2}{k}\sqrt{\frac{C_{11}S_0}{\omega\eta}}, & k_z^2 \ll \omega\eta(C_{11}S_0)^{-1}. \end{cases} \tag{22}$$

Условиями применимости полученных выражений для вклада вихревой решетки в дисперсию и затухание ПМСВ являются неравенства $k\lambda_L \ll 1$, $d \ll \lambda_L$ и $|\tilde{q}|\lambda_L \ll 1$. Если первое из них, как правило, выполняется, то второе, эквивалентное условию

$$H_e \gg \Phi_0\lambda_L^2, \tag{23}$$

существенно ограничивает класс сверхпроводящих материалов и диапазон полей подмагничивания, для которых полученные результаты справедливы. Последнее неравенство определяет верхнюю границу низкочастотного диапазона. При $k_z \to 0$ оно сводится к условию, накладываемому на частоту:

$$\omega \ll \frac{C_{11}S_0}{\eta\lambda_L^2} \cong \frac{H_e\Phi_0}{4\pi\eta\lambda_L^2} \sim \frac{T_c}{\hbar}\frac{H_e}{H_{c2}}, \tag{24}$$

Это условие совпадает с условием применимости континуального приближения, полученным в [3]. Очевидно, условия (23), (24) не противоречат друг другу и лучше выполняются при высоких полях подмагничивания. Однако в больших полях частота ПМСВ $\omega\gamma H_e$ и удовлетворяет (24) лишь при специальном выборе магнитного и сверхпроводящего материалов.

Отметим, что затухение $\mathrm{Im}\Omega_1$ имеет максимум как функция ω (или функция k_z при фиксированной ω). На это обстоятельство мы уже указывали ранее в [2], там же содержится физическое объяснение такого поведения затухания. Проиллюстрируем как выглядят требования (23), (24) для высокотемпературного сверхпроводника (ВТСП) $(La_{0.9}Sr_{0.1})_2CuO_4$ с параметрами $\rho = 0.55\,\mathrm{M\Omega\cdot cm}$, $H_{c2} = 5.3 \cdot 10^5$ Oe, $\lambda_L = 2500\,\text{Å}$ [8], так что $\eta \approx 10^{-8}$ CGS: $H_e \gg 300\,\mathrm{Oe}$, $\omega(\mathrm{S}^{-1}) \ll \frac{1}{3}10^{10} \cdot H_e\,\mathrm{Oe}$. Наконец, проведем численную оценку низкочастотного «вихревого» затухания ПМСВ. Как видно из (22), в точке максимума по частоте (или по k_z) затухание по порядку величины равно

$$\mathrm{Im}\Omega_1 \sim 10^{-4}\left(\frac{k_z}{k}\right),$$

что при $k_z \sim k$ дает для железо-биттриевого граната ширину линии ~ 0.1 Oe.

Список литературы

[1] Беспятых Ю.И., Симонов А.Д., Харитонов В.Д. **16**, *23*, 27 (1990).
[2] Беспятых Ю.И., Василевский В., Гайдек М., Симонов А.Д., Харитонов В.Д. ФТТ **35**, *11*, 2983 (1993).
[3] Горьков Л.П., Копнин Н.Б. УФН **116**, *3*, 413 (1975).
[4] Шмидт В.В. Введение в физику сверхпроводников. М. (1982). 240 с.
[5] Шмидт В.В. ЖЭТФ **61**, *1(7)*, 398 (1971).
[6] Brandt E.H. J. Low. Temp. Phys. **42**, *5/6*, 557 (1981).
[7] Brandt E.H. J. Low. Temp. Phys. **44**, *1/2*, 59–72 (1981).
[8] Головашкин А.И. УФН **152**, *4*, 553 (1987).