

УДК 537.611.44:538.945

©1995

## ВЛИЯНИЕ СВЕРХПРОВОДНИКА ВТОРОГО РОДА НА ОСНОВНОЕ СОСТОЯНИЕ ОДНООСНОЙ ФЕРРОМАГНИТНОЙ ПЛЕНКИ

Ю.И.Беспятых, В.Василевский,\* М.Гайдек,\*\* В.Д.Харитонов

Институт радиотехники и электроники Российской академии наук,  
141120, Фрязино, Московская обл., Россия

\* Высшая инженерная школа, г. Радом, Польшая республика.

\*\* Политехнический институт, г. Кельце, Польшая республика.  
(Поступила в Редакцию 20 января 1995 г.)

Детально анализируется влияние взаимодействия колебаний намагниченности ферромагнетика со смещениями вихревой решетки сверхпроводника на критическое поле перехода в неоднородную фазу и на размер однодоменности магнитных пленок. Показано, что вследствие малости константы «магнитоупругого» взаимодействия спиновой и вихревой подсистем это влияние незначительно (исключение составляет область малых полей подмагничивания), и, следовательно, при анализе фазовых переходов в магнитных пленках достаточно учитывать эффект Мейсснера в сверхпроводнике. Рассмотрено влияние сверхпроводника второго рода на переход из однородной в доменную фазу в одноосных ферромагнитных пленках с малым фактором качества в касательном поле подмагничивания.

1. Влияние сверхпроводника второго рода на доменную структуру ферромагнетика обсуждалось в [1-4]. Было установлено, что эффект выталкивания магнитного потока из сверхпроводника ведет к увеличению относительной роли дипольной энергии и перестройке доменной структуры ферромагнитной пленки. В работе [4] на примере системы с легкоосным ферромагнетиком, фактор качества которого  $Q > 1$ , показано, что эффект Мейсснера приводит к смещению точки перехода из однородного состояния в неоднородное в случае толстых магнитных пленок, а в случае тонких пленок может сделать неоднородное состояние энергетически невыгодным. Была определена критическая толщина магнитной пленки, при которой доменная структура перестает существовать. Следует отметить, однако, что в [1-4] уделено недостаточное внимание роли вихревой структуры сверхпроводника второго рода.

В данной работе вычисляются критическое поле перехода в неоднородную фазу и размер однодоменности магнитных пленок с учетом взаимодействия намагниченности с упругой решеткой вихрей сверхпроводника, а также анализируется влияние сверхпроводника второго рода на переход из однородной в доменную фазу в одноосных ферромагнитных пленках с малым фактором качества.  $Q < 1$ .

2. Рассмотрим структуру, состоящую из ферромагнитного слоя ( $-L \leq y \leq 0$ ) и прилегающего к нему сверхпроводящего полупространства ( $y > 0$ ). Пусть ферромагнетик обладает магнитной анизотропией типа «легкая ось» с константой  $\beta > 0$  и осью анизотропии  $\mathbf{n}_A$ , перпендикулярной поверхностям слоя ( $\mathbf{n}_A \parallel \mathbf{n}_y$ ). Структура находится в касательном поле подмагничивания  $\mathbf{H}_e \parallel \mathbf{n}_z$ , превышающем поле насыщения изолированного ферромагнетика. Далее мы рассматриваем интервал полей  $H_{c_1} \ll H_e \ll H_{c_2}$ , так что для описания основного состояния и динамики магнитного потока в сверхпроводнике применимо лондоновское приближение.

Свободная энергия системы  $F$  складывается из свободных энергий ферромагнетика  $F_f$ , сверхпроводника  $F_s$  и энергии магнитного поля в окружающем их пространстве  $F_v$

$$F = F_f + F_s + F_v,$$

$$F_f = \int_{V_f} d\mathbf{r} \left[ \frac{H^2}{8\pi} - \frac{\beta}{2} M_y^2 + \frac{\alpha}{2} (\nabla \mathbf{M})^2 \right],$$

$$F_s = \frac{1}{8\pi} \int_{V_s} d\mathbf{r} [H^2 + \lambda_L^2 (\text{rot } \mathbf{H})^2], \quad F_v = \frac{1}{8\pi} \int_{V_v} d\mathbf{r} H^2. \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{H}$  — магнитное поле в системе,  $\mathbf{M}$  и  $\alpha = D/4\pi$  — соответственно намагниченность и константа неоднородного обмена в ферромагнетике,  $\lambda_L$  — лондоновская глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводник,  $V_f$ ,  $V_s$  и  $V_v$  — объем ферромагнетика, сверхпроводника и окружающего их пространства соответственно.

Как известно, для структуры ферромагнетик–сверхпроводник в заданном внешнем поле в состоянии равновесия имеет минимум термодинамический потенциал Гиббса

$$G = F + \frac{1}{8\pi} \int_V d\mathbf{r} \mathbf{H}_e (\mathbf{H}_e - 2\mathbf{B}), \quad (2)$$

где магнитная индукция  $\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}$  в ферромагнетике и  $\mathbf{B} = \mathbf{H}$  вне его, а интегрирование ведется по полному объему системы  $V$ .

Основное состояние сверхпроводящей пластины толщиной, много большей  $\lambda_L$ , в касательном поле подмагничивания  $H_{c_1} \ll H_e \ll H_{c_2}$  детально исследовалось в [5]. Оказалось, что оси вихрей параллельны полю подмагничивания  $\mathbf{H}_e$ ; координаты осей вихрей равны

$$\tilde{x}_{ps} = sd + \frac{1}{2}(p-1)d, \quad \tilde{y}_{ps} \equiv \tilde{y}_p, \quad (3)$$

где  $p = 1, 2, 3, \dots$  — номер слоя вихревой решетки,  $s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  — номер вихря в слое.

В рассматриваемой области полей подмагничивания  $H_e$  вихри образуют практически идеальную треугольную решетку, так что расстояние между соседними слоями вихрей связано с расстоянием  $d$  между соседними вихрями в слое соотношением  $\tilde{y}_{p+1} - \tilde{y}_p \cong d\sqrt{3}/2$ , причем

$y_1 \cong d\sqrt{3}/2$ . Поскольку система вихрей изолированного сверхпроводника не создает поля вне его, а намагниченность в однородном по координатам  $x, z$  основном состоянии изолированного ферромагнетика не создает полей рассеяния, основное состояние магнитной и сверхпроводящей подсистем гибридной структуры не отличается от основного состояния изолированных подсистем.

Выпишем выражения для вкладов в гиббсовский потенциал, обусловленных вихревой решеткой в сверхпроводнике, намагниченностью в ферромагнетике, а также их взаимодействием. Магнитное поле  $\mathbf{H}$  в сверхпроводнике удовлетворяет уравнению Лондонов, уравнениям Максвелла и обычным электродинамическим граничным условиям. Как и в работе [6], поле  $\mathbf{H}$  в сверхпроводящем полупространстве и вне его удобно представить в виде

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \begin{cases} H_e \mathbf{n}_z e^{-y/\lambda_L} + \mathbf{H}_v(\mathbf{r}) + \mathbf{H}_{\text{stray}}(\mathbf{r}), & y > 0, \\ H_e \mathbf{n}_z + \mathbf{H}_{\text{stray}}(\mathbf{r}), & y < 0, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\mathbf{H}_v$  — суммарное поле вихрей и их изображений,  $\mathbf{H}_{\text{stray}}$  — поле рассеяния. Не приводя явных выражений для этих полей (они содержатся в [6]), запишем вихревую часть гиббсовского потенциала полубесконечного сверхпроводника, которая получается подстановкой (4) в (1), (2)

$$G_s = G_{s0} + U_v + U_{\text{stray}} + U_{\text{source}}, \quad (5)$$

где  $G_{s0}$  не зависит от положений вихрей; энергия  $U_v$  определяется полем  $\mathbf{H}_v$ ,  $U_{\text{stray}}$  — полем рассеяния  $\mathbf{H}_{\text{stray}}$ ,  $U_{\text{source}} = -V_s \mathbf{V} \mathbf{H}_e$ , а величина  $\mathbf{V}_v = \frac{1}{V_s} \int_{V_s} d\mathbf{r} \mathbf{H}_v(\mathbf{r})$ .

Приведем явные выражения для всех слагаемых в сумме (5), за исключением  $G_{s0}$ , которое не представляет для нас интереса и далее опущено. Энергия

$$U_v = \frac{1}{2} \sum_{\nu, \mu} \oint d\mathbf{r}_\nu \left[ \oint d\mathbf{r}_\mu V_3(|\mathbf{r}_\nu - \mathbf{r}_\mu|) - \oint d\bar{\mathbf{r}}_{\nu, \mu} V_3(|\mathbf{r}_\nu - \bar{\mathbf{r}}_\mu|) \right] \quad (6)$$

описывает взаимодействие всех элементов вихрей  $d\mathbf{r}_\nu$  со всеми другими элементами  $d\mathbf{r}_\mu$  и со всеми элементами вихрей-изображений  $d\bar{\mathbf{r}}_\mu$  посредством трехмерного сферически-симметричного потенциала

$$V_3(r) = \frac{\Phi_0^2}{\lambda_L^2} \frac{e^{-r/\lambda_L}}{r} = \frac{2\pi\Phi_0^2}{\lambda_L^2} \int \frac{dk}{4\pi^2\tau_k} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - \tau_k|y|}. \quad (7)$$

В формулах (6), (7) введены следующие обозначения:  $\Phi_0 \pi \hbar c / e \cong 2 \cdot 10^{-7} \text{Gs} \cdot \text{cm}^2$  — квант магнитного потока,  $\mathbf{r} = x\mathbf{n}_x + y\mathbf{n}_y + z\mathbf{n}_z$ ;  $\mathbf{r}_\nu = x_\nu \mathbf{n}_x + y_\nu \mathbf{n}_y + z_\nu \mathbf{n}_z$  — положение оси  $\nu$ -го вихря ( $\nu = p, s$ ),  $d\mathbf{r}_\nu = dz \left[ \frac{dx_\nu(z)}{dz} \mathbf{n}_x + \frac{dy_\nu(z)}{dz} \mathbf{n}_y + \mathbf{n}_z \right]$  — линейный элемент его длины и соответственно  $\bar{\mathbf{r}}_\nu = x_\nu(z)\mathbf{n}_x - y_\nu(z)\mathbf{n}_y + z\mathbf{n}_z$  — положение оси  $\nu$ -го вихря-изображения  $d\bar{\mathbf{r}}_\nu = dz \left[ \frac{dx_\nu(z)}{dz} \mathbf{n}_x - \frac{dy_\nu(z)}{dz} \mathbf{n}_y + \mathbf{n}_z \right]$  — линейный элемент его длины;  $\mathbf{k} = k_x \mathbf{n}_x + k_z \mathbf{n}_z$ ,  $\tau_k = \sqrt{k^2 + \lambda_L^{-2}}$ .

Энергия  $U_{\text{stray}}$  имеет вид

$$U_{\text{stray}} = \sum_{\nu, \mu} \int dz dz' \frac{dy_{\nu}(z)}{dz} \frac{dy_{\mu}(z')}{dz'} V_{\text{stray}}(\mathbf{r}_{\nu}(z), \mathbf{r}_{\mu}(z')), \quad (8)$$

где потенциал взаимодействия

$$V_{\text{stray}}(\mathbf{r}_{\nu}, \mathbf{r}_{\mu}) = \frac{2\pi\Phi_0^2}{\lambda_L^2} \int \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2} \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{\tau_k} \right) e^{i\mathbf{k}(\mathbf{r}_{\nu} - \mathbf{r}_{\mu}) - \tau_k(y_{\nu} + y_{\mu})} \quad (9)$$

в отличие от  $V_3(r)$  не обладает сферической симметрией. Поскольку потенциал  $V_{\text{stray}}$  уменьшается экспоненциально с ростом  $y_{\nu} + y_{\mu}$ , вклад в энергию поля рассеяния вносят только вихри в поверхностном слое толщиной порядка  $\lambda_L$ .

Наконец, энергия

$$U_{\text{source}} = -\Phi_0 \mathbf{H}_e \sum_{\nu} \int dz \left[ \frac{dy_{\nu}(z)}{dz} \mathbf{n}_y + \left( \frac{dx_{\nu}(z)}{dz} \mathbf{n}_x + \mathbf{n}_z \right) \left( 1 - e^{-y_{\nu}(z)/\lambda_L} \right) \right] \quad (10)$$

представляет собой работу источника внешнего поля  $\mathbf{H}_e$ . В формулах (6)–(10) и далее всюду суммирование производится только по реальным вихрям ( $y_{\nu} > 0$ ), чтобы избежать двойного учета слагаемых.

Пусть оси вихрей в сверхпроводнике испытывают малые двумерные смещения от равновесного положения, так что их координаты выражаются формулами

$$x_{\nu} = \tilde{x}_{\nu} + u_{\nu}^x(z), \quad y_{\nu} = \tilde{y}_{\nu} + u_{\nu}^y(z), \quad (11)$$

а координаты вихрей-изображений — формулами

$$\bar{x}_{\nu} = x_{\nu}, \quad \bar{y}_{\nu} = -y_{\nu} = -\tilde{y}_{\nu} - u_{\nu}^y(z). \quad (12)$$

Для дальнейших выкладок удобно, как и в [6], энергию  $U_{\nu}$  разделить на две части (объемную и поверхностную)

$$U_{\nu} = U_b + U_s. \quad (13)$$

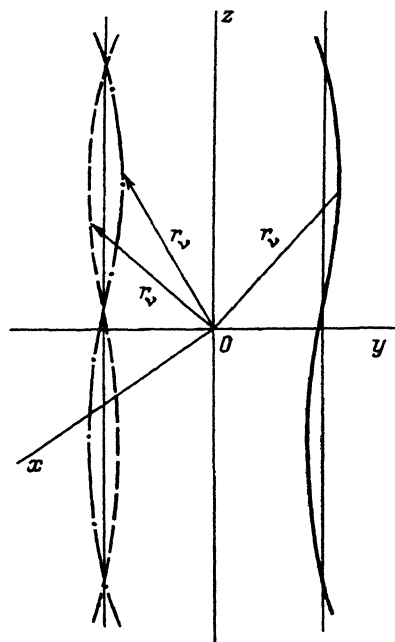
Однако объемную часть мы определим несколько иначе, чем в [6],

$$U_b = \frac{1}{1} \sum_{\nu, \mu} \oint d\mathbf{r}_{\nu} d\mathbf{r}_{\mu} \left[ V_3(|\mathbf{r}_{\nu} - \mathbf{r}_{\mu}|) + V_3(|\mathbf{r}_{\nu} - \bar{\mathbf{r}}_{\mu}|) \right], \quad (14)$$

где вектор  $\bar{\mathbf{r}}_{\nu}$  описывается следующими соотношениями

$$\bar{x}_{\nu} = \bar{x}_{\nu} = \tilde{x}_{\nu} + u_{\nu}^x(z), \quad \bar{y}_{\nu} = -\tilde{y}_{\nu} + u_{\nu}^y(z), \quad (15)$$

смысл которых ясен из рисунка. Наше определение  $U_b$  отличается от [6] заменой  $\bar{\mathbf{r}}_{\mu} \rightarrow \bar{\bar{\mathbf{r}}}_{\mu}$  во втором члене (14). Из (14) видно, что  $U_b$  равна половине энергии бесконечного сверхпроводника с реальными вихрями и вихрями, отличающимися от вихрей-изображений направлением



Положение вихря (сплошная кривая), его изображения (штриховая кривая) и вихря, отличающегося от изображения знаком компоненты смещения  $u^y$  (штрихпунктирная кривая).

оси и знаком смещения  $u^y$ , в то время как в [6] объемная часть — это половина энергии бесконечного сверхпроводника с реальными вихрями и вихрями, отличающимися от вихрей-изображений лишь направлением оси. И в том, и в другом случае речь идет о бесконечной решетке с дефектом, связанным с отсутствием слоя вихрей на поверхности  $y = 0$ . Однако модель, принятая в данной работе, ближе к идеальной решетке и вследствие симметрии смещений относительно плоскости  $y = 0$  допускает переход к непрерывной вихревой среде. В результате определение  $U_s$  также не совпадает с [6]

$$U_s = -\frac{1}{2} \sum_{\nu, \mu} \left[ \oint d\mathbf{r}_\nu d\mathbf{r}_\mu V_3(|\mathbf{r}_\nu - \bar{\mathbf{r}}_\mu|) + \oint d\mathbf{r}_\nu d\bar{\mathbf{r}}_\mu V_3(|\mathbf{r}_\nu - \bar{\mathbf{r}}_\mu|) \right]. \quad (16)$$

Вводя фурье-представление для смещений осей вихрей

$$\mathbf{u}_{ps}(z) = \frac{d}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_z e^{ik_z z} \int_{-\pi/d}^{\pi/d} dk_x \mathbf{u}_{pk} e^{ik_x ds},$$

$$\mathbf{u}_{pk} = \int_{-\infty}^{+\infty} dz e^{-ik_z z} \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \mathbf{u}_{ps}(z) e^{-ik_x ds} \quad (17)$$

и разлагая выражения по малым смещениям  $\mathbf{u}$ , с точностью до квадратичных по  $\mathbf{u}$  членов получим

$$U_{\text{stray}} = \frac{2\pi\Phi_0^2}{\lambda_L^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk}{4\pi^2} k_z^2 \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{\tau_k} \right) \sum_{p, p'} u_{pk}^y u_{p'-k}^y e^{-\tau_k(\bar{y}_p + \bar{y}_{p'})}, \quad (18)$$

$$U_{\text{source}} = \frac{2\pi\Phi_0 H_e}{\lambda_L^2} \frac{d}{4\pi^2} \sum_p \int_{-\infty}^{+\infty} dk_z \int_{-\pi/d}^{\pi/d} dk_x u_{p\mathbf{k}}^y u_{p',-\mathbf{k}}^y e^{-\tilde{y}_p \lambda_L^{-1}}. \quad (19)$$

Аналогично из (14), (16) находим

$$U_b = \frac{\pi\Phi_0^2}{\lambda_L^2} \sum_{p,p'} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\mathbf{k}}{4\pi^2 \tau_k} e^{i\mathbf{k}_x d(p-p')/2} (k_z^2 u_{p\mathbf{k}} u_{p',-\mathbf{k}} - \tau_k^2 u_{p\mathbf{k}}^y u_{p',-\mathbf{k}}^y + \right. \\ \left. + k_x^2 u_{p\mathbf{k}}^x u_{p',-\mathbf{k}}^x) \left[ e^{-\tau_k |\tilde{y}_p - \tilde{y}_{p'}|} + e^{-\tau_k |\tilde{y}_p + \tilde{y}_{p'}|} \right] + \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_z \int_{-\pi/d}^{\pi/d} dk_x \times \right. \\ \left. \times \sum_{\mathbf{g}} \frac{1}{\tau_g} e^{i\mathbf{g}d(p-p')/2} (\tau_g^2 u_{p\mathbf{k}}^y u_{p',-\mathbf{k}}^y - g^2 u_{p\mathbf{k}}^x u_{p',-\mathbf{k}}^x) \left[ e^{-\tau_g |\tilde{y}_p - \tilde{y}_{p'}|} + e^{-\tau_g (\tilde{y}_p + \tilde{y}_{p'})} \right] \right\}, \quad (20)$$

$$U_s = -\frac{\Phi_0^2}{2\pi\lambda_L^2} \sum_{p,p'} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_z \int_{-\pi/d}^{\pi/d} dk_x \sum_{\mathbf{g}} e^{i\mathbf{g}d(p-p')/2} \times \\ \times \left[ \frac{(\mathbf{k} + \mathbf{g})^2}{\tau_{\mathbf{k}+\mathbf{g}}} u_{p\mathbf{k}}^x u_{p',-\mathbf{k}}^x e^{i\mathbf{k}_x d(p-p')/2 - \tau_{\mathbf{k}+\mathbf{g}} (\tilde{y}_p + \tilde{y}_{p'})} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\tau_g} (\tau_g^2 u_{p\mathbf{k}}^y u_{p',-\mathbf{k}}^y - g^2 u_{p\mathbf{k}}^x u_{p',-\mathbf{k}}^x) e^{-\tau_g (\tilde{y}_p + \tilde{y}_{p'})} \right]. \quad (21)$$

В формулах (20), (21) введено обозначение для векторов обратной решетки  $\mathbf{g} = g\mathbf{n}_x = \frac{2\pi}{d} n\mathbf{n}_x$ , где  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . Суммирование по  $\mathbf{g}$  в (20), (21) осуществляется по значениям  $|g| < \xi^{-1}$ , где  $\xi$  — радиус когерентности.

Выражения (18)–(21) сильно упрощаются, если ограничиться длинноволновым диапазоном ( $k\lambda_L \ll 1$ ) и перейти к континуальному пределу ( $d \rightarrow 0$ ). В результате для величин  $U_{\text{stray}}$ ,  $U_s$  и  $U_{\text{source}}$  получим

$$U_{\text{stray}} \cong 2c_{11} \int_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{k} \frac{k_z^2}{k} u_{\mathbf{k}}^y(0) u_{-\mathbf{k}}^y(0), \quad (22)$$

$$U_{\text{source}} \cong \frac{2c_{11}}{\lambda_L} \frac{H_e}{B} \int_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{k} \left\{ u_{\mathbf{k}}^y(0) u_{-\mathbf{k}}^y(0) + \lambda_L \left[ u_{\mathbf{k}}^y(0) \frac{du_{-\mathbf{k}}^y}{dy}(0) + \frac{du_{\mathbf{k}}^y}{dy}(0) u_{-\mathbf{k}}^y(0) \right] \right\}, \quad (23)$$

$$U_s \cong -\frac{B}{H_e} U_{\text{source}}. \quad (24)$$

Магнитная индукция  $B$  в сверхпроводнике определяется обычным соотношением  $\Phi_0 = BS_0$ , где  $S_0 = d^2\sqrt{3}/2$  — площадь элементарной ячейки вихревой решетки; упругий модуль вихревой решетки  $c_{11} \cong c_{44} \cong B^2/4\pi$ .

Наконец, выражение для объемной энергии  $U_b$  в континуальном приближении без учета пространственной дисперсии приобретает вид

$$U_b \cong c_{11} \int_{-\infty}^{+\infty} dk \int_0^{+\infty} dy \left[ \frac{du_{\mathbf{k}}^y(y)}{dy} \frac{du_{-\mathbf{k}}^y(y)}{dy} + k_z^2 u_{\mathbf{k}}^y(y) u_{-\mathbf{k}}^y(y) + k^2 u_{\mathbf{k}}^x(y) u_{-\mathbf{k}}^x(y) \right]. \quad (25)$$

Сравнивая полученные результаты с приведенными в [6], замечаем, что выражение (22), (23), (25) для  $U_{\text{stray}}$ ,  $U_{\text{source}}$  и  $U_b$  формально совпадают с [6]. Однако наше выражение для энергии  $U_s$  (24) принципиально отличается от полученного в [6]: оно содержит лишь компоненты смещений  $u^y$ , выводящие вихри из плоскости, параллельной поверхности сверхпроводника, в то время как выражение для  $U_s$  в [6] содержит компоненты смещений  $u^x$ . Такое различие, на наш взгляд, является следствием некорректного определения поверхностной энергии  $U_s$  в [6].

Магнитное поле  $\mathbf{H}$  вне сверхпроводника удовлетворяет уравнениям магнитостатики и стандартным граничным условиям. Находя из них  $\mathbf{H}$ , подставляя его в (1) и считая отклонения намагниченности  $\mathbf{m}$  от равновесного значения  $\mathbf{M}_0 = M_0 \mathbf{n}_z$  малыми ( $\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \mathbf{m}$ ,  $m \ll M_0$ ), можно найти потенциал  $G_M$  магнитной подсистемы как квадратичную функцию  $\mathbf{m}$  и потенциал взаимодействия  $G_{\text{int}}$  вихрей с намагниченностью как функцию  $\mathbf{m}$  и смещений осей вихрей  $\mathbf{u}$ . Выражения для энергии возбуждений намагниченности и энергии взаимодействия вихревой и спиновой подсистем («магнитоупругой» энергии) приведены в [7]. Переходя, как и в  $G_s$ , к непрерывной вихревой среде, в длинноволновом приближении для  $G_{\text{int}}$  получаем выражение

$$G_{\text{int}} \cong \frac{B}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dk k_z \int_{-L}^0 dy e^{ky} \left( \frac{k_x}{k} m_{\mathbf{k}}^x + i m_{\mathbf{k}}^y \right) u_{-\mathbf{k}}^y(0). \quad (26)$$

Поскольку полный потенциал Гиббса системы известен, можно приступить к анализу перехода магнетика из однородного состояния в неоднородное.

3. С учетом взаимодействия магнитной и упругой подсистем колебания намагниченности в критической моде оказываются связанными с колебаниями вихрей. Смещение вихрей приводит к увеличению глубины проникновения поля критической моды в сверхпроводник и тем самым к уменьшению магнитной энергии системы. Однако сами по себе смещения и изгибы вихрей от их равновесных положений увеличивают упругую энергию вихревой решетки. В результате степень влияния вихрей на домены в ферромагнитной пленке в значительной мере зависит от соотношения модулей жесткости вихревой решетки и «магнитоупругих» модулей. Мы ограничимся анализом случаев толстых и тонких ферромагнитных пленок, когда размер доменов  $l$  велик

по сравнению с лондоновской глубиной проникновения поля  $\lambda_L$ . Кроме того, будем считать, что для описания смещений вихревой решетки применим континуальный подход. Последнее допущение, очевидно, несправедливо в области слабых полей подмагничивания. Однако роль вихревой решетки быстро понижается с уменьшением поля подмагничивания, и при рассмотрении критических доменных структур в малых полях подмагничивания взаимодействием намагниченности с вихрями можно пренебречь. Нетрудно показать, что при указанных предположениях взаимодействие магнитной подсистемы с упругой решеткой вихрей не меняет типа фазового перехода из однородной магнитной фазы в неоднородную, т.е. переход ферромагнитной пленки из однородно намагниченного состояния в доменную фазу в касательном поле подмагничивания  $H_e$  является фазовым переходом второго рода. В соответствии с этим области существования однородного и неоднородного состояний ферромагнитной пленки определяются линией потери устойчивости однородной фазы.

Уравнения для равновесных значений смещений  $u_k$  следуют из условия равенства нулю полной силы, действующей на элемент длины вихря,

$$\frac{\delta G}{\delta u_{-k}} = \frac{\delta(G_s + G_{\text{int}})}{\delta u_{-k}} = 0. \quad (27)$$

В нашем приближении оно сводится к уравнениям для смещений в объеме сверхпроводника

$$u_k^x \equiv 0, \quad \frac{d^2 u_k^y}{dy^2} - k_z^2 u_k^y = 0 \quad (28)$$

и граничному условию для компоненты смещения  $u_k^y$  на поверхности сверхпроводника. Решение последнего из уравнений (28) есть

$$u_k^y = u_k^y(0) e^{-|k_z|y}, \quad (29)$$

а граничное условие для  $u_k^y(0)$  с учетом (29) приобретает вид

$$u_k^y(0) = -4\pi^2 \frac{B}{c_{11}} \frac{k_z}{|k_z|} \zeta \int_{-L}^0 dy e^{ky} \left( \frac{k_x}{k} m_k^x + i m_k^y \right), \quad (30)$$

где

$$\zeta = \zeta(\mathbf{k}) \cong \frac{1}{64\pi^4(1 + 2|k_z|/k)}. \quad (31)$$

С помощью (29), (30) можно исключить смещения вихрей из выражения для потенциала Гиббса системы и записать его только через намагниченность ферромагнитной пленки.

Равновесные значения намагниченности удовлетворяют условию

$$\frac{\delta G}{\delta m_{-k}} = \frac{\delta(G_M + G_{\text{int}})}{\delta m_{-k}} = 0, \quad (32)$$



которое с учетом (29), (30) в компоненте  $\mathbf{m}_k$  приобретает вид

$$\begin{aligned} & \left( h + \kappa^2 - \frac{d^2}{dy^2} \right) m_{\kappa}^x + \frac{\kappa_x}{2} \int_{-L}^0 dy' \left\{ \left[ \frac{\kappa_x}{\kappa} m_{\kappa}^{x'} + i m_{\kappa}^{y'} \operatorname{sgn}(y - y') \right] e^{-\kappa|y-y'|} + \right. \\ & \left. + \left( \frac{\kappa_x}{\kappa} m_{\kappa}^{x'} + i m_{\kappa}^{y'} \right) e^{\kappa y} \left( e^{\kappa y'} - \frac{|\kappa_z|}{\kappa} \zeta \right) \right\} = 0, \\ & \left( h + 1 - Q + \kappa^2 - \frac{d^2}{dy^2} \right) m_{\kappa}^y + \frac{\kappa}{2} \int_{-L}^0 dy' \left\{ \left[ -m_{\kappa}^{y'} + i \frac{\kappa_x}{\kappa} m_{\kappa}^{x'} \operatorname{sgn}(y - y') \right] \times \right. \\ & \left. \times e^{-\kappa|y-y'|} + \left( m_{\kappa}^{y'} - i \frac{\kappa_x}{\kappa} m_{\kappa}^{x'} \right) e^{\kappa y} \left( e^{\kappa y'} - \frac{|\kappa_z|}{\kappa} \zeta \right) \right\} = 0, \quad \mathbf{m}'_{\kappa} \equiv \mathbf{m}_{\kappa}(y'). \end{aligned} \quad (33)$$

Отметим, что здесь  $h = H_e/4\pi M_0$ ,  $Q = \beta/4\pi$  и пространственные величины нормированы на  $\sqrt{D}$ , в частности  $\kappa = k\sqrt{D}$ . Слагаемые в подынтегральных выражениях, пропорциональные  $e^{\kappa(y+y')}$ , соответствуют вкладу, вызванному экранирующим действием сверхпроводника, а слагаемые, пропорциональные  $\zeta$ , описывают связь колебаний намагниченности с колебаниями абрикосовских вихрей. Величина  $\zeta$  имеет смысл константы магнитоупругой связи в структуре ферромагнетик-сверхпроводник второго рода.

Для определения критического поля перехода  $h_c$  из однородного состояния в доменную фазу и волнового вектора критической моды  $\kappa_c$  с учетом взаимодействия с вихрями следует найти нетривиальное решение системы интегриродифференциальных уравнений (33) с граничными условиями на поверхности ферромагнитной пленки

$$\frac{d\mathbf{m}_{\kappa}}{dy} \Big|_{y=0} = 0, \quad \frac{d\mathbf{m}_{\kappa}}{dy} \Big|_{y=-L} = 0. \quad (34)$$

Полагая  $\mathbf{m}_{\kappa} \sim \exp(iqy)$  и приравнявая нулю множители  $\exp(iqy)$  в (34) получаем характеристическое уравнение для величины  $q$

$$(h + \kappa^2 + q^2)(h + \kappa^2 + q^2 + 1 - Q)(\kappa^2 + q^2) - (h + \kappa^2 + q^2)\kappa^2 + (h + \kappa^2 + q^2 - Q)\kappa_x^2 = 0. \quad (35)$$

Общее решение (33) имеет вид

$$m_{\kappa}^x = \sum_{n=1}^3 (A_n e^{iq_n y} + C_n e^{-iq_n y}), \quad m_{\kappa}^y = \sum_{n=1}^3 (B_n e^{iq_n y} + D_n e^{-iq_n y}), \quad (36)$$

где  $q_n$  — корни уравнения (35), а коэффициенты  $A_n, B_n, C_n, D_n$  связаны соотношениями

$$\begin{aligned} B_n &= -\frac{1}{\kappa_x q_n} \left[ (h + \kappa^2 + q_n^2)(\kappa^2 + q_n^2) + \kappa_x^2 \right] A_n, \\ D_n &= \frac{1}{\kappa_x q_n} \left[ (h + \kappa^2 + q_n^2)(\kappa^2 + q_n^2) + \kappa_x^2 \right] C_n. \end{aligned} \quad (37)$$

Выделяя в (33) слагаемые  $\sim \exp(\kappa y)$  и  $\exp(-\kappa y)$  и приравнявая их нулю, находим еще два граничных условия для намагниченности. Совместно с (34) они дают полную систему уравнений для определения независимых коэффициентов в (36). Равенство нулю определителя этой системы является условием неустойчивости однородного состояния ферромагнитной пленки с  $M_0 \parallel H_s$ . Как и ранее, приведем аналитические результаты для случаев толстых и тонких ферромагнитных пленок.

Для толстых ферромагнитных пленок ( $L \gg 1$ ) достаточно учесть вклад в (36) медленно меняющегося по  $y$  решения с

$$q_1^2 \cong \frac{h - Q + \kappa^2}{h(h + 1 - Q)} (h\kappa^2 + \kappa_x^2). \quad (38)$$

Тогда условие неустойчивости однородной фазы сводится к трансцендентному уравнению

$$(h\kappa^2 + \kappa_x^2) \operatorname{tg} q_1 L + h\kappa q_1 + \zeta \frac{|\kappa_z|}{q_1} \left( \kappa_x^2 + \frac{h\kappa^2}{h + 1 - Q} \right) \cong 0. \quad (39)$$

Поскольку  $q_1 \sim \pi L^{-1} \ll \kappa$ , то решение (39) будет следующим

$$\bar{\xi} = Q - h = \kappa^2 + \frac{Q}{(Q + \cos \varphi)\kappa^2} \left( \frac{\pi^2}{L^2} - 2\zeta \frac{\kappa}{L} |\sin \varphi| \right), \quad (40)$$

где  $\varphi = \operatorname{arctg}(\kappa_z/\kappa_x)$ . Минимизируя  $\bar{\xi}$  по  $\kappa$  и  $\varphi$ , находим критическое поле  $h_c$  и волновой вектор критической моды  $\kappa_c(\kappa_c, \varphi_c)$ . Поскольку «магнитоупругий» модуль  $\zeta = [64\pi^4(1 + 2|\kappa_z|/\kappa)]^{-1} < 1/64\pi^4 \sim 10^{-4}$ , то  $h_c$  и  $\kappa_c$  практически не отличаются от найденных в [4], а полярный угол

$$\varphi_c \cong \frac{\kappa_c L (Q + 1)}{32\pi^6} \quad (41)$$

очень мал. Например, для ферромагнитных пленок с  $Q > 1$  толщиной  $L = 50 \mu\text{m}$   $\varphi_c$  порядка половины градуса. Очевидно, вихревая структура не оказывает заметного влияния на критическое поле и структуру критической моды в силу слабого взаимодействия упругой и магнитной подсистем.

Для тонких ферромагнитных пленок ( $q_n L \ll 1$ ) условие неустойчивости однородного состояния с точностью до членов порядка  $\kappa L$  включительно имеет вид

$$\bar{\xi} - 1\kappa^2 + \zeta \frac{|\kappa_z|L}{2} \cong 0. \quad (42)$$

В (42) отсутствуют слагаемые, описывающие зависимость  $\bar{\xi}$  от  $\varphi$  при  $\zeta = 0$ , так как они имеют порядок  $\kappa^2 L^2$ . Формально минимизация  $\bar{\xi}$  по  $\kappa$  дает критический период, однако он пропорционален  $\zeta$  и настолько велик, что соответствующая ему доменная структура никакого интереса не представляет. Критический угол  $\varphi_c$  с учетом поправок в (42) порядка  $\kappa^2 L^2$ , как и в случае толстых пленок, получается малым. Таким образом, взаимодействие с вихрями не сказывается на структуре критической моды и поле перехода в тонких ферромагнитных пленках.

Таким образом, при анализе доменной структуры в окрестности критической точки, когда амплитуда неоднородности намагниченности мала, связью намагниченности с вихревой решеткой можно пренебрегать. Отметим, однако, что с уменьшением поля подмагничивания амплитуда неоднородности намагниченности доменов растет, и ситуация в структурах с достаточно толстыми ферромагнитными пленками может измениться. Во-первых, с увеличением переменной намагниченности доменов линейное по  $m$  выражение для «магнитоупругой» энергии (26) станет несправедливым. Во-вторых, возникает необходимость учета нелинейного вклада в упругую энергию решетки вихрей. В-третьих, наконец, достаточно большое магнитное поле  $H > H_{c1}$ , создаваемое развитой доменной структурой, может привести к появлению дополнительных вихрей и проникновению магнитного потока в сверхпроводник.

4. Отвлечемся от взаимодействия намагниченности с вихревой решеткой и рассмотрим, как меняются параметры полосовой доменной структуры в ферромагнитной пленке с малой одноосной анизотропией вследствие выталкивания магнитного потока из прилегающего к ней массивного сверхпроводника второго рода.

Чтобы качественно оценить влияние сверхпроводника на доменную структуру, вычислим смещение точки перехода из однородной фазы в неоднородную и размер однодоменности пленок с малой одноосной магнитной анизотропией ( $Q \ll 1$ ). Доменная структура ферромагнитных пленок с фактором качества  $Q \ll 1$  является структурой закрытого типа с ярко выраженными замыкающими доменами, поэтому поля рассеяния вне магнетика малы. Однако относительная разница энергий однородной и доменной фаз для них также невелика. В силу этого степень влияния сверхпроводника на магнитные домены можно выяснить лишь с помощью расчета. Для простоты ограничимся анализом симметричной структуры, в которой магнитная пленка покрыта сверхпроводящим материалом с обеих сторон. Тогда расчет критического поля и распределения намагниченности критической моды сводится к решению системы уравнений (5) из [4]. Для толстых пленок ( $L \gg 1$ ) критическое значение поля  $h_c$  и обратный период критической моды  $\kappa_c$  оказываются следующими:

$$\begin{aligned} \bar{\xi}_c &= Q - h_c = \bar{\xi}_{c0} + \bar{\xi}_{c1}, & \kappa_c &= \kappa_{c0} + \kappa_{c1}, \\ \bar{\xi}_{c0} &\cong \frac{2\pi}{L} \sqrt{Q}, & \kappa_{c0}^4 &\cong \frac{\pi^2}{L^2} Q, \\ \bar{\xi}_{c1} &\cong -\frac{4\pi^2 \delta(\kappa_{c0})}{L^3} Q, & \kappa_{c1} &\cong -\frac{\kappa_{c0} \delta^3(\kappa_{c0})}{2L}. \end{aligned} \quad (43)$$

Величина  $\delta(\kappa) = \lambda_L / \sqrt{1 + \kappa^2 \lambda_L^2}$  описывает влияние сверхпроводящих покрытий.

Максимально возможный сдвиг точки фазового перехода

$$\Delta = \left| \left[ \bar{\xi}_c(\lambda_L \rightarrow \infty) - \bar{\xi}_c(\lambda_L \rightarrow 0) \right] / \bar{\xi}_c(\lambda_L \rightarrow \infty) \right| \cong 2\pi^{1/2} L^{-3/2} Q^{1/4}. \quad (44)$$

Вследствие высокой корневой зависимости от  $Q$  относительный сдвиг точки перехода  $\Delta$  для магнетиков с  $Q \ll 1$  в широкой области из-

менения  $Q$  по порядку величины не отличается от аналогичного параметра для пленок с  $Q > 1$  и  $Q \gg 1$ . При толщине ферромагнитного слоя  $L = 3 \mu\text{m}$  относительный сдвиг  $\Delta \sim 10^{-2}$ , так что в пленках железо-иттриевого граната с намагниченностью насыщения  $4\pi M_0 = 1750 \text{ Gs}$  можно ожидать смещения поля фазового перехода порядка  $10 \text{ Oe}$ . Этот сдвиг велик по сравнению с шириной линии однородного магнитного резонанса и, по-видимому, может быть измерен экспериментально спин-волновыми методами. При увеличении толщины ферромагнитной пленки на порядок величина смещения поля перехода становится порядка ширины резонансной линии, и определение его методом ферромагнитного резонанса затруднительно.

В изолированных тонких ферромагнитных пленках с  $Q < 1$  доменная структура исчезает, если толщина их меньше критической толщины  $L^*$ , совпадающей по порядку величины с шириной доменной границы. Зависимость критической толщины  $L^*$  от параметров пленки детально исследована в [8]. Оценим влияние эффекта Мейсснера на критическую толщину  $L^*$  тонких ферромагнитных пленок с малой одноосной анизотропией. При этом, как и ранее, ограничимся анализом симметричной структуры. Критическая толщина определяется из условия равенства нулю детерминанта системы уравнений (5) в [4], если учесть, что в случае  $Q \ll 1$  период доменной структуры велик и четыре из шести корней характеристического уравнения (3) работы [4] являются малыми. Выражение для нее имеет вид

$$L^* = 2\pi - \frac{\sqrt{Q}}{4} [2 + 3Q\delta(\kappa^*)], \quad (45)$$

где  $\kappa^* = \sqrt{Q}/2$ . Максимально возможное изменение критической толщины

$$\Delta L^* = L^*(\lambda_L \rightarrow 0) - L^*(\lambda_L \rightarrow \infty) \cong \frac{3}{2}Q. \quad (46)$$

Сравнивая (46) с основным членом (45), видим, что изменение критической толщины вследствие выталкивания магнитного потока из сверхпроводящих покрытий в пленках с  $Q \ll 1$  незначительно. Из приведенных оценок можно заключить, что в отличие от ферромагнитных пленок с  $Q > 1$  сверхпроводящие компоненты системы не приводят к каким-либо качественным особенностям доменной структуры в тонких ферромагнитных пленках с малым фактором качества  $Q \ll 1$ .

#### Список литературы

- [1] Береза С.Ю., Горобец Ю.И., Симонов А.А. ФТТ **34**, 6, 1903 (1992).
- [2] Генкин Г.М., Скузоваткин В.В., Токман И.Д. ФТТ **35**, 3, 736 (1993).
- [3] Садриев А.Ф. ФТТ **35**, 8, 2099 (1993).
- [4] Беспятых Ю.И., Василевский В., Гайдек М., Симонов А.Д., Харитонов В.Д. ФТТ **36**, 3, 586 (1994).
- [5] Шмидт В.В., Мкртчян Г.С. УФН **112**, 3, 458 (1974).
- [6] Brandt E.H. J. Low Temp. Phys. **42**, 5/6, 557 (1981).
- [7] Беспятых Ю.И., Василевский В., Гайдек М., Симонов А.Д., Харитонов В.Д. ФТТ **35**, 11, 2983 (1993).
- [8] Holz A., Kronmüller H. Phys. Stat. Sol. **31**, 2, 787 (1969).