© Физика твердого тела, том 37, № 5, 1995
Solid State Physics, vol. 37, N 5, 1995

ЭКРАНИРУЮЩИЕ СВОЙСТВА СЛОИСТОЙ СРЕДЫ ИЗ ПИРЛОВСКИХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ПЛЕНОК

Ю.А.Гененко, А.В.Снежко

Донецкий физико-технический институт
(Поступило в Редакцию 28 июня 1994 г.)

Для описания слоистых сверхпроводников часто употребляется феноменологическая модель Лоренца–Дониака [1] (ЛД модель), в которой функционал свободной энергии записывается в виде

$$F = \frac{\Phi_0^2 s}{32\pi^3\lambda^2} \sum_k \int d^2\rho \left\{ |\nabla\chi_k|^2 + \frac{2}{\Gamma^2 s^2}\Big[1 - \cos(\chi_k - \chi_{k+1})\Big] \right\} + \int d^2\rho dz \frac{H^2}{8\pi}, \tag{1}$$

где Φ_0 — квант магнитного потока, s — период слоистой структуры вдоль оси z, k — номер слоя, ρ и ∇ — соответственно радиус-вектор и градиент в слое, χ_k — градиентно-инвариантная фаза параметра порядка в k-ом слое, $\Gamma = (M/m)^{1/2}$ — параметр анизотропии, M и m — эффективные массы электронов вдоль оси z и в сверхпроводящих слоях соответственно, H — магнитное поле, $\lambda = (mc^2/4\pi n_s e^2)^{1/2}$ — лондоновская глубина проникновения магнитного поля в массивный сверхпроводник с плотностью сверхпроводящих пар n_s. Таким образом, в лондоновском приближении в данной модели фигурируют два характерных параметра длины — λ и s.

Варьирование функционала (1) в работах различных авторов [1–5] приводит к уравнениям, описывающим стопку сверхпроводящих пленок нулевой толщины, связанных джозефсоновскими связями. Описание электродинамики тонкой сверхрпроводящей пленки толщиной $d << \lambda$ в терминах слоя нулевой толщины впервые было предложено Пирлом [6]. В этом рассмотрении полагается формально $d \to 0$ и плотность тока $j \to \infty$, так что поверхностная плотность тока $J = jd$ остается конечной, вследствие чего параллельная компонента поля на слое испытывает скачок. Единственной характерной длиной изменения магнитного поля при этом подходе является $\lambda_\perp = \lambda^2/d$. Эффективная длина $\lambda_\perp$ естественным образом возникает и при описании стопки пирловских пленок [3,4]. В других работах, однако, вместо $\lambda_\perp$ фигурирует другая характерная длина $\Lambda = \lambda^2/s$ [5,7]. Отличие это не столь существенно для ВТСП, где $s \sim d \ll \lambda$, но становится принципиальным, когда речь идет об искусственных многослойных структурах, которые позволяют независимо и в широких пределах менять как s, так и d.

Существенные разногласия имеются, впрочем, также и относительно масштаба, на котором убывает магнитное поле в слоистой среде с $d, s \ll \lambda$. Так, поле точечного $2D$-вихря, полученное в [4], экспоненциально падает на длине $\lambda_\parallel = \lambda(s/d)^{1/2}$, а в работе [8] — на длине λ. В работе же [5] утверждается, что убывание поля в слоистой среде из пирловских пленок вообще носит степенной характер, т.е. поле не экранируется. Таким образом, возникает вопрос: может ли ЛД модель адекватно описывать экранирующие свойства слоистой сверхпроводящей среды, и если может, то какой является характерная глубина экранирования.

Заметим, что точные результаты работы [9], в которой рассматривалось экранирование поля слоистой средой с произвольными толщинами d и s, не дают ответа на поставленные вопросы, так как непрерывность поля на всех границах, принятая в [9], приводит при $d \to 0$ к исчезновению сверхпроводящих слоев, а не к пирловскому пределу. В этом случае, естественно, эффективная глубина проникновения расходятся.

В настоящей работе вопрос о проникновении слабого однородного магнитного поля в слоистую среду рассматривается в простейшей геометрии. Пусть сверхпроводник занимает полупространство $x > 0$, заполненное сверхпроводящими слоями нулевой толщины с координатами $x_k = ks$, где $k = 0, 1, 2\ldots$, а магнитное поле $\mathbf{H} = \operatorname{rot}\mathbf{A}$ в левом полупространстве однородно и направлено по оси z, где $\mathbf{A}$ — векторпотенциал. Следуя [5,7], уравнение Лондонов для вектор-потенциала в этой системе запишем в виде

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{A} = -\Lambda^{-1}\sum_k \mathbf{A}\delta(x - x_k). \qquad (2)$$

Заметим, что если принять для объемной плотности сверхпроводящих пар $n_s = nd/s$, где n — плотность пар в слое, как предложено в [7], то $\Lambda = \lambda_\perp$ и результаты работ [3,4,7] согласуются. В данной геометрии $\mathbf{H} = (0, 0, H(x))$, $\mathbf{A} = (0, \psi(x), 0)$ и уравнение (2) принимает вид уравнения Шредингера в модели Кронига–Пенни [10]

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \psi\sum_k \Lambda^{-1}\delta(x - x_k), \qquad (3)$$

т.е. для потенциала в виде дираковской потенциальной гребенки [11]. Джозефсоновские связи между слоями, которые могут возникнуть при уменьшении s до масштаба ξ, не меняют уравнений, так как в данной геометрии экранирующие токи текут параллельно слоям, и поэтому фаза сверхпроводящего параметра порядка в отсутствие вихрей может быть выбрана равной нулю во всех слоях.

Нас интересуют решения уравнения (3), исчезающие при $x \to +\infty$. Для поиска таких решений рассмотрим сначала уравнение (3) для бесконечной слоистой среды, т.е. подразумевая в (3) суммирование по k от $-\infty$ до $+\infty$. Для такой периодически симметричной системы с периодом s, согласно теореме Флоке [11], существуют такие решения, при которых $\psi(x + s) = \mu\psi(x)$, где μ — некоторое число. Для нахождения μ рассмотрим уравнение (3) на отрезке $[0, s]$. Непрерывность решения, вытекающая из конечности поля, и скачок производной ψ при $x = s$, следующий из (3), дают уравнения

$$\begin{cases} \psi(s-0) = \mu\psi(+0), \\ \Big(\psi'(s-0) + \psi(s-0)\Big)/\Lambda = \mu\psi'(+0). \end{cases} \qquad (4)$$

Фундаментальное решение однородного уравнения (3) имеет вид $\psi_0(x) = A + Rx$. Подставляя ψ_0 в (4), получаем систему линейных уравнений для коэффициентов A и B, условием разрешимости которой является равенство нулю детерминанта системы. Это условие дает

$$\mu_{\pm} = 1 + (s/2\Lambda) \pm \sqrt{(s/2\Lambda)^2 + s/\Lambda}, \tag{5}$$

где $\mu_+ > 1$ соответствует решению, растущему при $x \to +\infty$, а $0 < \mu_- < 1$ — убывающему решению.

Возвращаясь к задаче о полупространстве, сольем убывающее решение с вектор-потенциалом однородного поля в левом полупространстве $\psi = H_0 x + r$, где r — константа. В правом полупространстве в силу теоремы Флоке имеем

$$\psi(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \mu_-^k \psi_0(x - ks)\vartheta(x - ks)\vartheta\Big((k+1)s - x\Big). \tag{6}$$

Из граничных условий (4) при $x = 0$ находим

$$A = r = -H_0\Lambda(1 - \mu_-), \quad B = H_0(1 - \mu_-)^2\Lambda/s. \tag{7}$$

Отсюда для магнитного поля имеем

$$H = \begin{cases} H_0, & x < 0, \\ H_0(1 - \mu_-)^2(\Lambda/s)\mu^k, & ks \leqslant x \leqslant (k+1)s. \end{cases} \tag{8}$$

Определяя эффективную глубину проникновения магнитного поля обычным образом [12], находим

$$\lambda_{\text{eff}} = H_0^{-1} \int H(x)dx = \Lambda(1 - \mu_-). \tag{9}$$

Пользуясь (5), легко видеть, что при $s \ll \Lambda$ воспроизводится результат Клема [4] $\lambda_{\text{eff}} = \lambda_{\|}$, а при $s \gg \Lambda$ $\lambda_{\text{eff}} = \Lambda$. Таким образом, прямые вычисления подтверждают экранирующие свойства слоистой среды, набранной из сверхпроводящих пленок нулевой толщины, с длиной экранирования (9), полученной при произвольном соотношении Λ и s.

Список литературы

[1] Lawrence W.E., Doniach S. Proc. 12th Int. Conf. on Low Temp. Phys. / Ed. E.Kanda. Kyoto (1971). P. 361–362.
[2] Ефетов К.Б. ЖЭТФ **76**, *5*, 1781 (1979).
[3] Buxdin A., Feinberg D. J. Phys. France **51**, *9*, 1971 (1990).
[4] Clem J.R. Phys. Rev. **B43**, *10*, 7846 (1991).
[5] Fischer K.H. Physica C **178**, *1–3*, 161 (1991).
[6] Pearl J. Appl. Phys. Lett. **5**, *1*, 65 (1964).
[7] Feinberg D. Physica C **194**, *1–3*, 126 (1992).
[8] Feigelman M.V., Geshkenbein V.B., Larkin A.I. Physica C **167**, *1–3*, 177 (1990).
[9] Гененко Ю.А., Медведев Ю.В. СФХТ **5**, *1*, 46 (1992).
[10] Kronig R. de L., Penny W. Proc. Roy. Soc. **130**, *1*, 499 (1931).
[11] Флюгге З. Задачи по квантовой механике. М. (1974). Т. 1.
[12] Жен П., де. Сверхпроводимость металлов и сплавов. М. (1968).