

УДК 537.621.4

©1995

СТРУКТУРА ОДНОМЕРНЫХ ДОМЕННЫХ ГРАНИЦ ОДНООСНОГО ФЕРРОМАГНЕТИКА

П. П. Шатский

Донецкий физико-технический институт АН Украины

(Поступила в Редакцию 19 июля 1994 г.

В окончательной редакции 11 октября 1994 г.)

В модели бесконечного одноосного ферромагнетика исследована изолированная доменная граница. В пределе больших факторов качества получены аналитические решения, описывающие новые типы доменных границ. Эти границы состоят из ядра и двух ответвлений. Исследование проводилось с помощью уравнения траектории намагниченности в конфигурационном пространстве и уравнения пространственной развертки траектории. Предложенный метод обладает значительной общностью и может быть использован при изучении широкого класса нелинейных задач.

Исследование одномерных доменных границ (ДГ) одноосного ферромагнетика мы проведем в рамках постановки задачи, предложенной Ландау и Лифшицем [1,2]. Имеем бесконечный одноосный ферромагнетик OZ — легкая ось, ось OX нормальна к поверхности ДГ, энергию запишем в виде

$$e = \int dx \left[A \left(\frac{dm}{dx} \right)^2 - K m_z^2 + 2\pi M^2 m_x^2 \right], \quad (1)$$

где A и $K > 0$ — константы неоднородного обмена и одноосной анизотропии, $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M$, \mathbf{M} — вектор намагниченности, M — намагниченность насыщения, последнее слагаемое — энергия магнитодипольного взаимодействия. В доменах вектор намагниченности однороден и направлен по или против легкой оси [1,2]

$$\mathbf{M}_{1,2} = M(0, 0, \pm 1), \quad (2)$$

где индексы 1,2 классифицируют домены.

Анализ удобно проводить с помощью угловых переменных, поэтому пусть

$$\mathbf{m} = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta), \quad (3)$$

тогда энергия (1) представляется следующим выражением:

$$e = \int dx(T - U),$$

$$T = A \left[\left(\frac{d\theta}{dx} \right)^2 + \sin^2 \theta \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2 \right], \quad U = K \cos^2 \theta - 2\pi M^2 \sin^2 \theta \cos^2 \varphi. \quad (4)$$

Граничные условия задачи имеют стандартный вид ^[1,2]

$$\begin{aligned} \theta_1 = 0, \quad \theta_2 = \pi, \\ \frac{d\theta}{dx} \Big|_{1,2} = 0, \quad \sin \theta \frac{d\varphi}{dx} \Big|_{1,2} = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Условие, накладываемое на производную $d\varphi/dx$ в (5), показывает, что эта производная должна быть ограничена в домене.

Плотность магнитной энергии не зависит явно от пространственной переменной, поэтому в задаче имеется интеграл

$$T + U = U_0, \quad (6)$$

где U_0 — константа интегрирования, и вместо вариационного принципа

$$\delta e = 0 \quad (7)$$

система может быть описана вариационным принципом

$$\delta \sigma = 0, \quad (8)$$

$$\sigma = 2 \int \sqrt{A(U_0 - U)(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)},$$

где δ обозначает вариационную производную, σ — поверхностная плотность энергии ДГ.

Принцип (8) позволяет находить траекторию намагниченности в конфигурационном пространстве (переход от (7) к (8) можно найти, например, в ^[3-5]). Пространственная развертка траектории находится с помощью интеграла (6), где T и U определены в (4).

Чтобы избежать недоразумений подчеркнем, что мы не используем определение для σ как определение для элемента длины в конфигурационном пространстве. Мы будем считать, что это пространство является евклидовым, а принцип (8) просто задает некоторые кривые в нем (хотя полезно отметить наличие связи между длиной линии в конфигурационном пространстве и энергией ДГ). Можно, конечно, считать θ и φ криволинейными координатами, но тогда неудобно давать графическое изображение системы. Результаты задачи совершенно не зависят от выбора геометрии, за исключением только названий экстремалей (8) в криволинейных координатах, с метрикой, задаваемой через σ , эти экстремали являются геодезическими линиями.

В основе нашего решения лежит принцип (8). Граничные условия для θ даны в (5), а производная $d\varphi/d\theta$ (или $d\theta/d\varphi$), как следует из (5), является неопределенной величиной.

Исследование частных случаев $\theta = \text{const}$ и $\varphi = \text{const}$ общеизвестно ^[6], поэтому мы остановимся на общем случае и найдем уравнение экстремалей (8) вида $\theta = \theta(\varphi)$ или $\varphi = \varphi(\theta)$.

1. Уравнение траектории

Вариационное уравнение (8) может быть записано в следующем виде

$$\frac{d^2\theta}{d\varphi^2} 2aV + \left(\frac{d\theta}{d\varphi}\right)^3 a^2 \frac{\partial V}{\partial \varphi} - \left(\frac{d\theta}{d\varphi}\right)^2 \left(a \frac{\partial V}{\partial \theta} - V \frac{\partial a}{\partial \theta}\right) + \frac{d\theta}{d\varphi} a \frac{\partial V}{\partial \theta} - \frac{\partial V}{\partial \theta} = 0, \quad (9)$$

где $a = 1/\sin^2 \theta$, $V = \sin^2 \theta (U_0 - U)$.

Преобразуем уравнение (9) к удобному для исследования виду. Для этого вначале умножим все уравнение на $d\theta/d\varphi$, а затем к полученному соотношению прибавим и вычтем слагаемое $(1 + a(d\theta/d\varphi)^2)\partial V/\partial \varphi$ (т.е. прибавим к уравнению «нетривиальный» нуль). После преобразований вариационное уравнение можно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial V}{\partial \varphi} - \frac{d}{d\varphi} \frac{V}{\frac{1}{\sin^2 \theta} \left(\frac{d\theta}{d\varphi}\right)^2 + 1} = 0. \quad (10)$$

Умножая (10) на $d\varphi$, интегрируя полученное выражение вдоль траектории намагниченности (L) и проводя простые преобразования, а также учитывая интеграл (6), мы можем записать уравнение траектории совместно с уравнением ее пространственной развертки. В результате эта система уравнений имеет вид

$$\frac{d\theta^2}{\sin^2 \theta \int_{(L)} \frac{\partial V}{\partial \theta} d\theta} = \frac{d\varphi^2}{\int_{(L)} \frac{\partial V}{\partial \varphi} d\varphi},$$

$$\frac{dx^2}{A} = \frac{\sin^2 \theta d\theta^2}{\int_{(L)} \frac{\partial V}{\partial \theta} d\theta}. \quad (11)$$

При выводе (11) было использовано тождество

$$V \Big|_{\theta_1, \varphi_1}^{\theta, \varphi} = \int_{(L)} dV = \int_{(L)} \frac{\partial V}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial V}{\partial \varphi} d\varphi, \quad (12)$$

которое позволяет не выделять ни одной из переменных. Нижний предел в (12) соответствует состоянию домена (для определенности это точка P_1 с координатами $\theta_1 = 0$ и $\varphi_1 = -\pi/2$), а верхний — текущая точка траектории. Пределы в (11) соответствуют пределам в (12).

Система уравнений (11) является фундаментальной в предлагаемом методе изучения нелинейных задач. Первое выражение представляет собой уравнение траектории, а второе — уравнение пространственной развертки траектории. В данной работе мы не будем проводить общий анализ этих уравнений, но воспользуемся аналогией между механическими задачами и задачами, исследующими статические структуры ДГ [6].

В механике подобными уравнениями могут быть описаны системы, характеризующиеся двумя динамическими переменными и движущиеся в потенциальной яме, например двумерный осциллятор с начальными условиями, отвечающими точке поворота. При этом величина V является потенциальной энергией, формирующейся внешними полями (члены, зависящие только от одной переменной) и полями взаимодействия (члены, зависящие от обеих переменных). Тогда интеграл по $d\theta^2$ представляет собой изменение потенциальной энергии θ -подсистемы, а интеграл по $d\varphi^2$ соответственно изменение потенциальной энергии φ -подсистемы. При решении системы (11) мы будем использовать эту аналогию.

2. Структура ДГ

Вначале рассмотрим два частных случая.

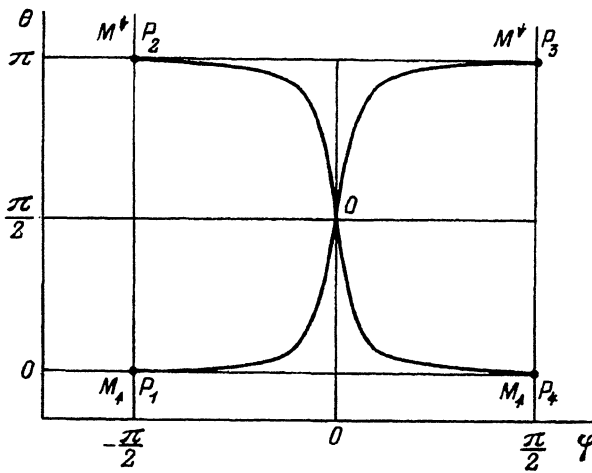
а) $\theta = \text{const}$. Решения описывают однородно намагниченные состояния и совпадают с граничными условиями задачи.

б) $\varphi = \text{const}$. Устойчивыми экстремалами являются ДГ со структурой, впервые описанной Ландау и Лифшицем [1,2]. В этих ДГ угол φ постоянен и равен $\varphi = \pi/2 + \pi n$, $n = 0, \mp 1, \pm 2, \dots$ (мы ограничимся $n = 0, -1$), а угол θ изменяется от 0 до π (или от π до 0). Из решения Ландау-Лифшица следует, что вырождение однородно намагниченных состояний одноосного ферромагнетика по углу φ снимается и при наличии доменной структуры этот угол в доменах равен $\varphi = \mp \pi/2$.

Исследуем теперь общий случай и найдем экстремали (8) вида $\theta = \theta(\varphi)$ или $\varphi = \varphi(\theta)$. Вначале качественно обсудим этот вопрос. Домены могут находиться в состояниях $P_1 - P_4$ (см. рисунок) ДГ со структурой Ландау-Лифшица (так называемые блоховские границы) представлены прямыми линиями $\varphi = \mp \pi/2$, соединяющими соответственно точки P_1 и P_2 и точки P_4 и P_3 . Интересующие нас одномерные ДГ будут изображаться некоторыми кривыми, соединяющими доменные состояния с противоположными направлениями вектора намагниченности. Допустим, что один домен находится в состоянии P_1 , тогда другой может находиться или в P_2 , или в P_3 . Из чисто геометрических соображений понятно, что существуют линии общего вида, соединяющие эти точки, поэтому одномерные ДГ с $\theta = \theta(\varphi)$ также существуют. С физической точки зрения существование ДГ с $\theta = \theta(\varphi)$ связано с магнитодипольным барьером.

Поверхность энергии магнитодипольного взаимодействия имеет форму шатра, вершина которого расположена в точке $\theta = \pi/2$, $\varphi = 0$ (в этой точке однородная часть магнитной энергии максимальна). Основание шатра окружено двумя типами ложбин: плотность однородной части магнитной энергии вдоль одного типа (линии P_1P_4 и P_2P_3) постоянна и абсолютно минимальна (в этих ложбинах расположены доменные состояния), а вдоль ложбин другого типа (линии P_1P_2 и P_4P_3) изменяется только энергия анизотропии, а магнитодипольная энергия равна нулю (в этих ложбинах расположены блоховские границы).

Такая форма магнитодипольного барьера, возможно, делает неустойчивыми ДГ с $\theta = \theta(\varphi)$, соединяющие домены с одинаковым значением угла φ , относительно перехода в ДГ со структурой Ландау-Лифшица. Допустим, что ДГ с $\theta = \theta(\varphi)$ представляется линией, со-



Конфигурационное пространство состояний вектора намагниченности.

Плотность однородной части магнитной энергии минимальна вдоль линий $\theta = 0, \pi$ (они соответствуют однородно намагниченным ферромагнетикам). В доменных структурах вырождение однородных состояний по углу φ снимается, и домены представляются рядом точек типа $P_1 - P_4$. В доменах, задаваемых точками P_1 и P_4 , намагниченность направлена вверх, а в доменах P_2 и P_3 — вниз. ДГ со структурой Ландау-Лифшица представлены линиями $\varphi = -\pi/2$ и $\pi/2$, соединяющими соответственно точки P_1 и P_2 и точки P_4 и P_3 . Эти ДГ разделены магнитодипольным потенциальным барьером, достигающим максимума вдоль линии $\varphi = 0$. Новые ДГ представляются кривыми линиями, соединяющими домены $P_1 - P_4$: ДГ I соединяют домены с одинаковым φ , а ДГ II — перекрестные домены. На рисунке для каждого домена приведена только часть новых ДГ, выходящих из него.

единяющей точки P_1 и P_2 (на рисунке это линия P_1OP_2). Длина линии может быть связана с поверхностной плотностью энергии ДГ, которая должна быть экспериментальна (локально минимальна). Поэтому линия, представляющая ДГ, находится в «напряженном» состоянии. Магнитодипольный барьер может не препятствовать этому сжатию, и ДГ с $\theta = \theta(\varphi)$, соединяющая домены P_1 и P_2 , будет сползать в ложбину $\varphi = -\pi/2$, где она перейдет в ДГ со структурой Ландау-Лифшица. Дальнейшему сжатию линии препятствует потенциальный барьер одноосной анизотропии.

ДГ, которые соединяют «перекрестные» домены, например доменные состояния P_1 и P_3 , магнитодипольный барьер стабилизирует. В этом случае часть линии, близкая к точке P_1 , скатывается в ложбину P_1P_2 , а часть линии, близкая к точке P_3 , скатывается в ложбину P_4P_3 (существует также возможность скатывания этих частей соответственно в «доменные» ложбины P_1P_4 и P_2P_3).

Стремление ДГ иметь минимальную энергию и находиться в равновесии приводит к тому, что функция $\theta = \theta(\varphi)$ для ДГ, соединяющих «перекрестные» домены, является антисимметричной: $\theta(\varphi) = -\theta(-\varphi)$, тогда противоположные части ДГ будут в одинаковой мере свешиваться со склонов магнитодипольного барьера. Понятно, что длина линии «минимизируется» с учетом магнитодипольного барьера и она, конечно, больше прямых линий P_1P_2 и P_4P_3 , т.е. ДГ с $\theta = \theta(\varphi)$ могут быть только метастабильными, так как в системе существуют ДГ с меньшей энергией.

Подчеркнем еще раз, что существование ДГ, внутри которых изменяются оба угла, обусловлено магнитодипольным взаимодействием. Если выключить это взаимодействие, то форма потенциального барьера, разделяющего доменные состояния, позволяет существовать только ДГ со структурой Ландау-Лифшица.

Получим теперь аналитическое решение задачи. В нашем случае

$$V = \sin^2 \theta (U_0 - U) = K \sin^4 \theta (1 + \varepsilon \cos^2 \varphi),$$

поэтому уравнения (11) запишутся в виде

$$\frac{d\theta^2}{\sin^2 \theta \int_{(L)} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin^4 \theta (1 + \varepsilon \cos^2 \varphi) d\theta} = \frac{d\varphi^2}{\varepsilon \int_{(L)} \frac{\partial}{\partial \varphi} \sin^4 \theta \cos^2 \varphi d\varphi},$$

$$(dx')^2 = \frac{\sin^2 \theta d\theta^2}{\int_{(L)} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin^4 \theta (1 + \varepsilon \cos^2 \varphi) d\theta}, \quad (13)$$

где $x' = x/\Delta$, $\Delta = (A/K)^{1/2}$, $\varepsilon = 1/Q = 2\pi M^2/K$.

Пусть $\varepsilon \ll 1$ (случай больших факторов качества), тогда можно пренебречь вкладом энергии взаимодействия в энергию θ -подсистемы (этот вклад порядка ε , а энергия этой подсистемы во внешнем поле порядка единицы), а изменение энергии φ -подсистемы можно считать равным полному изменению энергии взаимодействия всей системы (т.е. к слагаемому порядка ε мы добавляем еще одно слагаемое порядка ε). Другими словами, в этом приближении в виде слабой корреляции между переменными θ и φ мы полагаем, что $\theta = \theta(x)$ формируется независимо от переменной φ , которая в свою очередь просто подстраивается потенциалом взаимодействия под соответствующее значение $\theta = \theta(x)$ в каждой точке x .

В рамках нашего приближения уравнения (13) переходят в следующую систему уравнений:

$$\frac{d\theta^2}{\sin^6 \theta} = \frac{d\varphi^2}{\varepsilon \sin^4 \theta \cos^2 \varphi},$$

$$(dx')^2 = \frac{\sin^2 \theta d\theta^2}{\sin^4 \theta}. \quad (14)$$

Решая (14), находим, что траектория намагниченности имеет вид

$$\left| \operatorname{tg} \left(\frac{\theta}{2} \right) \right|^{\mp \sqrt{\varepsilon}} = R \left| \operatorname{tg} \left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right|, \quad (15)$$

а пространственная развертка траектории представляется выражением

$$F(x' - x'_0) = \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{\theta}{2} \right) \right|, \quad (16)$$

где x'_0 и $R > 0$ — константы. Следует отметить, что траектория намагниченности определена точнее чем до членов порядка ε , так как «глобальное» приближение для произвольной части траектории, задаваемое оценочным значением интеграла, локально уточняется, поскольку

мы решаем дифференциальное уравнение. Пространственная развертка траектории определена с точностью до нулевых по ε слагаемых, но, используя траекторию (15), можно при необходимости улучшить точность решения.

Итак, совокупность соотношений (15) и (16) представляет собой общее решение, описывающее ДГ с $\theta = \theta(\varphi)$. Таким образом, с учетом частных случаев $\theta = \text{const}$ и $\varphi = \text{const}$ мы получим полное решение задачи Ландау–Лифшица при больших значениях фактора качества. Граничных условий недостаточно для определения констант x'_0 и R .

Постоянная x'_0 характеризует положение центра ДГ, и в статике обычно полагается, что $x'_0 = 0$ — центр ДГ находится в начале координат. Наиболее простой путь определения константы R состоит в использовании результатов качественного анализа задачи, где было показано, что для ДГ с перекрестными доменами $\theta(\varphi) = -\theta(-\varphi)$ и траектория намагниченности с необходимостью проходит через точку $\theta = \pi/2$, $\varphi = 0$. Учитывая этот факт из (15), находим, что $R = 1$. Существует также еще один путь определения R : подставить (15) в (8) и проминимизировать σ по этому параметру.

Равенство параметра R единице подразумевает совпадение центров пространственного распределения для обоих угловых переменных. В статике это естественно, а в динамике центры распределения могут смещаться друг относительно друга и соответственно параметр R характеризует динамическую реакцию ДГ. Подобное исследование этого вопроса выходит за рамки данной работы.

С учетом сказанного выпишем окончательные выражения для траектории намагниченности

$$\left| \text{tg} \left(\frac{\theta}{2} \right) \right|^{\mp \sqrt{\varepsilon}} = \left| \text{tg} \left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| \quad (17)$$

и для пространственной развертки траектории

$$Fx' = \ln \left| \text{tg} \left(\frac{\theta}{2} \right) \right|. \quad (18)$$

Напомним, что в (17) выписаны все типы траектории намагниченности в ДГ с $\theta = \theta(\varphi)$. Пространственная развертка для каждого типа траектории задается выражением (18).

3. Обсуждение результатов

Траектория намагниченности показана на рисунке. Видно, что присутствуют как ДГ с одинаковым значением угла φ в доменах (далее ДГ I), так и ДГ, в которых угол φ отличается на π (далее ДГ II). Качественный анализ, проведенный выше, показывает, что ДГ I могут оказаться неустойчивыми относительно перехода в ДГ со структурой Ландау–Лифшица. ДГ II, как следует из структуры потенциального барьера, устойчивы относительно перехода в блоховские границы.

Подчеркнем, что выводы об устойчивости ДГ I и ДГ II являются только качественными. Последовательное изучение устойчивости полученных макромагнитных решений относительно неоднородных возмущений связано с серьезными математическими трудностями, обусловленными нелокальным характером магнитодипольного взаимодействия, и в настоящей работе проводить их не будет.

В симметричной классификации ДГ одноосного ферромагнетика, проведенной в [7], ДГ II относятся к классу $G^{(11)}$. Компоненты вектора намагниченности в этом симметричном классе обладают следующими трансформационными свойствами:

$$M_x(x) = M_x(-x), \quad M_y(x) = -M_y(-x), \quad M_z(x) = -M_z(-x).$$

ДГ I относятся к классу $G^{(10)}$ и в симметричном отношении отличаются от ДГ класса $G^{(11)}$ симметричным характером функции $M_y = M_y(x)$ (трансформационные свойства других компонент намагниченности остаются неизменными).

Используя выражения (17), (18), можно выписать функциональные зависимости угловых переменных для ДГ I и ДГ II. Вначале рассмотрим ДГ II. Структура этих границ описывается следующими парами функций:

$$\theta = 2 \arctg e^{x'}, \quad \varphi = -\frac{\pi}{2} + 2 \arctg e^{\sqrt{\epsilon}x'}, \quad (19a)$$

$$\theta = 2 \arctg e^{x'}, \quad \varphi = -\frac{\pi}{2} + 2 \arctg e^{-\sqrt{\epsilon}x'}, \quad (19b)$$

$$\theta = 2 \arctg e^{x'}, \quad \varphi = -\frac{3\pi}{2} + 2 \arctg e^{\sqrt{\epsilon}x'}, \quad (19c)$$

$$\theta = 2 \arctg e^{x'}, \quad \varphi = -\frac{3\pi}{2} + 2 \arctg e^{-\sqrt{\epsilon}x'}. \quad (19d)$$

В центре ДГ, описываемых выражениями (19a), (19b), вектор $\mathbf{m} = (1, 0, 0)$, а в центре ДГ, задаваемых выражениями (19c), (19d), $\mathbf{m} = (-1, 0, 0)$. Отметим, что при записи ДГ II расположение доменов было фиксировано.

Структура ДГ I при фиксированном расположении доменов также задается четырьмя парами функций, но мы выпишем только одну, а из сопоставления с предыдущим случаем нетрудно получить и другие пары:

$$\theta = 2 \arctg e^{x'},$$

$$\varphi = \begin{cases} x' < 0, & -\frac{\pi}{2} + 2 \arctg e^{\sqrt{\epsilon}x'}, \\ x' \geq 0, & -\frac{\pi}{2} + 2 \arctg e^{-\sqrt{\epsilon}x'}. \end{cases} \quad (20a)$$

Как видно, в ДГ I производная $d\varphi/dx$ в центре ДГ претерпевает разрыв.

Новые ДГ, как видно, состоят из ядра и двух ответвлений. В ответвлениях происходит резкое изменение угла φ , а угол θ практически не изменяется. Поэтому в ответвлениях в основном изменяются компоненты m_x и m_y вектора намагниченности. В центральной части ДГ

резко изменяется угол θ , что вызывает резкое изменение всех компонент вектора намагниченности.

Существование такой структуры у ДГ обусловлено различными масштабами характерных изменений компонент вектора намагниченности, что следует из (3) и функциональных зависимостей угловых переменных. Используя (17), (18), (3) и (8), можно определить как характерные размеры составных «частей» ДГ, так и поверхностную плотность энергии ДГ. В настоящей работе мы этого делать не будем.

Интересно отметить, что траектория, начинаясь в точке ветвления решения (в доменном состоянии), с необходимостью проходит через все ближайшие точки ветвления, часть из которых представляет собой доменные состояния с противоположным направлением вектора намагниченности (по отношению к исходному состоянию), а оставшиеся точки ветвления (как мы увидим позже, исследуя эволюцию ДГ в произвольных магнитных полях) претендуют на роль хранителей информации о системе: каждая из этих точек представляет собой зародыш, из которого при соответствующих условиях могут развиваться все допустимые состояния системы.

Существование в ферромагнитных образцах ДГ, структура которых отличается от структуры блоховских границ, было предсказано Неелем, показавшим, что в тонких ферромагнитных пленках на структуру ДГ существенное влияние оказывают поверхностные поля рассеяния (см. [6] и цитированную там литературу). В этой связи отметим, что ДГ, описанные в настоящей работе, качественным образом отличаются от ДГ, предсказанных Неелем, так как они могут существовать и в массивных ферромагнетиках.

Понятно, что существование в ДГ I или в ДГ II особенностей типа блоховских линий энергетически выгодно. Структура особенностей, если учесть степень вырождения этих ДГ, довольно разнообразна и требует отдельного рассмотрения. В этой связи отметим, что модель Слончевского [8], широко используемая при изучении блоховских линий, не может быть использована в данном случае. Формальной причиной этого является существование связи между угловыми переменными.

При исследовании настоящей проблемы мы придерживались постановки задачи, предложенной Ландау и Лифшицем, но, как видно, для нашего подхода такая постановка слишком детализирована. При изучении изолированных ДГ вполне достаточно определения домена как состояния, в котором неоднородная часть магнитной энергии равняется нулю. Тогда, зная состояние только одного домена (т.е. начальные «скорости» и «координаты»), мы можем исследовать экстремали, описывающие как однородно намагниченные ферромагнетики, так и ферромагнетики с доменной структурой. Образование периодических доменных структур мы обсудим, когда будем рассматривать полное уравнение намагниченности (в данной статье мы ограничиваемся поверхностью $M^2 = \text{const}$). Какая из экстремалей будет реализовываться в тех или иных условиях, зависит от магнитной предыстории ферромагнетика.

Полученные нами решения описывают также экстремали, начальное и конечное состояние которых совпадают (на рисунке это кривые, соединяющие, например, точки P_1 и P_4 , представляющие физически

эквивалентные состояния). Мы не касаемся этих решений, так как они соответствуют чисто солитонным решениям [9], рассмотрение которых выходит за пределы нашей задачи.

Использование полученных результатов для сопоставления с экспериментальными данными пока преждевременно, но, по нашему мнению, существование блоховских линий и структура ДГ в реальных магнетиках (плотная центральная часть и разреженные ответвления) [6,8] свидетельствуют о том, что ДГ I или ДГ II реализуются в практических ситуациях.

В заключение отметим, что наш подход является общим методом исследования нелинейных уравнений некоторого класса вариационных задач. В дальнейшем мы расширим этот класс задач, хотя уже сейчас видно, что наш подход обладает значительной общностью, так как функционалы, подобные (1), часто встречаются в физических задачах. Правда, понятно, что при аналитическом решении задачи важен не только канонический вид квадратичной формы по градиентам обобщенных координат, но и равенство нулю этой квадратичной формы в начальных условиях.

Я искренне признателен Г.Я. Самсоновой и Л.Ф. Черныш за помощь во время моей болезни, Ю.А. Димашко и Е.П. Стефановскому за обсуждение результатов работы, С.Н. Лукину за помощь и дружескую поддержку на заключительной стадии работы.

Эта работа была поддержана грантом Фонда Дж. Сороса, врученным Американским физическим обществом.

Список литературы

- [1] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М. (1982). 620 с.
- [2] Ландау Л.Д. Собрание трудов. М. (1969), Т. 1. С. 128.
- [3] Ланцош К. Вариационные принципы механики. М. (1965). 408 с.
- [4] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. М. (1973). 208 с.
- [5] Дубровин Д.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. М. (1979). 760 с.
- [6] Хуберт А. Теория доменных стенок в упорядоченных средах М. (1977). 306 с.
- [7] Варьяхтар В.Г., Львов В.А., Яблонский Д.А. Препринт ИТФ АН Украины ИТФ-84-41Р. Киев (1984).
- [8] Малоземов А., Слозуски Дж. Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами. М. (1982). 382 с.
- [9] Косевич А.М., Иванов Б.А., Ковалев А.С. Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны. Киев (1983). 189 с.