

УДК 539.4.015.1

©1995

# САМООРГАНИЗАЦИЯ ДИСЛОКАЦИЙ И ЛОКАЛИЗАЦИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ В ПЛАСТИЧЕСКИ ДЕФОРМИРУЕМЫХ КРИСТАЛЛАХ (Обзор)

*Г.А.Малыгин*

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург  
Поступило в Редакцию 30 мая 1994 г.

## СО Д Е Р Ж А Н И Е

### Введение

1. Уравнения эволюции дислокационного ансамбля
  - 1.1. Уравнение непрерывности для движущихся дислокаций
  - 1.2. Самоорганизация дислокационного ансамбля
    - 1.2.1. Пространственная неустойчивость распределения дислокаций
    - 1.2.2. Эволюция ансамбля вблизи критической точки
  - 1.3. Модельные уравнения самоорганизации дислокаций
2. Кинетические процессы, определяющие эволюцию и самоорганизацию дислокационного ансамбля
  - 2.1. Размножение и иммобилизация дислокаций
  - 2.2. Диффузия дислокаций
  - 2.3. Аннигиляция винтовых дислокаций
  - 2.4. Нелокальная диффузия дислокаций
  - 2.5. Деформационное упрочнение и дисперсия скорости дислокаций
3. Локализация скольжения и формирование пространственно неоднородных дислокационных структур
  - 3.1. Линии скольжения
    - 3.1.1. Слоистые дислокационные структуры
    - 3.1.2. Локальные сдвиги в линиях скольжения
  - 3.2. Полосы скольжения

### Заключение

Обзор посвящен проблеме теоретического описания эволюции дислокационного ансамбля в деформируемом кристалле и развития в нем процессов самоорганизации дислокаций, приводящих к локализации скольжения и неоднородному распределению дислокаций в кристалле. Теоретическое обсуждение вопроса основано на системе дислокационно-кинетических уравнений реакционно-диффузионного типа для плотностей подвижных и неподвижных дислокаций. Обсуждаются специфические моменты вывода этих уравнений с учетом топологических особенностей дислокаций как линейных, а не точечноподобных образований. С привлечением экспериментальных данных и теоретических оценок рассмотрены микроскопические процессы, определяющие эволюцию и самоорганизацию дислокационного ансамбля в реальных кристаллах, такие, как размножение, диффузия, аннигиляция и иммобилизация дислокаций. Отдельно обсуждается механизм нелокальной диффузии дислокаций, обусловленный их дальнедействующим взаимодействием. Учет указанных процессов позволяет сформулировать модельное уравнение эволюции дислокационного ансамбля, способное служить в качестве базового уравнения при количественном анализе конкретных явлений, связанных с кооперативным характером процесса пластической деформации, таких, например, как образование линий и полос скольжения на начальной стадии пластической деформации кристаллов. Обсуждению этого вопроса посвящена заключительная часть обзора.

## Введение

Интенсивное исследование деформационных и дислокационных структур в пластически деформированных кристаллах с помощью оптических [1-4], микроскопических (ямки травления [5-11]) и электронно-микроскопических [12-23] методов выявили тесную связь локализации деформации в виде линий и полос скольжения [1-4] с неоднородным распределением дислокаций в кристалле [5-23]. В результате проведенных исследований было установлено, что в зависимости от условий нагружения и структурного состояния материала наблюдается большое разнообразие формирующихся в процессе деформации дислокационных структур различного пространственного масштаба и морфологии. В качестве наиболее известных и хорошо изученных приведем слоистые дислокационные структуры в ориентированных для одиночного скольжения кристаллах [12-15]: ячеистые — при множественном скольжении [12-19], разориентированные и фрагментированные — при больших степенях пластической деформации [20-23], полигонизованные — при высокотемпературной деформации [24-26]. Специфические дислокационные распределения обнаружены также в кристаллах, подвергнутых механической усталости [27-30], и при пластической деформации предварительно облученных, закаленных или деформированных при низкой температуре кристаллов [31-34]. Последующая деформация таких кристаллов сопровождается сильной локализацией деформации в виде грубых линий скольжения с образованием в исходной дефектной структуре бездефектных [31,32] и бездислокационных [33] каналов.

Наблюдаемое на опыте большое разнообразие дислокационных и деформационных структур, их иерархия и пространственная упорядоченность указывают на развитие в процессе пластической деформации кооперативных явлений и процесса самоорганизации дислокаций. Такое поведение дислокационного ансамбля представляется естественным, поскольку, несмотря на топологические особенности дислокаций как линейных, а не точечных образований, дислокационный

ансамбль представляет собой ансамбль взаимодействующих частиц, пространственно-временная эволюция которого, как и в случае других ансамблей, должна определяться взаимодействием частиц друг с другом и со средой, в которую они помещены, а также действием на него внешних сил.

По разнообразию процессов взаимодействия дислокационный ансамбль представляет собой уникальное явление, объединяющее в себе многие процессы, характерные для физических, химических и биологических ансамблей. Так, для любого дислокационного ансамбля типична реакция размножения дислокаций, а также их иммобилизация в виде малоподвижных дислокационных диполей или рекомбинированных дислокационных узлов. Высокая пространственная мобильность винтовых участков расширяющихся дислокационных петель обеспечивает рассеяние и диффузию дислокаций в поперечном к их плоскости скольжения направлении. Наличие у дислокаций механического «заряда» (вектора Бюргера) вызывает развитие в дислокационном ансамбле явлений, характерных для заряженных частиц, таких, например, как аннигиляция и поляризация дислокаций с разными знаками векторов Бюргера. Таким образом, пластически деформируемый кристалл является в некотором смысле дислокационным реактором, соединяющим в себе особенности, присущие другим (физическим, химическим и биологическим) реакторам.

Сейчас намечилось несколько теоретических подходов к изучению эволюции дислокационного ансамбля в деформируемом кристалле и анализу развития в нем процессов самоорганизации дислокаций и локализации скольжения. Первый из них основывается на результатах статистического усреднения дислокационного ансамбля и сформулированных на этой основе кинетических уравнений, описывающих с той или иной степенью подробности эволюцию локальной плотности дислокаций в кристалле [35-58].

В основе второго подхода лежит прямое компьютерное моделирование поведения дислокационного ансамбля, состоящего из дискретных дислокаций, с учетом их далекодействующего и близкодействующего взаимодействия друг с другом и с другими препятствиями (дефектами) в кристалле [59-68]. Очевидно, что второй подход является дислокационным аналогом известного метода молекулярной динамики и получил поэтому название метода дислокационной динамики [64,65]. Наконец, третий подход базируется на теории фракталов и представлении о процессе пластической деформации как случайном, крайне хаотическом процессе образования дискретных линий скольжения [69-71]. В отличие от первых двух подходов, имеющих своей целью описать как происходит переход дислокационного ансамбля с микроскопического уровня на мезоскопический и макроскопический уровни, фрактальный подход ограничивается преимущественно мезоскопическим уровнем развития процесса самоорганизации дислокаций.

В настоящем обзоре основное внимание уделено первому подходу как наиболее богатому по своим возможностям, учитывая накопленный к настоящему времени опыт статистического описания и статистического усреднения различных ансамблей взаимодействующих частиц [72-74] и формирования в них пространственно упорядоченных структур [75-92]. Целью обзора являются краткое, но последовательное обсуждение вопросов, касающихся описания эволюции дислокационного ансамбля с помощью дислокационно-кинетических уравнений, и анализ развития в нем процессов самоорганизации дислокаций, приводящих к локализации скольжения и возникновению пространственно неоднородных дислокационных распределений.

Следует заметить, что топологическая особенность дислокаций как линейных, а не точечных образований затрудняла в течение длительного времени теоретическое рассмотрение этого вопроса и служила почвой для пессимизма относительно возможности количественного описания пластических и прочностных свойств кристаллических материалов с помощью дислокационного механизма. Это описание до недавнего времени базировалось в основном на свойствах индивидуальных дислокаций и не учитывало коллективный характер взаимодействия и поведения дислокаций в реальных условиях пластической деформации.

Еще одно обстоятельство, которое сдерживало и сдерживает сейчас прогресс в этом направлении — это недостаточное количество экспериментальных данных и теоретических сведений относительно элементарных процессов, определяющих эволюцию дислокационного ансамбля в реальном кристалле, таких, как размножение, иммобилизация, диффузия и аннигиляция дислокаций при широком варьировании структурного состояния материала и условий деформирования. Краткому обсуждению этого вопроса посвящен второй раздел настоящего обзора. В заключительном разделе рассмотрены некоторые простые решения приведенных в первом разделе обзора дислокационно-кинетических уравнений, иллюстрирующие процессы самоорганизации дислокаций и локализации скольжения на начальной стадии пластической деформации кристаллов.

## 1. Уравнения эволюции дислокационного ансамбля

Для полного описания пластической деформации кристалла требуется знать в общем случае не только эволюцию с деформацией некоторой средней плотности дислокаций, но также и распределение дислокаций в кристалле. Для этого необходимо иметь кинетическое уравнение или систему кинетических уравнений, описывающих с той или иной степенью точности эволюцию локальной плотности дислокаций с учетом всего многообразия процессов взаимодействия дислокаций друг с другом и с различными препятствиями в кристалле. Обычный путь получения таких уравнений в случае ансамблей точечных частиц состоит в статистическом усреднении ансамбля путем введения функции распределения частиц по тем или иным существенным динамическим параметрам [72–74]. Записав уравнение сохранения для функции распределения с учетом взаимодействия частиц друг с другом и со «средой», можно в качестве первого приближения получить уравнение эволюции для плотности частиц  $\rho$  известного вида

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla j = \Phi(\rho), \quad (1)$$

где  $t$  — время,  $j$  — поток частиц, включающий в себя дрейфовый и диффузионный потоки,  $\Phi(\rho)$  — функция, описывающая взаимодействие частиц друг с другом и со средой («интеграл столкновений»).

В отличие от большинства физических ансамблей дислокационный ансамбль состоит не из точечноподобных частиц, а из материальных линий — дислокаций. Поэтому процедура получения для него уравнения баланса типа (1) требует пояснения.

## 1.1. Уравнение непрерывности для движущихся дислокаций

В континуальной теории дислокаций имеется уравнение непрерывности для тензорной плотности дислокаций  $\hat{\alpha}$ . Для движущихся со скоростью  $v$  дислокаций оно имеет вид [93-95]

$$\frac{\partial \hat{\alpha}}{\partial t} + \nabla \times [v \times \hat{\alpha}] = 0, \quad \nabla \hat{\alpha} = 0. \quad (2)$$

Обычно его называют уравнением сохранения вектора Бюргерса. Но поскольку в кристаллах вектор Бюргерса для отдельной дислокации постояен вдоль ее линии, то уравнение (2) имеет более широкий физический (геометрический) смысл.

Для одиночной дислокации  $\hat{\alpha} = b \otimes \delta(l)$ , где  $b$  — вектор Бюргерса,  $\delta(l)$  — дельта-функция, определенная на ориентированной линии дислокации [96]. Принимая во внимание постоянство  $b$  вдоль  $l$ , получаем уравнение для вектор-функции  $\delta(l)$  того же вида, что и (2)

$$\frac{\partial \delta(l)}{\partial t} + \nabla \times [v \times \delta(l)] = 0, \quad \nabla \delta(l) = 0. \quad (3)$$

Второе из соотношений (3) определяет отсутствие автономного источника (стока) векторного поля, т.е. определяет замкнутость линии дислокации или ее окончание на поверхности кристалла. Уравнения (3) с точностью до знака вектора скорости совпадают с уравнениями непрерывности (сохранения) линий магнитной индукции  $\mathbf{B}$  в движущейся со скоростью  $v$  плазме [97]. Таким образом, соотношения (3) являются уравнениями непрерывности для любых движущихся ориентированных линий, в том числе и для дислокационных линий и петель произвольной формы.

С учетом второго условия (3) и известного тождества для векторного произведения трех векторов первое уравнение (3) можно переписать в виде

$$\frac{\partial \delta(l)}{\partial t} + \nabla(v \otimes \delta(l)) = \delta(l) \nabla v. \quad (4)$$

Здесь  $\delta(l) = \nu \delta(l)$ , где  $\nu$  — единичный вектор касательной к линии дислокации, определяющий ее локальную ориентацию,  $\delta(l)$  — дельта-функция для неориентированной линии дислокации [96]. Умножая (4) скалярно на  $\nu$ , получаем уравнение сохранения скалярной плотности дислокаций (длины линии дислокации) [38]

$$\frac{\partial \delta(l)}{\partial t} + \nabla(v \delta(l)) = (\nu \frac{\partial v}{\partial l}) \delta(l) \quad (5)$$

Здесь  $\partial v / \partial l = \nu \nabla v$  — градиент скорости вдоль линии дислокации,  $j = v \delta(l)$  — поток скалярной плотности дислокаций для одиночной дислокации.

Из (5) следует, что изменение локальной плотности (длины) дислокаций есть результат существования вдоль них градиента скорости

$\partial v / \partial l$ , вызванного взаимодействием дислокаций с другими дислокациями и с различными препятствиями в кристалле. Например, в случае расширяющейся плоской круглой петли имеем

$$\nu \frac{\partial v}{\partial l} = v / R_\nu. \quad (6a)$$

где  $v$  — скорость расширения петли,  $R_\nu$  — ее радиус. Изменение длины дислокации является в данном случае результатом действия внешних сил и взаимодействия различных участков петли друг с другом (линейного натяжения дислокации). При взаимодействии с локальными препятствиями  $R_\nu$  имеет смысл локального радиуса кривизны, определяющего размер «сечения» взаимодействия дислокации с препятствием. В случае прямолинейных дислокаций  $R_\nu^{-1} = 0$  и длина дислокаций остается постоянной. При произвольном трехмерном перемещении дислокации имеем

$$\nu \frac{\partial v}{\partial l} = \frac{v}{R_\nu} + \frac{v}{R_n}, \quad (6b)$$

где  $R_n$  — радиус кручения дислокации, связанный с ее выходом из исходной плоскости скольжения. Таким образом, в отличие от точечных частиц уравнение сохранения числа (длины) дислокаций (5) содержит помимо чисто переносной части ненулевую правую часть, связанную с размножением или исчезновением дислокаций. Отмеченные топологические особенности дислокаций имеют важное значение для понимания эволюции дислокационного ансамбля в деформируемом кристалле.

Учитывая сказанное, можно, пользуясь известными методами [72–74], произвести статистическое усреднение дислокационного ансамбля путем введения функции распределения дислокаций по ориентациям  $\nu$ , направлениям их движения  $v/v$  и координатам  $r$ . В результате в качестве первого приближения для уравнения эволюции скалярной плотности дислокаций получаем уравнение вида (1)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla j^{(i)} &= \Phi_i(\rho_i, \rho_k), \\ j^{(i)} &= u^{(i)} \rho_i - \hat{D}^{(i)} \nabla \rho_i, \end{aligned} \quad (7)$$

где индексами  $i$  и  $k$  обозначены плотности дислокаций с различными векторами Бюргерса,  $u^{(i)}$  — дрейфовые скорости дислокаций,  $\hat{D}^{(i)}$  — коэффициенты диффузии дислокаций.

Вопросы усреднения дислокационного ансамбля с разной степенью детализации этой процедуры рассматривались в работах [38, 98–101]. Следует заметить, что все попытки сделать это носят не вполне строгий характер ввиду сильной разномасштабности и сложности дислокационных взаимодействий, обусловленных линейным характером объекта усреднения и отсутствием четко определенной иерархии малых параметров, определяющих эволюцию ансамбля на разных масштабных уровнях. Такое усреднение может быть строго выполнено лишь в случае достаточно простых модельных дислокационных ансамблей, например для «газа» невзаимодействующих дислокационных петель [93].

Учитывая сказанное, в настоящее время при анализе конкретных явлений, связанных с формированием в кристалле пространственно неоднородных дислокационных структур, используют, как правило, модельные выражения для дислокационных потоков  $j$  и «интегралов столкновений»  $\Phi$ . Корректность сделанных при этом предположений может быть выявлена только при непосредственном сопоставлении теоретических и экспериментальных результатов. Имеющиеся сейчас попытки такого сопоставления [47-49,54,55,102-107] указывают на достаточную адекватность модельного подхода, как это имеет место и в случае ансамблей точечных частиц.

## 1.2. Самоорганизация дислокационного ансамбля

Хорошо разработанной в настоящее время схемой анализа процессов самоорганизации в ансамбле взаимодействующих частиц является теоретическая схема, в основе которой лежит система из двух или более связанных нелинейных уравнений реакционно-диффузионного типа для частиц разного сорта или протекающих параллельно кинетических процессов [75-92]. В обозначения (1) и (7) эта система имеет вид ( $u = 0$ )

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = \Phi_1(\rho_1, \rho_2) + D_1 \nabla^2 \rho_1, \quad (8a)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} = \Phi_2(\rho_1, \rho_2) + D_2 \nabla^2 \rho_2. \quad (8b)$$

При некоторых четко определенных условиях (см. далее) она описывает процесс образования пространственно модулированных структур в различных физических [78-81,89-92], химических [75-77] и биологически активных [82-87] средах. Применительно к проблеме формирования пространственно организованных дислокационных структур подобная система была впервые использована в работах [40-44].

В основе теоретической схемы (8) лежит предположение, что одна из компонент ансамбля частиц является активной, интенсифицирующей процесс эволюции ансамбля (допустим,  $\rho_1$ ), а вторая — пассивной, замедляющей, ингибирующей этот процесс. В случае дислокационного ансамбля  $\rho_1$  — это плотность подвижных дислокаций, а  $\rho_2$  — плотность малоподвижных, временно или постоянно иммобилизованных дислокаций, не способных при данных условиях опыта принимать участие, например, в актах размножения дислокаций.

Первым шагом при исследовании поведения системы (8) является линейный анализ ее устойчивости относительно пространственных флуктуаций плотностей дислокаций  $\rho_1$  и  $\rho_2$ . Мы сделаем этот анализ в самом общем виде, используя некоторые результаты, приведенные в обзорах [53,88].

**1.2.1. Пространственная неустойчивость распределения дислокаций.** Стационарные пространственно однородные значения плотностей дислокаций  $\rho_1^0$  и  $\rho_2^0$  определяются уравнениями

$$\Phi_1(\rho_1^0, \rho_2^0) = 0, \quad \Phi_2(\rho_1^0, \rho_2^0) = 0. \quad (9)$$

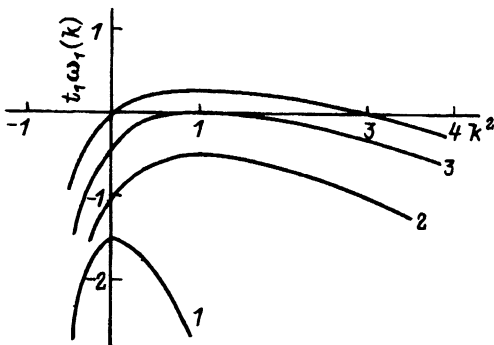


Рис. 1. Зависимости  $\omega(k)$  согласно (24b) при различных значениях параметров  $\beta$  и  $\xi$ : 1 — 2.5 и 1, 2 — 2.0 и 4, 3 — 1.33 и 4, 4 — 1.05 и 4.

Для анализа устойчивости этих состояний введем отклонения от них  $\delta\rho_{1,2} = \rho_{1,2} - \rho_{1,2}^0$  стандартного вида  $\delta\rho_{1,2} \sim e^{\omega t + i q y}$ . Для инкремента отклонений  $\omega$  с волновым вектором  $q$  получаем в одномерном случае уравнение

$$[\omega + A_1(q)][\omega + A_2(q)] - w_{12}w_{21} = 0, \quad (10a)$$

где

$$A_1(q) = D_1 q^2 - w_{11}, \quad A_2(q) = D_2 q^2 - w_{22}, \quad (10b)$$

$$w_{ik} = \left. \frac{\partial \Phi_i}{\partial \rho_k} \right|_{\rho_{i,k}^0}, \quad i, k = 1, 2. \quad (10c)$$

Уравнение (10a) имеет два корня

$$\omega_{1,2} = -\frac{1}{2}(A_1 + A_2) \pm \left[ \frac{1}{4}(A_1 + A_2)^2 - (A_1 A_2 - w_{12}w_{21}) \right]^{1/2}. \quad (11)$$

Для возникновения пространственной неустойчивости состояний  $\rho_1^0$  и  $\rho_2^0$  необходимо выполнение условий

$$\partial\omega_1/\partial q = 0, \quad \omega_1(q_c) \geq 0. \quad (12)$$

Первое из них определяет существование экстремума (максимума) на зависимостях  $\omega(q)$  при некотором критическом значении волнового вектора  $q_c$ , второе — момент касания кривой  $\omega(q)$  оси ординат в критической точке (рис. 1). Дифференцируя тождество

$$\omega_1(q)\omega_2(q) = A_1(q)A_2(q) - w_{12}w_{21}$$

по  $q$  и принимая во внимание условия (12), находим

$$q_c^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{w_{11}}{D_1} + \frac{w_{22}}{D_2} \right). \quad (13)$$



Для выполнения второго условия (12) необходимо, чтобы под знаком корня в (11)

$$A_1(q_c)A_2(q_c) - w_{12}w_{21} \leq 0.$$

В результате с учетом (13) получаем соотношение для управляющих параметров

$$w_{11} \geq \frac{D_1}{D_2} w_{22} \pm 2 \left( -\frac{D_1}{D_2} w_{12}w_{21} \right)^{1/2} \quad (14a)$$

Подставляя его в (13), имеем окончательно

$$q_c^2 = \frac{w_{22}}{D_2} \pm \left( -\frac{w_{12}w_{21}}{D_1 D_2} \right)^{1/2} > 0. \quad (14b)$$

Типичной в системах активатор-ингибитор [81] является ситуация, когда  $w_{11} > 0$ ,  $w_{22} < 0$ ,  $w_{12}w_{21} < 0$  (неустойчивость Тьюринга [82]). Вводя обозначения

$$\xi = \frac{|w_{12}w_{21}|}{|w_{22}|^2} \frac{D_2}{D_1}, \quad \beta = \frac{|w_{12}w_{21}|}{w_{11}|w_{22}|},$$

$$R_1^2 = \frac{D_1}{w_{11}}, \quad R_2^2 = \frac{D_2}{|w_{22}|}, \quad (15a)$$

условия (14) нарастания пространственных флуктуаций плотностей дислокаций  $\rho_1$  и  $\rho_2$  можно записать в компактном виде

$$R_2^2 q_c^2 = \xi^{1/2} - 1 > 0, \quad 1 < \beta < \frac{\xi}{2\xi^{1/2} - 1}, \quad (15b)$$

$$R_2^2/R_1^2 > 2\xi^{1/2} - 1, \quad \xi = \beta R_2^2/R_1^2 > 1. \quad (15c)$$

Условие  $\beta > 1$  означает, что потеря пространственной устойчивости однородного состояния (9) происходит раньше, чем потеря его временной стабильности (возникновения неустойчивости Хопфа (Hopf)). Для этого необходимо, чтобы в (11) при  $q = 0$  величина  $\omega_1(0) < 0$ . Поскольку

$$\omega_1(0) = \frac{1}{2}(w_{11} - |w_{22}|) + \left[ \frac{1}{4}(w_{11} - |w_{22}|)^2 + w_{11}|w_{22}|(1 - \beta) \right]^{1/2}, \quad (16)$$

то  $\omega_1(0) < 0$ , если

$$w_{11} < |w_{22}|, \quad \beta > 1. \quad (17)$$

Из первого условия (15b) следует, что наименьшее значение параметра  $\xi$ , при котором значение  $q_c^2$  становится положительно, равно единице. При  $\xi > 1$ , согласно (15c), эффективный радиус диффузионного влияния малоподвижных дислокаций  $R_2$  становится больше соответствующего радиуса  $R_1$  для подвижных дислокаций. Это обстоятельство является решающим фактором для возникновения пространственно организованных дислокационных структур (см. далее раздел 1.3).

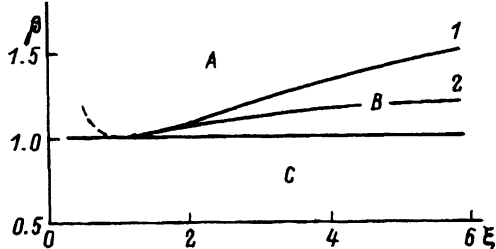


Рис. 2. Области значений параметров  $\beta$  и  $\xi$  существования устойчивых (A) и неустойчивых по Тьюрингу (B) и Хопфу (C) состояний дислокационного ансамбля.

На рис. 2 приведены в соответствии с условиями (15b) области параметров  $\xi$  и  $\beta$  появления пространственной (B) и временной (C) неустойчивостей стационарно-однородного состояния дислокационного ансамбля, описываемого системой уравнений (8), а также область A его пространственно-временной стабильности.

**1.2.2. Эволюция ансамбля вблизи критической точки.** Дальнейший анализ в общем виде эволюции ансамбля взаимодействующих частиц после выполнения критических условий (15) и потери пространственной стабильности может быть сделан в рамках слабонеоднородного приближения

$$\frac{\rho_{1,2} - \rho_{1,2}^0}{\rho_{1,2}^0} = \psi(\tau, t). \quad (18a)$$

В результате для отклонений  $\psi \ll 1$  плотностей  $\rho_1$  и  $\rho_2$  от однородного состояния можно получить уравнение эволюции в форме Свифта-Хоэнберга (С-Х) [78-80]

$$\partial\psi/\partial\tau = \varepsilon\psi - \psi^3 - [k_c^2 + \nabla^2]^2 \psi, \quad (18b)$$

где  $k_c^2 = R_2^2 q_c^2$ ,  $\varepsilon = (\beta_c - \beta)/\beta_c$ ,  $\varepsilon \ll 1$ ,  $\beta$  — критическое значение параметра  $\beta$ , соответствующее условию  $\omega_1(q_c) > 0$ ,  $\tau$  — безразмерное время. В одномерном приближении  $\nabla^2 = \partial^2/\partial y^2$ .

Уравнение (18b) является обобщенным вариантом уравнения Гинзбурга-Ландау (Г-Л) в теории фазовых переходов [89]. Его можно записать в потенциальной форме

$$\partial\psi/\partial\tau = -\delta F/\delta\psi, \quad (19a)$$

где функционал «свободной энергии» имеет вид [80,90]

$$F = \int \left\{ -\frac{1}{2}\varepsilon\psi^2 + \frac{1}{4}\psi^4 + \frac{1}{2}[(k_c^2 + \nabla^2)\psi]^2 \right\} d^3\mathbf{r}. \quad (19b)$$

Если в (18b) пренебречь квадратичным относительно  $\nabla^2$  членом, то получаем классическое уравнение Г-Л, описывающее фазовые переходы второго рода

$$\frac{\partial\psi}{\partial\tau} + 2k_c^2\nabla^2\psi = (\varepsilon - k_c^4)\psi - \psi^3. \quad (19c)$$

В литературе в связи с различными конкретными явлениями рассматривались также обобщенные варианты уравнения С-Х [76,91]

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} = \varepsilon \psi + \gamma \psi^2 - \psi^3 - [k_c^2 + \nabla^2]^2 \psi. \quad (19d)$$

В зависимости от величины и знака коэффициентов  $\varepsilon$  и  $\gamma$  пространственно локализованные решения этого уравнения соответствуют мягкому ( $\varepsilon > 0$ ) или жесткому ( $\varepsilon < 0$ ,  $\gamma > 0$ ) режиму формирования неоднородных кинетических структур. В первом случае их образование можно рассматривать как фазовый переход второго рода, а при жестком режиме — как фазовый переход первого рода. Существование связи (аналогии) между фазовыми переходами и образованием пространственно неоднородных дислокационных структур обсуждалось в работах [19,43,108].

### 1.3. Модельные уравнения самоорганизации дислокаций

Насмотря на то что уравнения (18) и (19) справедливы лишь при значениях параметров  $\beta$  и  $\xi$  чуть выше их критических значений, они содержат достаточно много информации относительно характера эволюции ансамбля взаимодействующих частиц после потери им пространственной стабильности. По этой причине эти уравнения используются часто в качестве модельных уравнений при анализе поведения ансамбля частиц со сложным нелинейным характером правых частей уравнений (8) [78–80,90–92]. Тем не менее очевидно, что эти уравнения не могут описать поведение ансамбля вдали от критической точки и при больших отклонениях его от однородного и стационарного состояния.

Многие из этих недостатков отсутствуют, если исходная система уравнений (8) имеет достаточно простой вид, что позволяет исследовать ее аналитическими методами при достаточно больших отклонениях управляющих параметров  $\beta$  и  $\xi$  от их критических значений и при больших отклонениях плотностей частиц от их однородных и стационарных значений. Так, при описании начальной стадии биологического морфогенеза [83–86] и при распространении по нервному волокну импульса возбуждения [87] используется система уравнений вида

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = f(\rho_1) - |w_{12}| \rho_2 + D_1 \nabla^2 \rho_1, \quad (20a)$$

$$\partial \rho_2 / \partial t = w_{21} \rho_1 - |w_{22}| \rho_2 + D_2 \nabla^2 \rho_2. \quad (20b)$$

Как будет видно дальше (раздел 3), система (20) обладает достаточной гибкостью при описании эволюции дислокационного ансамбля в ряде конкретных и значимых ситуаций. Она может служить в качестве модельной системы не только в упомянутых выше случаях, но и при анализе механизма локализации скольжения и образования в пластически деформируемых кристаллах пространственно модулированных структур различного типа.

В уравнении (20a) функция  $f(\rho_1)$  описывает процесс производства активного элемента ансамбля частиц. В случае дислокационного ансамбля она описывает процесс размножения дислокаций и генерации

их из дислокационных источников, а также аннигиляцию дислокаций. Коэффициент  $|w_{12}|$  определяет скорость замедления процесса размножения в результате роста плотности  $\rho_2$  иммобилизованных дислокаций. Аналогичная ситуация имеет место и в случае уравнения (20b) для плотности неподвижных дислокаций. Коэффициент  $w_{21} > 0$  в этом уравнении определяет скорость иммобилизации подвижных дислокаций. Далее будем предполагать, что в стационарно-однородном состоянии

$$f(\rho_1^0) = \frac{|w_{12}|w_{21}}{|w_{22}|} \rho_1^0, \quad \rho_2^0 = \frac{w_{21}}{|w_{22}|} \rho_1^0 \quad (21a)$$

коэффициент

$$\left. \frac{\partial f}{\partial \rho_1} \right|_{\rho_1^0} \equiv w_{11} > 0. \quad (21b)$$

Для анализа уравнений (20) их удобнее представить в виде

$$t_1 \frac{\partial \rho_1}{\partial t} = w_{11}^{-1} f(\rho_1) - \frac{|w_{12}|}{w_{11}} \rho_2 + R_1^2 \frac{\partial^2 \rho_1}{\partial y^2}, \quad (22a)$$

$$t_2 \frac{\partial \rho_2}{\partial t} = \frac{w_{21}}{|w_{22}|} \rho_1 - \rho_2 + R_2^2 \frac{\partial^2 \rho_2}{\partial y^2}, \quad (22b)$$

где  $t_1 = w_{11}^{-1}$  и  $t_2 = |w_{22}|^{-1}$  — характерные времена изменения плотностей соответственно активной и пассивной компонент ансамбля. Если соотношение этих времен таково, что (см. (17))

$$t_2/t_1 = w_{11}/|w_{22}| \ll 1, \quad (22c)$$

то в каждый данный момент времени плотность малоподвижных дислокаций остается стационарной относительно подвижных и описывается уравнением

$$R_2^2 \frac{\partial^2 \rho_2}{\partial y^2} = \rho_2 - \frac{w_{21}}{|w_{22}|} \rho_1, \quad (23a)$$

решение которого имеет вид [84–86]

$$\rho_2(y, t) = \frac{w_{21}}{|w_{22}|} R_2^{-1} \int e^{-\frac{|y-y'|}{R_2}} \rho_1(y', t) dy'. \quad (23b)$$

В результате, подставляя (23b) в (22a), получаем замкнутое уравнение для плотности подвижных дислокаций

$$t_1 \partial \rho_1 / \partial t = R_1^2 \frac{\partial \rho_1}{\partial y^2} + w_{11}^{-1} f(\rho_1) - \beta R_2^{-1} \int e^{-\frac{|y-y'|}{R_2}} \rho_1(y', t) dy', \quad (23c)$$

где  $\beta$  — ранее введенный параметр иммобилизации дислокаций (15a).

Таким образом, при выполнении условия (22c) система уравнений (22) сводится к одному уравнению для плотности подвижных дислокаций. Распределение неподвижных дислокаций может быть найдено интегрированием (23b).

Линеаризация (23с) вблизи  $\rho_1^0$  приводит к дисперсионному соотношению для волновых векторов вида [84-86]

$$t_1\omega(q) = 1 - \frac{\beta}{1 + R_2^2 q^2} - R_1^2 q^2. \quad (24a)$$

Точно такое же адиабатически усеченное уравнение для  $\omega$  можно получить, если во второй квадратной скобке в (10а) положить  $\omega = 0$ . Учитывая обозначения (15), уравнению (24b) можно придать вид

$$t_1\omega(k) = 1 - \frac{\beta}{1 + k^2} - \frac{\beta}{\xi} k^2, \quad k^2 = R_2^2 q^2. \quad (24b)$$

Из (24b) следует, что управляющими параметрами, от которых зависит характер эволюции системы (20), являются ранее введенные параметры  $\beta$  и  $\xi$  (15а). На рис. 1 приведены зависимости  $\omega(k)$  согласно (24b) при различных значениях этих параметров. Первый из них определяет смещение кривой  $\omega(k)$  вдоль оси ординат, второй — вдоль оси абсцисс.

Интеграл в правой части уравнения (23с) описывает замедляющее влияние малоподвижных дислокаций на эволюцию плотности подвижных дислокаций. Это влияние имеет дальнodelствующий характер с диффузионным радиусом  $R_2$ , превышающим, согласно (15с), соответствующий радиус  $R_1$  для подвижных дислокаций, что обеспечивает кооперативность процесса эволюции дислокационного ансамбля и задает пространственный масштаб его самоорганизации в направлении оси  $y$  кристалла.

Чтобы выяснить, как это происходит на начальной стадии процесса самоорганизации, разложим плотность дислокаций  $\rho_1(y', t)$  под знаком интегралов (23) в ряд Тейлора

$$\rho_1(y', t) = \sum_{k=0}^{\infty} \left( \frac{\partial^k \rho_1}{\partial y^k} \right) \frac{(y - y')^k}{k!}. \quad (25a)$$

Подставляя его в (23), находим с учетом того, что нечетные члены ряда дают нулевой вклад в интеграл, соответственно

$$\rho_2(y, t) = \frac{w_{21}}{|w_{22}|} \left[ \rho_1(y, t) + R_2^2 \frac{\partial^2 \rho_1}{\partial y^2} + R_2^4 \frac{\partial^4 \rho_1}{\partial y^4} + \dots \right], \quad (25b)$$

$$t_1 \partial \rho_1 / \partial t = w_{11}^{-1} f(\rho_1) - \beta \rho_1 + (R_1^2 - \beta R_2^2) \frac{\partial^2 \rho_1}{\partial y^2} - \beta R_2^4 \frac{\partial^4 \rho_1}{\partial y^4} + \dots \quad (26a)$$

Принимая во внимание обозначения (15) и безразмерные переменные  $\tau = t/t_1$ ,  $Y = y/R_1$ , получаем чисто дифференциальное уравнение эволюции плотности подвижных дислокаций

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial \tau} + (\xi - 1) \frac{\partial^2 \rho_1}{\partial Y^2} + \frac{\xi^2}{\beta} \frac{\partial^4 \rho_1}{\partial Y^4} + \dots = w_{11}^{-1} f(\rho_1) - \beta \rho_1. \quad (26b)$$

Из него видно, что при учете первых двух четных членов ряда Тейлора влияние неподвижных дислокаций выражается в появлении в правой части уравнения (26b) слагаемого  $\beta \rho_1$  со знаком минус и в изменении знака ( $\xi > 1$ ) эффективного коэффициента диффузии подвижных

дислокаций. Инверсия знака коэффициента диффузии является необходимым условием возникновения пространственной неустойчивости ансамбля и его самоорганизации. Действительно, из условий (15b) непосредственно видно, что

$$\xi - 1 = (1 + k_c^2)^2 - 1 > 0, \quad (27)$$

где  $k_c^2 = R_2^2 q_c^2 > 0$ .

Вблизи критической точки  $\xi \approx 1$ ,  $\beta \approx 1$  (рис. 2)  $\xi - 1 \approx 2k_c^2 \ll 1$ . Раскладывая в (26b) функцию  $f(\rho_1)$  в ряд по отклонениям от однородного состояния  $\psi = (\rho_1 - \rho_1^0)/\rho_1^0$ , имеем

$$\frac{f(\rho_1) - f(\rho_1^0)}{f(\rho_1^0)} \approx \psi + \gamma\psi^2 + \delta\psi^3 + \dots \quad (28)$$

Подставляя сделанные приближения в (26b), получаем уравнение эволюции для отклонений в форме обобщенного уравнения С-Х (19). Очевидно, что по сравнению с ним уравнение (26b) описывает процесс самоорганизации в более широкой области параметров  $\beta$  и  $\xi$  и при достаточно большом наборе производящих функций  $f(\rho_1)$  в зависимости от физического содержания задачи.

Уравнение эволюции типа (26b) довольно успешно использовалось в [47-49, 54, 55, 102-105] в качестве базового уравнения при количественном анализе механизма формирования различных пространственно неоднородных дислокационных структур в пластически деформированных кристаллах (ячеистых [47, 49, 54, 55], разориентированных [47, 48], аннигиляционных [102-105]). Представляет поэтому интерес определить, насколько оно отличается от полного уравнения (23с). Линеаризация (26b) с учетом первых трех четных членов ряда Тейлора приводит к выражению для инкремента флуктуаций вида

$$t_1\omega(k) = 1 - \beta + (\xi - 1)k^2 - \frac{\xi^2}{\beta}k^4. \quad (29a)$$

Подставляя его в условия пространственной неустойчивости флуктуаций (12), получаем соотношения для критических значений параметров, аналогичные (15b)

$$k_c^2 = \frac{(\xi - 1)\beta}{2\xi^2}, \quad 1 < \beta < \left[ 1 - \left( \frac{\xi - 1}{2\xi} \right)^2 \right]^{-1}. \quad (29b)$$

На рис. 2 кривая 2 проведена в соответствии со вторым соотношением (29b). Видно, что аппроксимация (26b) уравнения (23с) сужает область значений параметра  $\beta$ , где возможно возникновение пространственно организованных дислокационных структур, но это сужение существенно меньше, чем в случае уравнений С-Х (18) и (19) ( $\xi \approx 1$ ,  $\beta \approx 1$ ). В третьем разделе обзора будет продемонстрировано, как с помощью модельных уравнений эволюции локальной плотности дислокаций (23с) и (26b) можно проанализировать механизм формирования линий и полос скольжения на начальной стадии пластической деформации кристаллов.

## 2. Кинетические процессы, определяющие эволюцию и самоорганизацию дислокационного ансамбля

До недавнего времени попытки проанализировать с синергетических позиций то или иное явление, связанное с самоорганизацией дислокаций и локализацией скольжения, преследовали цель продемонстрировать лишь принципиальную возможность такого анализа с расматриваемых позиций. Заметного прогресса в направлении количественного описания механизма формирования различных дислокационных структур с указанных позиций можно, очевидно, ожидать лишь в том случае, если уравнения эволюции типа (8) и (20) будут содержать характерные дислокационные процессы, реально определяющие эволюцию дислокационного ансамбля в деформируемом кристалле.

Как уже было сказано выше, экспериментальные и теоретические сведения об этих процессах в настоящее время ограничены. Далее дан краткий обзор имеющихся в литературе сведений и приведены теоретические оценки некоторых элементарных дислокационных процессов, оказывающих влияние на эволюцию дислокационного ансамбля на начальных этапах пластической деформации кристалла. Но прежде, чем приступить к этому, опишем в общих чертах типичную последовательность развития дислокационных процессов в ходе пластической деформации кристалла при простых условиях его нагружения.

Пластическая деформация кристалла начинается, как показывает опыт [5,109,110], с активизации поверхностных и объемных дислокационных источников. Винтовые компоненты испущенных источниками дислокационных петель в результате выхода из своих плоскостей скольжения образуют в параллельных плоскостях скольжения новые дислокационные источники, если расстояние  $h$  этих плоскостей от исходной плоскости больше некоторого критического расстояния  $h_0$ . Если это расстояние меньше  $h_0$ , то происходит иммобилизация дислокаций в виде малоподвижных краевых, а при определенных условиях и винтовых, диполей [5,11]. Размножение подвижных и неподвижных дислокаций описанным механизмом двойного поперечного скольжения (ДПС) дислокаций характерно для кристаллов с высокой энергией дефектов упаковки, содержащих слабрасщепленные дислокации. В ориентированных для одиночного скольжения кристаллах указанный механизм размножения дислокаций является доминирующим.

При дальнейшей деформации таких кристаллов, а также кристаллов, с самого начала ориентированных для множественного скольжения, по мере включения некопланарных систем скольжения преобладающим становится размножение дислокаций на дислокациях «леса», пересекающих данную плоскость скольжения. В результате к началу второй стадии деформационного упрочнения плотности дислокаций в первичных и вторичных системах скольжения сравниваются [111,112] и начинают затем быстро возрастать с деформацией. Это приводит к развитию в дислокационном ансамбле аннигиляции винтовых компонент дислокационных петель (при низких и умеренных температурах), а при повышенных температурах — к аннигиляции краевых компонент, в результате чего на кривой нагружения кристалла возникает третья стадия с постепенно снижающимся по мере деформации коэффициентом деформационного упрочнения. Описанная последовательность дислокационных процессов является типичной и находит подтверждение на опыте, как показывает анализ кривых деформационного упрочнения металлических кристаллов с гранцентрированной и объемно центрированной кубическими решетками [113-118].

Ей соответствует следующая система дислокационно-кинетических уравнений для плотностей подвижных  $\rho_m$  и неподвижных  $\rho_i$  дислокаций:

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} = f(\rho_m) - \delta_{ai} v \rho_i + \sum_{k=1}^3 D_k^m \frac{\partial^2 \rho_m}{\partial x_k^2}. \quad (30a)$$

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} = \delta_{im} v \rho_m - \delta_{ai} v \rho_i + \sum_{k=1}^3 D_k^i \frac{\partial^2 \rho_i}{\partial x_k^2}, \quad (30b)$$

$$f(\rho_m) = n v + \delta_m v \rho_m + \delta_f \rho_f^{1/2} v \rho_m - \delta_a v \rho_m^2. \quad (30c)$$

Здесь  $x_k \equiv x, y, z$ ,  $D_k^{m,i} = \lambda_k^{m,i} v$  — коэффициенты диффузии дислокаций,  $\lambda_k^{m,i}$  — соответствующие диффузионные расстояния,  $v$  — средняя скорость дислокаций в кристалле,  $n$  — плотность объемных и поверхностных дислокационных источников,  $\delta_m$  и  $\delta_f$  — коэффициенты размножения дислокаций механизмом ДПС на препятствиях соответственно недеформационного и деформационного (дислокации «леса») происхождения,  $\rho_f$  — плотность дислокаций «леса»,  $\delta_a$  — коэффициент аннигиляции винтовых дислокаций,  $\delta_{ai}$  — коэффициент аннигиляции винтовых диполей. Далее будут приведены экспериментальные и теоретические оценки коэффициентов уравнений (30), определяющих интенсивность протекания соответствующих дислокационных процессов.

## 2.1. Размножение и иммобилизация дислокаций

Как показывают наблюдения [6,109,110], на начальной стадии деформации металлических кристаллов в качестве источников дислокаций типа источников Франка-Рида (Ф-Р) выступают сегменты сетки Франка из ростовых дислокаций, слабозакрепленные примесями. Известно, что плотность дислокаций роста тем больше, чем выше содержание примесей в кристалле. На рис. 3 в качестве иллюстрации приведены результаты обработки подтверждающих сказанное данных [119] по влиянию содержания примесей на плотность  $\rho_0$  ростовых дислокаций в монокристаллах цинка. Плотность объемных дислокационных источников, связанная с ростовыми дислокациями, равна

$$n_0 = \delta_0 / l_0^3 = \delta_0 \rho_0^{3/2}, \quad (31)$$

где  $l_0 = \rho_0^{-1/2}$  — средний размер дислокационного сегмента сетки Франка,  $\delta_0$  — коэффициент эффективности дислокаций роста как источников Ф-Р, зависящий от их распределения по длинам и прочности закрепления примесями.

Ростовые дислокации являются также эффективными препятствиями, на которых как на дислокациях «леса» происходит размножение дислокаций механизмов ДПС [120-124].

$$d\rho/d\gamma = \frac{1}{b\lambda_m} = \frac{\delta_f}{b} \rho_f^{1/2}. \quad (32a)$$



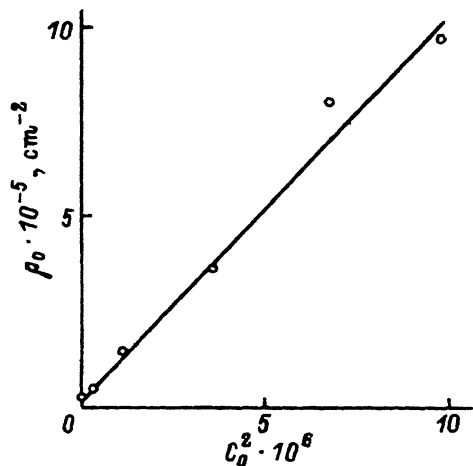


Рис. 3. Зависимость плотности ростовых дислокаций в монокристаллах Zn от концентрации  $c_0$  атомов меди [119].

Здесь  $\gamma$  — сдвиговая деформация,  $b$  — вектор Бюргерса,  $\rho_f$  — плотность дислокаций «леса» (в случае ростовых дислокаций  $\rho_f = \rho_0$  [120]),  $\delta_f$  — коэффициент размножения дислокаций на дислокациях «леса». На рис. 4,а приведены результаты исследования зависимости длин пробега дислокаций между актами размножения от плотности специально введенных в кристалл LiF предварительной деформацией дислокаций «леса» [123]. Наклон прямой на этом рисунке соответствует величине коэффициента  $\delta_f = 10^{-2}$ . Такую же величину этого коэффициента можно получить при анализе данных [120] по размножению дислокаций на дислокациях роста.

В [111] найдено, что критическое напряжение сдвига в монокристаллах меди зависит от плотности ростовых дислокаций

$$\tau_0 = \alpha'_0 \mu b \rho_0^{1/2}, \quad (32b)$$

где  $\alpha'_0$  — некоторый эффективный коэффициент междислокационного взаимодействия [118],  $\mu$  — модуль сдвига. Принимая во внимание (32а) ( $\rho_f = \rho_0$ ), получаем соотношение между длиной пробега дислокаций и критическим напряжением сдвига

$$\frac{b}{\lambda_m} = \frac{\delta_f}{\alpha'_0} \left( \frac{\tau_0}{\mu} \right). \quad (32c)$$

На рис. 4,б приведены результаты [11] для монокристаллов LiF, иллюстрирующие соотношение (32с). При  $\alpha'_0 = 0.5-1.0$  [111] и  $\delta_f = 10^{-2}$  отношение коэффициентов  $\delta_f/\alpha'_0$  должно быть величиной порядка  $(1-2) \cdot 10^{-2}$ . Наклон прямой на рис. 4,б  $1.3 \cdot 10^{-2}$  согласуется с этой оценкой.

Размножение дислокаций механизмом двойного поперечного скольжения сопровождается не только генерированием подвижных дислокационных петель в параллельных плоскостях скольжения, но также и процессом образования неподвижных дислокаций в виде краевых и винтовых диполей [5,11,13,16,125]. Распределение диполей по расстояниям составляющих их дислокаций имеет экспоненциальный характер в

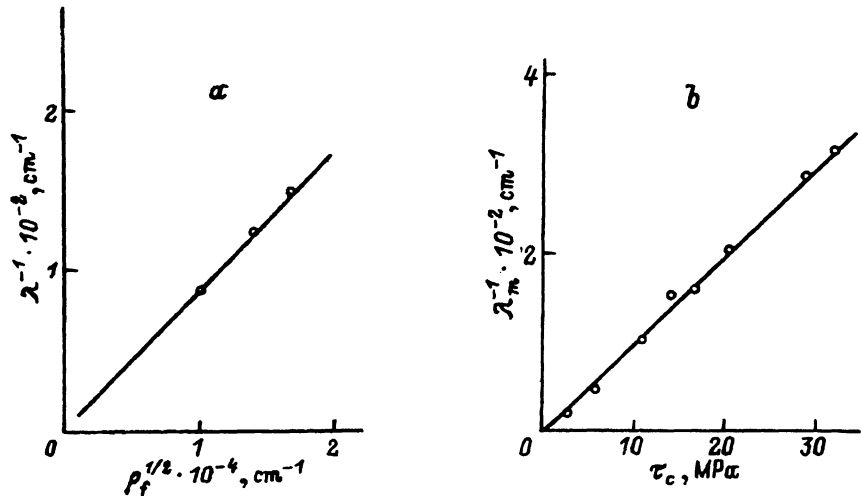


Рис. 4. Зависимость обратной величины длины свободного пробега дислокаций в LiF от плотности дислокаций «леса» [123] (а) и от критического напряжения сдвига [11] (б).

соответствии с механизмом ДПС, предложенным в [126]. На рис. 5,а показаны эти распределения в кристаллах меди [11] и кремнистого железа, полученные при обработке данных [13,16] в соответствии с механизмом [126], согласно которому

$$\frac{N}{N_{\Sigma}} = e^{-h/\bar{h}}, \quad (33a)$$

где  $N$  — количество диполей с расстоянием больше  $h$  из общего их

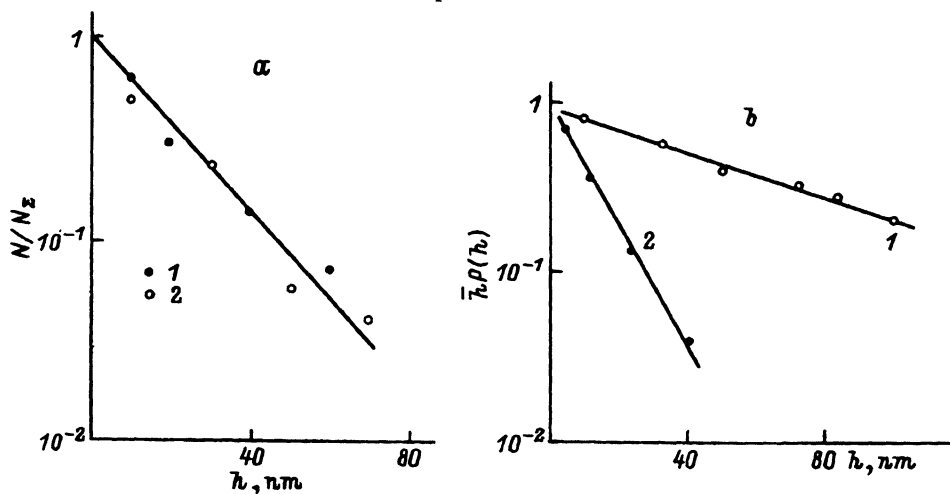


Рис. 5. Распределение краевых диполей в монокристаллах Cu [11,13] (1) и Fe-Si [16] (2) по расстояниям  $h$  (а) и вероятность выброса винтового сегмента на это расстояние при ДПС в кристаллах NaCl с содержанием катионов  $\text{Ca}^{+2}$   $2 \cdot 10^{-3}\%$  (1) и  $2 \cdot 10^{-2}\%$  (2) [127-129] (б).

числа  $N_{\Sigma}$ ,  $\bar{h}$  — среднее расстояние между дислокациями в диполе

$$\bar{h} = \int_0^{\infty} hP(h) dh, \quad (33b)$$

$$P(h) = \frac{1}{\bar{h}} e^{-h/\bar{h}}. \quad (33c)$$

$P(h)$  — вероятность выброса винтового сегмента на расстояние  $h$  из исходной плоскости скольжения [126]. На рис. 5, б приведены результаты прямого определения распределения выбросов по их величине в кристаллах NaCl с разным содержанием примесей [11, 127–129]. Видно, что с ростом концентрации примесей средняя величина выброса  $\bar{h}$  уменьшается. В результате вероятность ДПС с малыми  $h$  в соответствии с (33b) увеличивается, а с большими  $h$  — уменьшается.

Если в результате ДПС расстояние между плоскостями скольжения оказывается меньше критического расстояния  $h_0$ , необходимого для прохождения краевых участков петель относительно друг друга, то происходит их иммобилизация в краевых диполях, где

$$h_0 = \frac{\mu b}{8\pi(1-\nu_P)(\tau - \tau_f)}. \quad (34)$$

$\nu_P$  — коэффициент Пуассона,  $\tau$  — приложенное к кристаллу напряжение,  $\tau_f$  — напряжение трения при движении дислокаций. Если это расстояние больше  $h_0$ , то в соответствующей плоскости скольжения становится возможным образование новых дислокационных петель.

Учитывая сказанное, для коэффициентов размножения  $\delta_m$  и иммобилизации  $\delta_{im}$  дислокаций в диполях в уравнениях (30) получаем следующие выражения [126]:

$$\delta_m = \lambda_m^{-1} = \frac{m}{\lambda_s} \int_{h_0}^{\infty} P(h) dh = \frac{m}{\lambda_s} e^{-h_0/\bar{h}}, \quad (35a)$$

$$\delta_{im} = \frac{1}{\lambda_s} \int_0^{h_0} P(h) dh = \frac{1}{\lambda_s} \left(1 - e^{-h_0/\bar{h}}\right), \quad (35b)$$

где  $\lambda_s$  — длина пробега винтовых дислокаций между актами ДПС,  $m$  — число петель, генерируемых при одном акте ДПС. Если препятствиями, инициирующими двойное поперечное скольжение являются дислокации роста, то  $\lambda_s \sim \rho_0^{-1/2}$ . Из (34) и (35) следует, что при низких напряжениях, когда  $h_0 > \bar{h}$ , отношение коэффициентов  $\delta_m/\delta_{im}$  может быть как больше, так и меньше единицы в зависимости от числа петель, генерируемых при одном акте ДПС, а при больших напряжениях, когда  $h_0 < \bar{h}$ , размножение дислокаций преобладает над их иммобилизацией в диполях.

## 2.2. Диффузия дислокаций

Результаты микроскопических исследований [11,127-129] и компьютерного моделирования [59-64] двойного поперечного скольжения винтовых дислокаций показывают, что оно развивается как процесс случайных блужданий винтовых участков расширяющихся дислокационных петель в поперечном к их плоскости скольжения направлении  $y$ . При наличии градиента плотности дислокаций в этом направлении величина соответствующего ему диффузионного потока равна [130]

$$j_y = -D_y \frac{\partial \rho}{\partial y}, \quad D_y = \frac{1}{2} (h^2/t_s) P(h), \quad (36)$$

где  $D_y$  — коэффициент диффузии дислокаций,  $t_s = \lambda_s/v$  — время пробега винтовых дислокаций между актами ДПС. Учитывая, что подвижными являются дислокации с выбросами  $h > h_0$ , а неподвижными — с  $h < h_0$ , для коэффициентов диффузии подвижных и неподвижных дислокаций имеем соответственно выражения

$$D_y^m = \lambda_y^m v, \quad \lambda_y^m = \frac{1}{2\lambda_s} \int_{h_0}^{\infty} h^2 P(h) dh = \frac{\bar{h}^2}{\lambda_s} \eta, \quad (37a)$$

$$D_y^i = \lambda_y^i v, \quad \lambda_y^i = \frac{1}{2\lambda_s} \int_0^{h_0} h^2 P(h) dh = \frac{\bar{h}^2}{\lambda_s} (1 - \eta), \quad (37b)$$

где

$$\eta = \left[ 1 + \frac{h_0}{\bar{h}} + \frac{1}{2} \left( \frac{h_0}{\bar{h}} \right)^2 \right] e^{-h_0/\bar{h}}. \quad (37c)$$

Из выражений (37) следует, что при низких напряжениях ( $h_0 > \bar{h}$ ) характерная длина диффузии неподвижных дислокаций  $\lambda_y^i$  больше соответствующей длины  $\lambda_y^m$  для подвижных дислокаций, а при больших напряжениях ( $h_0 < \bar{h}$ ) — наоборот  $\lambda_y^m > \lambda_y^i$ .

Из-за стохастического характера ДПС движение дислокаций на большие расстояния вдоль плоскостей скольжения также носит стохастический характер. Для соответствующих диффузионных потоков вдоль направлений  $x$  и  $z$  можно записать выражения

$$j_{x,z}^{m,i} = -D_{x,z}^{m,i} \frac{\partial \rho_{m,i}}{\partial x_k}, \quad D_{x,z}^{m,i} = \frac{1}{2t_s} (\lambda_{x,z}^{m,i})^2 P(h), \quad (38a)$$

где  $x_k \equiv x, z$ ,  $\lambda_x^{m,i} = \lambda_e$  и  $\lambda_z^{m,i} = \lambda_s$  — длины свободного пробега соответственно краевых и винтовых участков дислокационных петель. Усредняя (38a) по  $h$ , получаем оценки соответствующих коэффициентов диффузии и диффузионных расстояний для подвижных и неподвижных дислокаций

$$D_x^m = \lambda_x^m v, \quad \lambda_x^m = \frac{\lambda_e^2}{\lambda_s} e^{-h_0/\bar{h}},$$

$$\begin{aligned}
D_x^i &= \lambda_x^i v, & \lambda_x^i &= \frac{\lambda_e^2}{\lambda_s} (1 - e^{-h_0/\bar{h}}), \\
D_z^m &= \lambda_z^m v, & \lambda_z^m &= \lambda_s e^{-h_0/\bar{h}}, \\
D_z^i &= \lambda_z^i v, & \lambda_z^i &= \lambda_s (1 - e^{-h_0/\bar{h}}).
\end{aligned} \tag{38b}$$

Поскольку  $\lambda_e < \lambda_s$ ,  $h_0, \bar{h} \ll \lambda_e, \lambda_s$ , то имеем следующие соотношения между характерными диффузионными расстояниями в различных направлениях

$$\lambda_y^{m,i} \ll \lambda_x^{m,i} < \lambda_z^{m,i}. \tag{38c}$$

Они определяют плоский характер областей скольжения в деформируемом кристалле. Другие возможные, кроме ДПС, механизмы диффузии дислокаций обсуждались в работах [45,58,100,101,107] (см. также раздел 2.4).

### 2.3. Аннигиляция винтовых дислокаций

Механизм аннигиляции винтовых дислокаций поперечным скольжением рассматривался в ряде теоретических работ [131–134]. Как было сказано выше, с аннигиляцией винтовых дислокаций связано возникновение третьей стадии на кривых деформационного упрочнения. С учетом результатов [131–134] в [116,117,134,135] был разработан метод экспериментального и теоретического анализа этих кривых с целью получения количественных данных о процессе аннигиляции винтовых дислокаций в кристаллах разной кристаллографической структуры. Для коэффициента аннигиляции винтовых дислокаций, фигурирующего в уравнении (30с), получено выражение [116,134]

$$\frac{\delta_a}{b} = \kappa_a = \frac{\omega_s^{5/2}}{2\pi^2 \alpha p} \left( \frac{\mu}{\tau_{cs}} \right), \tag{39a}$$

где  $\omega_s$  — доля винтовых участков на расширяющихся дислокационных петлях,  $p$  — число действующих систем скольжения,  $\alpha$  — коэффициент междислокационного взаимодействия при пересечении дислокаций,  $\tau_{cs}$  — критическое напряжение поперечного скольжения винтовых дислокаций.

Сравнение (39а) с экспериментальными данными показало, что в металлах с гранцентрированной кубической решеткой [134] и в щелочно-галоидных кристаллах [136,137] аннигиляция винтовых дислокаций контролируется напряжением образования перегиба критического размера в плоскости поперечного скольжения в соответствии с известным механизмом Зеегера-Бернера-Вольфа [138]

$$\tau_{cs} = \tau_{cs}(0) e^{-\frac{k_B T}{A} \ln(\dot{\gamma}_0/\dot{\gamma})}, \tag{39b}$$

где  $\tau_{cs}(0)$  — критическое напряжение поперечного скольжения при температуре  $T = 0$ ,  $\dot{\gamma}$  — скорость пластической деформации,  $\dot{\gamma}_0$  — предэкспоненциальный фактор,  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $A$  — энергетическая постоянная, зависящая от энергии дефекта упаковки кристалла  $\gamma_D$ .

Таким образом, принимая во внимание (39а,б), для коэффициента аннигиляции имеем выражение

$$\kappa_a(T) = \kappa_a(0) e^{\frac{k_B T}{A} \ln(\dot{\gamma}_0/\dot{\gamma})}, \quad (39c)$$

где  $\kappa_a(0)$  — коэффициент аннигиляции при  $T = 0$ . На рис. 6,а приведены температурные зависимости коэффициентов  $\kappa_a$  для ряда металлов с ГПК решеткой, найденные при анализе их кривых деформационного упрочнения [116,117,134,135]. Видно, что с ростом энергии дефектов упаковки в металле (в последовательности: нержавеющая сталь 304L, Ag, Au, Cu, Ni, Al) наклон прямых увеличивается вследствие уменьшения параметра  $A$  с ростом  $\gamma_D$ . Определенные из наклона прямых значения этого параметра согласуются с теоретической зависимостью  $A(\gamma_D)$  [138] как в случае металлов с ГПК решеткой (рис. 6,б, светлые точки [136]), так и щелочно-галогидных кристаллов (NaCl, KCl, LiF, темные точки [137]).

Что касается металлов с объемноцентрированной кубической решеткой, то в [134] найдено, что в них при температурах ниже  $0.2T_m$  ( $T_m$  — температура плавления) аннигиляция винтовых дислокаций контролируется напряжением Пайерлса  $\tau_P$  (рис. 7). В рассматриваемом случае в (39а)  $\tau_{cs} = \tau_P \sim \sigma_0$ , где  $\sigma_0 - \sigma_0(T)$  — пределы текучести поликристаллических  $\alpha$ -железа и молибдена при температурах ниже  $0.2T_m$ .

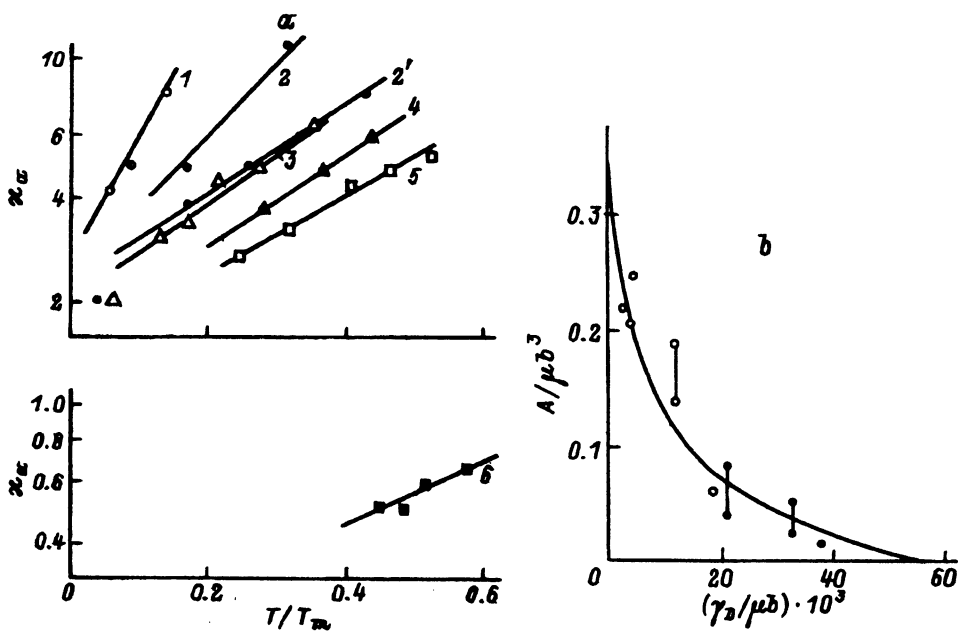


Рис. 6. Температурные зависимости коэффициентов аннигиляции винтовых дислокаций в металлах с ГПК-решеткой: 1 — Al, 2, 2' — Ni, 3 — Cu, 4 — Ag, 5 — Au, 6 — нержавеющая сталь [134,136] (а) и экспериментальная и теоретическая зависимости параметра  $A$  от величины энергии дефектов упаковки  $\gamma_D$  в этих металлах и щелочно-галогидных кристаллах [136-138] (б).

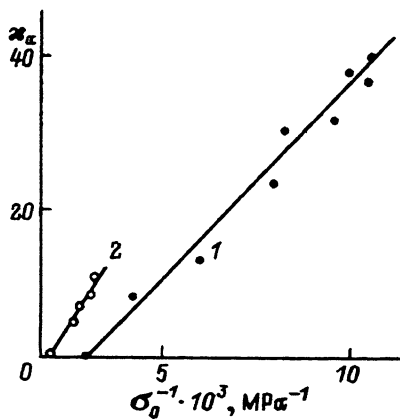


Рис. 7. Зависимости коэффициентов аннигиляции дислокаций в молибдене (1) и железе (2) от обратной величины их пределов текучести [134].

Аннигиляция одиночных винтовых дислокаций рассмотренными выше механизмами развивается при высокой плотности дислокаций на поздней (третьей) стадии кривых деформационного упрочнения отмеченных кристаллов. На начальных стадиях деформации из-за малой плотности дислокаций эти механизмы не играют заметной роли [11]. Более существенную роль на этих стадиях играет, по-видимому, аннигиляция винтовых диполей из-за малого расстояния между составляющими их винтовыми дислокациями.

Скорость аннигиляции винтовых диполей равна

$$\frac{\partial \rho_i^s}{\partial t} = -Q(h_a) \frac{\rho_i^s}{t_a^s}, \quad (40a)$$

где  $\rho_i^s$  — плотность винтовых дислокаций, заключенная в диполях,  $Q(h_a)$  — вероятность аннигиляции диполя,  $t_a^s$  — среднее время между актами аннигиляции диполей. Принимая во внимание, что аннигиляция диполей происходит лишь в том случае, когда расстояние между винтовыми его компонентами меньше критического расстояния

$$h_a = \frac{\mu b}{2\pi(\tau - \tau_f)}, \quad (40b)$$

получаем для вероятности аннигиляции оценку

$$Q(h_a) = \int_0^{h(a)} P(h) dh = 1 - e^{-h_a/\bar{h}}. \quad (40c)$$

Из-за малых размеров диполей их аннигиляция протекает мгновенно, поэтому среднее время между актами аннигиляции диполей в (39a) определяется средним временем их образования, равным времени пробега винтовых дислокаций между актами ДПС:  $t_a^s = \lambda_s/v$ . Учитывая далее, что доля дислокаций в винтовых диполях составляет  $l_s/(l_e + l_s)$  часть от полной плотности дислокаций, получаем для коэффициента аннигиляции неподвижных дислокаций в (30) оценку

$$\delta_{ai} \approx \frac{l_s}{\lambda_s^2} \left(1 - e^{-h_a/\bar{h}}\right), \quad (41)$$

где  $l_s = \mu b/(\tau - \tau_f)$  и  $l_e \approx \lambda_s$  — длины соответственно винтовых и краевых ( $l_e \gg l_s$ ) диполей [5,139].

Поперечное скольжение винтовых дислокаций является основным механизмом размножения дислокаций, поэтому аннигиляция винтовых компонент дислокаций, в том числе и во временно образующихся винтовых диполях, должна приводить к снижению скорости размножения дислокаций, как подвижных, так и неподвижных. Этим обстоятельством объясняется появление в правых частях уравнений (30а) и (30б) соответствующих слагаемых. Очевидно, что они оказывают замедляющее влияние на эволюцию дислокационного ансамбля на начальной стадии пластической деформации.

## 2.4. Нелокальная диффузия дислокаций

В разделе 2.2 обсуждался механизм диффузии дислокаций, обусловленный их взаимодействием с различными локальными препятствиями, инициирующими акты двойного поперечного скольжения винтовых дислокаций. В разделе 1.3 при анализе уравнений (20) и (22) было найдено также, что вследствие диффузионного взаимодействия подвижных и неподвижных дислокаций в правой части уравнения (23с) появляется интеграл, описывающий нелокальное (дальнодействующее) взаимодействие этих дислокаций. Разложение интеграла в ряд привело к появлению в уравнении (26а) слагаемого диффузионного типа, описывающего эффект нелокальной диффузии дислокаций вследствие дальнодействующего диффузионного их взаимодействия.

Еще один источник нелокального взаимодействия дислокаций в дислокационном ансамбле — это наличие в нем скоплений дислокаций одного знака, вызывающих появление в кристалле дальнодействующих напряжений [93,140]

$$\tau_{ik}^d(\mathbf{r}, t) = \int A_{iksp}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \alpha_{sp}(\mathbf{r}', t) d^3 \mathbf{r}'. \quad (42a)$$

Тензор  $A_{iksp}$  включает в себя упругие постоянные кристалла, ориентационные факторы и функцию Грина теории упругости анизотропного кристалла. Плотность распределения вектора Бюргерса равна

$$\alpha_{sp}(\mathbf{r}', t) = \nu_s b_p \rho(\mathbf{r}', t), \quad (42b)$$

где  $\nu_s$  — компоненты вектора ориентации дислокации. В простейшем случае одномерного распределения дислокаций в изотропном кристалле

$$\tau^d(y) = \frac{\mu b^2}{2\pi(1-\nu_P)} \int_{y-R_0}^{y+R_0} \frac{\rho^\pm(y')}{y-y'} dy', \quad (43a)$$

где  $R_0 \approx \rho^{-1/2}$  — радиус экранирования дислокаций одного знака дислокациями другого знака [141,142],

$$\rho^\pm = \rho_+ - \rho_-, \quad \rho = \rho_+ + \rho_-. \quad (43b)$$



При малой величине радиуса обрезаия  $R_0$  плотность дислокаций под знаком интеграла может быть разложена в ряд Тейлора

$$\rho^\pm(y') = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(y-y')^k}{k!} \frac{\partial^k \rho^\pm}{\partial y^k}. \quad (44)$$

После подстановки его в (43а) получаем [141]

$$\tau^d(y) = \frac{\mu b^2}{\pi(1-\nu_P)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{R_0^{2k+1}}{(2k+1)!(2k+1)} \frac{\partial^{2k+1} \rho^\pm}{\partial y^{2k+1}}. \quad (45)$$

Влияние дальнедействующих напряжений  $\tau^d$  на распределение дислокаций связано с их влиянием на скорость дислокаций  $v$  и дислокационные потоки

$$j = v_{\pm} \rho_{\pm}. \quad (46a)$$

При термоактивированном движении дислокаций их скорость зависит от действующего на них эффективного напряжения  $\tau^*$ :

$$\tau^* = \tau - \tau_{\mu}(\rho) - \tau_f + \tau^d, \quad (46b)$$

где  $\tau$  — приложенное к кристаллу напряжение,  $\tau_{\mu}(\rho)$  — напряжение, связанное с короткодействующим взаимодействием дислокаций (деформационное упрочнение). При относительно малой величине дальнедействующих напряжений  $\tau^d$  имеем

$$v_{\pm} \approx v_0 \left[ 1 + \left( \frac{\partial \ln v}{\partial \tau^d} \right)_0 \tau^d \right], \quad (47a)$$

где  $v_0$  — скорость дислокаций в отсутствие этих напряжений. В случае вязкого движения дислокаций с динамическими скоростями их скорость линейно зависит от действующих напряжений

$$v_{\pm} = \frac{b}{B} (\tau + \tau^d), \quad (47b)$$

где  $B$  — константа вязкого торможения дислокаций.

Подставляя (45) в (47) и ограничиваясь первыми двумя членами, получаем для потока дислокаций (46а) выражение

$$j_{\pm} = \pm v_0 \rho_{\pm} + D_2 \frac{\partial \rho_{\pm}}{\partial y} + D_4 \frac{\partial^3 \rho_{\pm}}{\partial y^3}. \quad (48a)$$

При термоактивированном движении дислокаций коэффициенты нелокальной диффузии дислокаций соответственно равны

$$D_2 = \frac{\mu b^2 R_0}{\pi(1-\nu_P)} \left( \frac{\partial \ln v}{\partial \tau^d} \right)_0 v_0 \rho_{\pm}, \quad D_4 = \frac{R_0^2}{18} D_2. \quad (48b)$$

Ранее выражения для потока дислокаций вида (48а) были получены в [106] на основе энергетического [142], а не силового механизма влияния дальнедействующих напряжений на перераспределение дислокаций в кристалле. С наличием нелокальных диффузионных потоков дислокаций (48) может быть связан механизм образования и расширения полос скольжения (полос Людерса) при одиночном скольжении [143–145], отличный от механизма их расширения, связанного с двойным поперечным скольжением винтовых дислокаций.

## 2.5. Деформационное упрочнение и дисперсия скорости дислокаций

При неоднородном распределении дислокаций из скорость вследствие деформационного (дислокационного) упрочнения становится функцией пространственной координаты  $v = v(\rho(r))$ . В результате при перемещении по кристаллу скорости дислокаций испытывают дисперсию, что влияет на распределение дислокаций и их потоков в деформируемом материале [54].

Для оценки характера и степени этого влияния рассмотрим систему уравнений типа (30) для плотностей подвижных и неподвижных дислокаций

$$\frac{\partial \rho_{m,i}}{\partial t} = \Phi_{m,i}(\rho_m, \rho_i) - \sum_{k=1}^3 \frac{\partial j_k^{m,i}}{\partial x_k}, \quad (49a)$$

где дислокационные потоки и коэффициенты диффузии соответственно равны

$$j_k^{m,i} = -D_k^{m,i} \frac{\partial \rho_{m,i}}{\partial x_k}, \quad D_k^{m,i} = \lambda_k^{m,i} v(\rho_m, \rho_i). \quad (49b)$$

Ограничиваясь одной компонентой потоков  $j^m$  и  $j^i$ , получаем для их градиентов выражения

$$\partial j_y^{m,i} / \partial y = -D_y^{m,i} \left[ \frac{\partial^2 \rho_{m,i}}{\partial y^2} - \frac{M_{m,i}}{\rho_{m,i}} \left( \frac{\partial \rho_{m,i}}{\partial y} \right)^2 - \frac{M_{m,i}}{\rho_{m,i}} \left( \frac{\partial \rho_m}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial \rho_i}{\partial y} \right) \right], \quad (50a)$$

где

$$M_m = -\partial \ln v / \partial \ln \rho_m, \quad M_i = -\partial \ln v / \partial \ln \rho_i \quad (50b)$$

коэффициенты дисперсии скорости дислокаций при их взаимодействии с подвижными и неподвижными дислокациями.

Полагаем, что в (46b)  $\tau_\mu = \tau_1 + \tau_2$ , где  $\tau_1 = \alpha_1 \mu b \rho_m^{1/2}$  и  $\tau_2 = \alpha_2 \mu b \bar{h} \rho_i$  — напряжения течения вследствие взаимодействия дислокаций соответственно с одиночными [112,146] и иммобилизованными в диполях [5,11] дислокациями, получаем для коэффициентов  $M_m$  и  $M_i$  оценки [54]

$$M_m = \frac{1}{2} \frac{V \tau_1}{k_B T}, \quad M_i = \frac{V \tau_2}{k_B T}, \quad (50c)$$

где  $V = -dH/d\tau^*$  — активационный объем,  $H(\tau^*)$  — энергия активации движения дислокаций. В монокристаллах меди на первой стадии деформационного упрочнения  $\tau_1 \gg \tau_2$  [10,112], и, следовательно,  $M_m \gg M_i$ . Найдено также [147], что в меди на первой стадии упрочнения величина произведения  $V \tau_\mu \approx 100 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$  постоянна (не зависит от деформации). На второй и третьей стадиях она также постоянна и равна  $\approx 500 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ . Следовательно, для коэффициентов дисперсии скорости дислокаций имеем при комнатной температуре соответственно оценки  $M_m \approx 20$  и  $100$ . В конце раздела 3.1.1. дана количественная оценка характера и степени влияния дисперсии скорости дислокаций на распределение дислокаций в кристалле.

### 3. Локализация скольжения и формирование пространственно неоднородных дислокационных структур

Одной из наиболее характерных и фундаментальных черт пластической деформации кристаллов является локализация пластической деформации в виде линий и полос скольжения [1-5, 148-163]. Теоретическое рассмотрение механизма формирования линий скольжения в течение длительного времени ограничивалось лишь анализом механизма образования одиночных линий скольжения в виде плоских скоплений дислокаций, испущенных дислокационным источником, без выхода дислокаций из своих плоскостей скольжения [156-158]. Такая автономность линий скольжения имеет место лишь на самой начальной стадии пластической деформации кристалла (на стадии его микродеформации). Последующее деформирование приводит к возникновению в кристалле иерархической, пространственно упорядоченной картины (системы) линий и полос скольжения [4, 160-163], указывающей на кооперативный характер развития пластической деформации не только при перемещении дислокаций вдоль плоскостей скольжения, но и в поперечном к их плоскостям скольжения направлении.

Из анализа экспериментальных данных следует, что имеются два существенно различных механизма активации и передачи пластической деформации в поперечном к плоскости скольжения дислокаций направлении. Это рассмотренный выше механизм двойного поперечного скольжения винтовых дислокаций [5, 9, 11, 59, 60] и механизм активации поверхностных и объемных дислокационных источников дальнедействующими полями напряжений от скоплений дислокаций одного знака [143-145]. Первый механизм характерен для кристаллов, в которых винтовые участки расширяющихся дислокационных петель легко испытывают акты ДПС, второй — когда из-за сильного расщепления дислокаций или большого решеточного трения механизм ДПС в значительной мере заблокирован и существенной становится активизация дислокационных источников плоскими скоплениями дислокаций в параллельных данной плоскостях скольжения. В качественном отношении оба механизма дают один и тот же результат, а именно передачу скольжения в поперечном к основному перемещению дислокаций направлении, что приводит к уширению линий скольжения, образованию полос Людерса, расширению полос скольжения.

В настоящем разделе с помощью системы уравнений (30) мы обсудим механизм образования линий и полос скольжения в результате действия первого из указанных выше механизмов [54, 146].

#### 3.1. Линии скольжения

Редуцированные в соответствии с условием адиабатичности (22с) уравнения (30) для подвижных и иммобилизованных в диполях дислокаций имеют вид

$$t_m \frac{\partial \rho_m}{\partial t} = R_m^2 \frac{\partial^2 \rho_m}{\partial y^2} + n \delta_m^{-1} + \rho_m - \beta R_i^{-1} \int_y^{\infty} e^{-\frac{|y-y'|}{R_i}} \rho_m(y', t) dy', \quad (51a)$$

$$\rho_i(y, t) = \frac{\delta_{im}}{\delta_{ai}} R_i^{-1} \int_y^{\infty} e^{-\frac{|y-y'|}{R_i}} \rho_m(y', t) dy', \quad (51b)$$

где

$$t_m = (\delta_m v)^{-1}, \quad R_m^2 = \lambda_y^m / \delta_m, \quad R_i = \lambda_y^i / \delta_{ai}, \quad \beta = \delta_{im} / \delta_m. \quad (51c)$$

В правую часть уравнения (51a) включены лишь первые два члена производящей функции  $f(\rho_m)$  (30c), описывающие процесс генерации дислокаций из дислокационных источников и их размножение на препятствиях недеформационного происхождения. Тем самым предполагается, что система уравнений (51) описывает эволюцию дислокационного ансамбля в кристалле на стадии легкого скольжения. Кроме того уравнения (51) записаны в одномерном приближении, поскольку нас будет интересовать в основном механизм локализации скольжения, связанный с образованием неоднородных (слоистых) дислокационных структур в поперечном к плоскости скольжения дислокаций направлении. Опыт показывает, что их формирование в этом направлении в соответствии с соотношениями (38c) происходит гораздо медленнее, чем удлинение линий скольжения в направлении основного движения дислокаций.

**3.1.1. Слоистые дислокационные структуры.** Вводя безразмерные переменные и параметры и принимая во внимание, что  $\partial \rho_m / \partial t = (\partial \rho_m / \partial \gamma) \dot{\gamma}$ , где  $\dot{\gamma} = b \rho_m v$  — скорость пластической деформации, уравнения (51) можно записать в безразмерном виде

$$\varphi_m \frac{\partial \varphi_m}{\partial \Gamma} = \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial Y^2} + \varphi_m + \beta - 1 - \beta \varphi_i(Y, \Gamma), \quad (52a)$$

$$\varphi_i(Y, \Gamma) = a \int_Y^{\infty} e^{-a|Y-Y'|} \varphi_m(Y', \Gamma) dY', \quad (52b)$$

где  $a = R_m / R_i$ ,

$$\varphi_m = \rho_m / \rho_m^0, \quad \varphi_i = \rho_i / \rho_i^0, \quad Y = y / R_m, \quad \Gamma = \gamma / \gamma_0, \quad (53a)$$

$$\rho_m^0 = \frac{n}{(\beta - 1) \delta_m}, \quad \rho_i^0 = \frac{\delta_{im}}{\delta_{ai}} \rho_m^0, \quad \gamma_0 = \frac{bn}{(\beta - 1) \delta_m^2}, \quad (53b)$$

$\rho_m^0$  и  $\rho_i^0$  — стационарно однородные значения плотностей соответственно подвижных и неподвижных дислокаций. Параметры  $\beta > 1$  и  $a < 1$  удовлетворяют условиям (15) возникновения пространственной неустойчивости дислокационного ансамбля.

При однородном распределении дислокаций  $\varphi_m(\Gamma)$  уравнения (52) принимают вид

$$\varphi_m \frac{d\varphi_m}{d\Gamma} = (\beta - 1)(1 - \varphi_m), \quad \varphi_i(\Gamma) = \varphi_m(\Gamma). \quad (54a)$$

Из (54а) следует, что на самом начальном этапе деформации, когда  $\varphi_m \ll 1$ , плотность дислокаций возрастает с деформацией в соответствии с законом  $\rho \sim \gamma^{1/2}$  [146]. Для напряжений течения в таком случае имеем  $\tau \sim \rho^{1/2} \sim \gamma^{1/4}$ . Подобный вид зависимости  $\tau$  от  $\gamma$  действительно наблюдается на стадии микродеформации ( $\gamma \approx 10^{-5} - 1 - 10^{-3}$ ) в монокристаллах меди [8, 159], предшествующей стадии легкого скольжения. С другой стороны, интегрируя (54а) вблизи  $\varphi_m \lesssim 1$ , получаем

$$\varphi_m(\gamma) \approx 1 - e^{-(1+\gamma/\gamma_\infty)}, \quad \gamma_\infty = \frac{\gamma_0}{\beta - 1}. \quad (54b)$$

Выражение (54b) описывает эволюцию однородной плотности дислокаций к стационарным значениям  $\rho_m^0$  и  $\rho_i^0$ , соответствующим пределу текучести кристалла [146].

Поскольку в замкнутом виде общее решение уравнений (52) получить не удастся, то ниже мы рассмотрим случай стационарно неоднородного распределения дислокаций  $\varphi_m(Y, \infty) = 1 + u(Y)$ . Подставляя  $\varphi_m$  в (52а), получаем уравнение

$$\frac{d^2 u}{dY^2} + u = \beta a \int_Y^\infty e^{-a|Y-Y'|} u(Y') dY' \quad (55a)$$

с граничным условием

$$\left. \frac{\partial \varphi_m}{\partial y} \right|_{\varphi_m=0} = \left. \frac{\partial u}{\partial Y} \right|_{u=-1} = 0, \quad (55b)$$

определяющим исходное однородное распределение дислокаций при  $\varphi_m \rightarrow 0$ .

Ввиду линейности уравнения (55а) и симметрии ядра подинтегрального выражения частное решение уравнения ищем в виде  $u = \cos pY$ . Подставляя его в (55а), получаем уравнение для параметра  $p$

$$p^2 - 1 + \frac{\beta a^2}{a^2 + p^2} = 0. \quad (56a)$$

Решая его, находим

$$p_{1,2}^2 = \frac{1}{2}(1 - a^2) \pm \left[ \frac{1}{4}(1 - a^2)^2 - (\beta - 1)a^2 \right]^{1/2} \quad (56b)$$

При  $\beta > 1$  и  $a < 1$  имеем  $p_1^2 > p_2^2 > 0$ .

Общее решение уравнения (55а), следовательно, имеет вид

$$\varphi_m(Y) = 1 + A_1 \cos p_1 Y + A_2 \cos p_2 Y, \quad A_1 + A_2 = 1 \quad (57a)$$

Подстановка его в граничное условие (55b) приводит к системе уравнений для определения неизвестных постоянных  $A_1$ ,  $A_2$  и  $Y_0$

$$A_1 \cos p_1 Y_0 + A_2 \cos p_2 Y_0 + 1 = 0$$

$$A_1 p_1 \sin p_1 Y_0 + A_2 p_2 \sin p_2 Y_0 = 0, \quad (57b)$$

где  $Y_0$  — координата пространственного совмещения длинноволновых  $p_2$  и коротковолновых  $p_1$  пространственных вариаций плотностей подвижных и неподвижных дислокаций. При  $a = R_m/R_i \ll 1$  из (53), (56) и (57) находим

$$\varphi_m(Y) \approx 1 + \cos p_2 Y, \quad \varphi_i(Y) \approx 1 + \frac{a^2}{a^2 + p_2^2} \cos p_2 Y, \quad (58a)$$

$$p_1^2 \approx 1, \quad p_2^2 \approx \frac{\beta - 1}{1 - a^2} a^2, \quad p_2 \ll p_1, \quad (58b)$$

$$A_1 \approx p_2/p_1, \quad A_2 \approx 1 - \frac{p_2}{p_1}, \quad A_1 \ll A_2. \quad (58c)$$

Из приведенного решения следует, что имеются два масштабных уровня самоорганизации дислокаций и локализации скольжения. Первый масштабный уровень определяется параметром  $p_1$ , второй —  $p_2$ . При  $p_1 \approx 1$  и  $p_2 \approx (\beta - 1)^{1/2} a \ll p_1$  характерные расстояния пространственных модуляций плотностей подвижных и неподвижных дислокаций соответственно равны

$$\Lambda_m \approx 2\pi R_m, \quad \Lambda_i \approx \frac{\Lambda_m}{a\sqrt{\beta - 1}} \gg \Lambda_m \quad (59)$$

На рис. 8, *b* показаны длинноволновые вариации этих плотностей

$$\rho_m(y) \approx \rho_m^0 \left( 1 + \cos 2\pi \frac{y}{\Lambda_i} \right), \quad (60a)$$

$$\rho_i(y) \approx \rho_m^0 \left( \beta + \cos 2\pi \frac{y}{\Lambda_i} \right), \quad (60b)$$

а на рис. 8, *c* (схематически) коротковолновые — в виде тонких линий скольжения. Рис. 8, *a* демонстрирует соответствующее слоистое распределение дислокаций на микроскопическом уровне.

Существование нескольких масштабных уровней локализации скольжения является характерной чертой пластической деформации

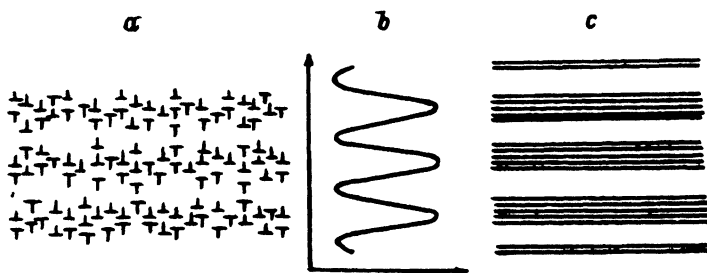


Рис. 8. Микроскопический (а) и мезоскопические (b, c) уровни самоорганизации дислокаций в линиях скольжения.

кристаллов [1-4, 148-155]. На поверхности кристалла это обстоятельство выявляется в виде тонких и более грубых, видимых в оптический микроскоп линий скольжения. Неоднородность распределения деформации в кристалле является результатом пространственно неоднородного (в данном случае — слоистого) распределения в нем плотности подвижных дислокаций. Уравнения (55)–(60) описывают механизм возникновения этой неоднородности. Он сводится к тому, что в местах кристалла, где преобладает иммобилизация дислокаций в диполях, плотность подвижных дислокаций мала и, следовательно, мала в этом месте и величина пластического сдвига, связанного с перемещением подвижных дислокаций. Наоборот, в местах, где преобладает размножение дислокаций, плотность подвижных дислокаций велика, велик в этом месте также и локальный сдвиг, что выявляется на поверхности кристалла в виде соответствующей деформационной ступеньки и линии скольжения (см. следующий раздел).

Выше, в разделе 2.5, было найдено, что учет дисперсии скорости дислокаций вследствие деформационного упрочнения приводит при неоднородном распределении дислокаций к появлению в дислокационных уравнениях слагаемых, квадратичных по градиентам плотностей дислокаций (50). Поскольку включение этих слагаемых в уравнения (52) исключает получение их замкнутого решения, то для оценки влияния рассматриваемых слагаемых на распределение дислокаций воспользуемся аппроксимацией уравнений (52) в виде чисто дифференциального уравнения для плотности подвижных дислокаций (26b).

В результате имеем следующее уравнение в безразмерной форме (52):

$$\varphi_m \frac{\partial \varphi_m}{\partial \Gamma} + (\xi - 1) \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial Y^2} + \frac{M}{\varphi_m} \left( \frac{\partial \varphi_m}{\partial Y} \right)^2 = (\beta - 1)(1 - \varphi_m), \quad (61a)$$

где  $M \equiv M_m$  — коэффициент дисперсии скорости дислокаций. Для стационарного распределения дислокаций ( $\partial \varphi_m / \partial \Gamma = 0$ ), интегрируя (61a), находим

$$\varphi_m(y) = \frac{2M + 2(\xi - 1)}{2M + (\xi - 1)} \left( 1 + \cos 2\pi \frac{y}{\Lambda} \right), \quad (61b)$$

$$\Lambda = \left( \frac{M + \xi - 1}{\beta - 1} \right)^{1/2} \Lambda_m. \quad (61c)$$

Видно, что по сравнению с (58a) и (60a) характер зависимости  $\varphi_m(y)$  существенно не изменяется. Что касается расстояния между линиями скольжения (61c), то с учетом того, что  $M \gg \xi$ , принимая во внимание (59), имеем

$$\Lambda / \Lambda_m \approx M^{1/2} a. \quad (61d)$$

Таким образом, при  $M^{1/2} a > 1$  дисперсия скорости дислокаций может привести к уширению линий скольжения и увеличению расстояния между ними.

3.1.2. Локальные сдвиги в линиях скольжения. Величина локального сдвига, связанного с одной линией скольжения, равна

$$\Delta\gamma(\gamma) = 2\Lambda^{-1} \int_0^{\Lambda/2} b\lambda_m \rho_m(y, \gamma) dy, \quad (62a)$$

где  $\Lambda$  — расстояние между линиями скольжения,  $\lambda_m$  — длина свободного пробега дислокаций в плоскости скольжения. Подставляя в (62a) стационарное значение плотности подвижных дислокаций (60a), получаем величину полного сдвига  $\Delta\gamma_m$ , связанного с образованием отдельной линии скольжения.

$$\Delta\gamma_m = b\lambda_m \langle \rho_m \rangle, \quad \langle \rho_m \rangle = 2\Lambda_i^{-1} \int_0^{\Lambda_i/2} \rho_m(y) dy. \quad (62b)$$

С учетом (53b) имеем в результате ( $\lambda_m = \delta_m^{-1}$ )

$$\langle \rho_m \rangle = \rho_m^0, \quad \Delta\gamma_m = \frac{bn\lambda_m^2}{\beta - 1}. \quad (62c)$$

Предполагая, что  $n$  и  $\lambda_m$  зависят от плотности ростовых дислокаций в соответствии с выражениями (31) и (32), находим, что

$$\Delta\gamma_m = \frac{\alpha'_0}{\alpha_0^2 \delta_f} \left( \frac{\tau_0}{\mu} \right), \quad \alpha'_0 = \alpha_0 \left[ \frac{\delta_0}{(\beta - 1)\delta_f} \right]^{1/2}, \quad (63)$$

где  $\alpha_0$  — истинная, а  $\alpha'_0$  — эффективная постоянная взаимодействия подвижных дислокаций с дислокациями роста на начальной стадии деформации [146]. На рис. 9 приведены данные [11], демонстрирующие зависимость величины сдвига в линиях (полосах) скольжения в кристаллах LiF от величины критического напряжения сдвига  $\tau_0$ . В случае прямой 1 изменение  $\tau_0$  осуществлялось изменением скорости

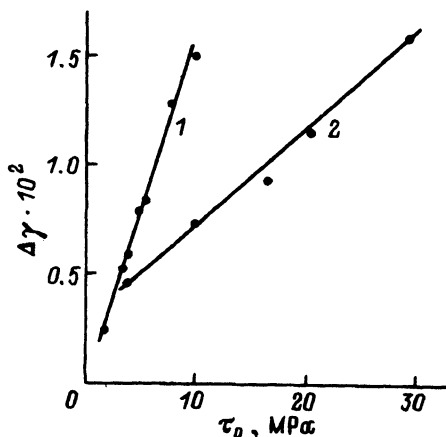


Рис. 9. Зависимости величин сдвигов  $\Delta\gamma$  в полосах скольжения в монокристаллах LiF от критического напряжения сдвига  $\tau_0$  [11].



деформирования, а в случае прямой  $\mathcal{Z}$  — вариаций дозы рентгеновского облучения кристалла. В координатах  $\Delta\gamma_m - \tau_0/\mu$  наклоны прямых на этом рисунке равны соответственно 500 и 140. Подставляя в (63) характерные значения  $\alpha'_0 \approx \alpha_0 = 0.5$  и  $\delta_0 \approx \delta_f = 10^{-2}$ , получаем теоретическую оценку величины наклона того же порядка ( $\sim 200$ ) и в случае ростовых дислокаций.

Соотношения (62) определяют величину сдвига для отдельной завершенной линии скольжения после достижения плотностью дислокаций стационарного значения  $\rho_m^0$ . Поскольку в процессе деформации плотность подвижных дислокаций, согласно (54), увеличивается с деформацией, то величина сдвига также должна расти с деформацией. В качестве первого приближения можно считать, что

$$\Delta\gamma(\gamma) \approx \Delta\gamma_m \varphi_m(\gamma), \quad (64)$$

где  $\varphi_m(\gamma)$  — пространственно однородное решение (54) уравнения (52a). Увеличение с деформацией локального сдвига в линиях скольжения и достижение им стационарного значения  $\Delta\gamma_m$  наблюдается на опыте [1,4,148]. Оно вызвано ростом с деформацией плотности подвижных дислокаций в линиях скольжения. Что касается плотности неподвижных, иммобилизованных в диполях дислокаций, она также увеличивается с деформацией и, согласно (60b), при  $\beta > 1$  может существенно превысить плотность подвижных дислокаций.

### 3.2. Полосы скольжения

Другим характерным элементом начальной стадии деформации кристаллов является возникновение и расширение в них полос скольжения [4,9,11,143,160–163]. Особым случаем локализации деформации на начальном ее этапе являются полосы сброса [164–168], вызывающие разориентацию решетки между соседними объемами кристалла. Теоретический анализ механизма образования полос обоих типов основывается на нелинейных уравнениях эволюции локальной плотности дислокаций. Примеры решения этих уравнений в виде стационарно движущихся фронтов имеются в [169–171] (в случае полос скольжения), в [49] (полос сброса), в [57] (полос Людерса в поликристаллах). Результаты компьютерного моделирования образования и расширения полос скольжения приведены в работах [59–63]. В настоящем разделе с помощью уравнений (30) будет продемонстрирован механизм возникновения и движения полос скольжения в случае слабой нелинейности исходных уравнений, обусловленной главным образом нелокальным характером взаимодействия подвижных и неподвижных дислокаций. Другое отличие настоящего (синергетического) подхода к проблеме состоит в том, что образование линий и полос скольжения рассматривается в рамках одной системы исходных дислокационных уравнений.

Ограничиваясь в (30), как и в предыдущем случае, одномерным приближением и первыми двумя членами производящей функции  $f(\rho_m)$ , получаем систему уравнений (51). В безразмерных переменных (53) она имеет вид

$$\frac{\partial \varphi_m}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial Y^2} + \varphi_m + \beta - 1 - \beta \varphi_i(Y, \tau), \quad (65a)$$

$$\varphi_i(Y, \tau) = a \int_Y^{\infty} e^{-a|Y-Y'|} \varphi_m(Y', \tau) dy', \quad (65b)$$

где  $\tau = t/t_m$  — безразмерное время. Подставляя  $\varphi_m(Y, \tau) = 1 - u(Y, \tau)$  в (65), получаем уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial^2}{\partial Y^2} + u - \beta a \int_Y^{\infty} e^{-a|Y-Y'|} u(Y', \tau) dY'. \quad (66a)$$

Оно имеет решение вида  $u = \exp(gY - s\tau)$ , если коэффициенты  $g$  и  $s$  удовлетворяют условиям

$$s = \frac{\beta a}{a - g} - g^2 - 1, \quad g < a, \quad s > \beta - 1. \quad (66b)$$

Эти условия однозначно определяют решения уравнений (65) в виде стационарно движущихся фронтов для плотностей подвижных и неподвижных дислокаций

$$\rho_m(Z) = \rho_m^0 (1 - e^{Z-Z_0}), \quad Z = g \frac{y}{R_m} - s \frac{t}{t_m}, \quad (67a)$$

$$\rho_i(Z) = \rho_i^0 \left( 1 - \frac{a}{a-g} e^{Z-Z_0} \right), \quad (67b)$$

где  $Z_0$  — постоянная интегрирования.

На рис. 10 приведены формы этих фронтов согласно (67) при величине параметра  $g = 0.2a$ . Характерные ширина и скорость движения фронтов (расширения полосы скольжения) соответственно равны

$$\Delta \Lambda_y = \frac{R_m}{g} = g^{-1} \left( \frac{\lambda_y^m}{\delta_m} \right), \quad U = \frac{s}{g} (\lambda_y^m \delta_m)^{1/2} v. \quad (67c)$$

При расширении полосы скольжения механизмом двойного поперечного скольжения винтовых дислокаций, принимая во внимание (35а) и (37), получаем, что ширина фронта есть величина порядка  $\Delta \Lambda_y \approx \bar{h}/g$ . При  $g < a \ll 1$  она существенно больше среднего расстояния выхода винтовых дислокаций в плоскость поперечного скольжения  $\bar{h}$ .

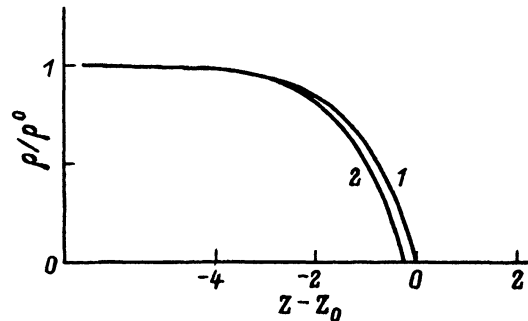


Рис. 10. Распределение плотностей подвижных (1) и неподвижных (2) дислокаций в полосе скольжения согласно (67а).

Для однозначного определения неизвестных параметров  $g$  и  $s$  необходимо, кроме соотношений (66b) между ними, иметь дополнительное соотношение, определяемое граничными условиями. При стационарном расширении полосы таким условием является соотношение между скоростью пластической деформации  $\dot{\epsilon}_0$ , задаваемой деформирующим устройством, и максимальным градиентом деформации  $(\partial\epsilon/\partial y)_m$ , связанным с полосой

$$\dot{\epsilon}_0 = U \left( \frac{\partial\epsilon}{\partial y} \right)_m. \quad (68a)$$

Поскольку  $\epsilon(y) = b\lambda_m\rho_m(y)$ , то

$$\left( \frac{\partial\epsilon}{\partial y} \right)_m = b\lambda_m \left( \frac{\partial\rho_m}{\partial y} \right)_m = gb\lambda_m R_m^{-1} \rho_m^0. \quad (68b)$$

В результате с учетом (67b) получаем искомое соотношение

$$s = \frac{\dot{\epsilon}_0}{b\rho_m^0 v}, \quad (68c)$$

позволяющее однозначно определить в (66b) параметр  $g$  и скорость расширения полосы (67c). При  $g \ll 1$  имеем для них соответственно оценки

$$g \approx \frac{s - (\beta - 1)}{s + 1} a, \quad U \approx \frac{(\lambda_y^m \delta_m)^{1/2}}{gb\rho_m^0} \dot{\epsilon}_0. \quad (69)$$

Из них видно, что при  $s \gg 1$  скорость расширения полосы пропорциональна скорости деформации  $\dot{\epsilon}_0$  и обратно пропорциональна плотности дислокационных источников  $n$ , поскольку, согласно обозначениям (53b),  $\rho_m^0 \sim n$ .

Плотность дислокационных источников определяет также условия возникновения и стабильного расширения полос скольжения. Из последнего соотношения (66b) с учетом (53b) и (68b) следует, что для возникновения полос необходимо, чтобы плотность дислокационных источников была меньше некоторого критического значения

$$n_c = \frac{\delta_m \dot{\epsilon}_0}{bv}. \quad (70)$$

Известно, что полосы скольжения (полосы Людерса) возникают в кристаллах, в которых в результате 1) прочного закрепления ростовых дислокаций примесями, 2) высокого качества поверхности и совершенства кристалла или 3) малого его объема (металлические «усы» [160–162]) число дислокационных источников в кристалле недостаточно для его равномерной пластической деформации на начальной стадии. Однако, если плотность источников оказывается достаточно большой и превышает некоторое критическое значение (70), вместо одной или нескольких полос скольжения в кристалле возникает множество тонких и грубых линий скольжения, рассмотренных в предыдущем разделе. Таким образом, уравнение типа (30) позволяют не только описать различные формы локализации деформации, но и сформулировать условия перехода от одной формы к другой.

Проблема локализации скольжения и образования в деформируемом материале различных пространственно неоднородных дислокационных структур оставалась в течение длительного времени одной из нерешенных фундаментальных задач дислокационной пластичности кристаллов. Как отмечалось во введении, этому способствовали необычный в топологическом отношении объект исследования, недостаточность экспериментальных и теоретических сведений об элементарных процессах, определяющих эволюцию дислокационного ансамбля в реальном кристалле, а также наметившийся в середине 70-х годов пессимизм относительно возможности количественного описания прочностных и пластических свойств кристаллических материалов, опираясь на свойства индивидуальных дислокаций.

Прогресс в рассматриваемом направлении наметился в 80-е годы, когда стало ясно, что формирование в деформируемом материале различных пространственно модулированных дислокационных структур является проявлением общей закономерности, характерной для ансамблей частиц любой природы со сложным нелинейным законом взаимодействия частиц друг с другом и с частицами других ансамблей, связанных с данным. Взаимодействие таких открытых друг другу и внешнему воздействию систем приводит к формированию в них существенно неравновесных с термодинамической точки зрения пространственных и временных структур [75-92].

Цель настоящего обзора (см. также [43,53,62]) состояла в том, чтобы продемонстрировать возможности этого синергетического подхода для анализа конкретных явлений, развивающихся в дислокационном ансамбле на начальных этапах деформации кристалла, таких, как локализация деформации в виде линий и полос скольжения. Детальное обсуждение механизма образования других неоднородных дислокационных структур на более поздних стадиях деформации с указанных позиций имеется в [47-49,54,55,102-197]. Сделанное в этих работах прямое сопоставление экспериментальных и теоретических результатов показывает, что уравнения эволюции локальных плотностей дислокаций типа (8), (20) и (30), а также их аппроксимация (23) и (26) могут служить в качестве базовых, модельных уравнений при количественном анализе механизмов образования рассматриваемых структур.

В заключение автор благодарит проф. Л. Кубена (L. Kubin, Франция) за возможность познакомиться с содержанием обзора [53] до его опубликования, проф. Е. Аифантиса (E. Aifantis, США) за репринты работ, опубликованных в малодоступных для автора изданиях, Б.И. Смирнова за критические замечания, сделанные при чтении рукописи.

### Список литературы

- [1] Clarebrough L.M., Hargreaves M.E. // *Progr. Metal Phys.* 1959. V. 8. P. 1-103.
- [2] Якутович М.В., Яковлева Е.С., Лерман Р.М., Буйнов Н.Н. // *Изв. АН СССР, Физ.* 1951. Т. 15. № 3. С. 383-392.
- [3] Diehl J., Mader S., Seeger A. // *Zs. Metallk.* 1955. V. 46. N 9. P. 650-657.
- [4] Neuhäuser H. // *Dislocation in Solids*. V. 6 / Ed. F. R. N. Nabarro, North-Holland Publ., 1983. P. 319-440.
- [5] Gilmann J.J. // *J. Appl. Phys.* 1962. V. 33. N 9. P. 2703-2706.
- [6] Levinstein H.J., Robinson W.H. // *The relation between the structure and mechanical properties of metals*. Teddington, 1963. V. 1. P. 180-203.

- [7] Basinski Z.S. // *Phil. Mag.* 1964. V. 9. N 97. P. 51-80.
- [8] Argon A.S., Brydges W.T. // *Phil. Mag.* 1968. V. 18. N 154. P. 817-837.
- [9] Klyavin O.V., Nikiforov A.V., Smirnov B.I., Chernov Yu.M. // *Phys. Stat. Sol.* 1969. V. 35. N 2. P. 427-433.
- [10] Basinski S.J., Basinski Z.S. // *Dislocations in Solids*. V. 4. Ed. F. R. N. Nabarro. 1979. P. 263-362.
- [11] Смирнов Б.И. Дислокационная структура и упрочнение кристаллов. Л.: Наука, 1981. 232 с.
- [12] Steeds J.W. // *Proc. Roy. Soc. A. (London)*. 1966. V. 292. N 1430. P. 343-373.
- [13] Essmann V. // *Phys. Stat. Sol.* 1965. V. 12. N 2. P. 707-747.
- [14] Fujita H. // *J. Phys. Soc. Jap.* 1967. V. 23. N 6. P. 1349-1361.
- [15] Kawasaki Y. // *J. Phys. Soc. Jap.* 1974. V. 36. N 1. P. 142-148.
- [16] Furubayashi E. // *J. Phys. Soc. Jap.* 1969. V. 27. N 1. P. 130-146.
- [17] Foxall R.A., Duesberry M.S., Hirsch P.B. // *Canad. J. Phys.* 1967. V. 45. N 2. P. 607-629.
- [18] Conrad H., Fenerstein S., Rice L. // *Mater. Sci. Eng.* 1967. V. 2. N 3. P. 157-168.
- [19] Конева Н.А., Козлов Э.В. // *Изв. вузов, Физика*. 1990. № 2. С. 89-106.
- [20] Malin A.S., Hartherly M. // *Metal Sci.* 1979. V. 13. N 8. P. 463-472.
- [21] Рыбин В.В. Большие пластические деформации и разрушение металлов. М.: Металлургия, 1986. 224 с.
- [22] Gil Sevillano J., Aernoudt E. // *Mater. Sci. Eng.* 1987. V. 86. N 2. P. 35-51.
- [23] Huges D.A., Nix W.D. // *Mater. Sci. Eng. A.* 1989. V. 122. N 2. P. 153-172.
- [24] Clauer A.H., Wilcox B.A., Hirth J.P. // *Acta Met.* 1970. V. 18. N 3. P. 381-397.
- [25] Takeuchi S., Argon A.S. // *J. Mater. Sci.* 1976. V. 11. N 8. P. 1542-1566.
- [26] Смирнов Б.И., Чуднова Р.С., Шпейзман В.В. // *ФТТ*. 1981. Т. 23. № 10. С. 2964-2970.
- [27] Laird C. // *Dislocation in Solids*. V. 6. / Ed. F. R. N. Nabarro. 1983. P. 55-114.
- [28] Winter A.T. // *Phil. Mag.* 1978. V. 37. N 4. P. 457-463.
- [29] Jin N.Y. // *Acta Met.* 1989. V. 37. N 7. P. 2055-2066.
- [30] Ackerman F., Kubin L., Lepinoux J., Mughrabi H. // *Acta Met.* 1984. V. 32. N 5. P. 715-725.
- [31] Sharp J.W. // *Phil. Mag.* 1967. V. 16. N 139. P. 77-96.
- [32] Варна М.С., Meshii M. // *Mater. Sci. Eng.* 1974. V. 16. N 1/2. P. 181-191.
- [33] Luft A., Richter J., Sh Schlaubitz K., Loose Ch., Mühlhaus Ch. // *Mater. Sci. Eng.* 1975. V. 20. N 1. P. 113-122.
- [34] Luft A. // *Progr. Mater. Sci.* 1991. V. 35. N 1. P. 91-289.
- [35] Акулов Н.С. Дислокации и пластичность. Минск: Изд-во АН БССР, 1961. 200 с.
- [36] Орлов А.Н. // *ФММ*. 1965. Т. 20. N 1. С. 12-20.
- [37] Владимиров В.И., Кусов А.А. // *ФММ*. 1976. Т. 41. № 5. С. 951-959.
- [38] Малыгин Г.А. // Сб. докл. Всес. конф. по физике пластичности кристаллов. Харьков: ФТИНТ АН УССР, 1976. С. 61-62.
- [39] Aifantis E.C. // *The Mechanics of Dislocations*. Proc. Int. Symp. / Ed. E.C. Aifantis, J.P. Hirth. ASM, Metals Park, Ohio, 1983. P. 127-146.
- [40] Walgraef D., Aifantis E.C. // *Int. J. Eng. Sci.* 1985. V. 23. N 12. P. 1351-1372.
- [41] Aifantis E.C. // *Mater. Sci. Eng.* 1986. V. 81. N 1/2. P. 653-674.
- [42] Walgraef D., Schiller C., Aifantis E.C. // *Patterns, defects and microstructures in nonequilibrium systems* / Ed. D. Walgraef. NATO series. Martinus Nijhoff Publ., 1987. P. 257-269.
- [43] Walgraef D., Aifantis E.C. // *Res Mechanica*. 1988. V. 23. N 1. P. 161-195.
- [44] Walgraef D. // *Nonlinear Phenomena in Material Science* / Ed. L.P. Kubin, G. Martin. Solid State Phenomena. 1988. V. 3/4. P. 77-96.
- [45] Louchet F., Brechet Y. // *Ibid.* P. 335-346.
- [46] Kratochvil J. // *Rev. Phys. Appl.* 1988. V. 23. N 4. P. 419-429.
- [47] Малыгин Г.А. // *ФТТ*. 1989. Т. 31. № 1. С. 175-180; № 7. С. 43-48.
- [48] Малыгин Г.А. // *ФТТ*. 1990. Т. 32. № 4. С. 1102-1107.
- [49] Малыгин Г.А. // *ФММ*. 1990. № 5. С. 22-30.
- [50] Kratochvil J. // *Scripta Met. Mater.* 1990. V. 24. N 5. P. 891-894.
- [51] Панин В.Е., Лихачев В.А., Гриняев Ю.В. Структурные уровни деформации твердых тел. Новосибирск: Наука, 1986, 226 с.
- [52] Нагорных С.Н., Сарафанов Г.Ф. // *Металлофизика*. 1992. Т. 14. № 5. С. 67-71.

- [53] Kubin L.P. // *Material Science and Technology* / Ed. H. Mughrabi. 1993. V. 6. P. 137-187.
- [54] Малыгин Г.А. // ФММ. 1991. № 6. С. 33-43; № 7. С. 16-24; N 11. С. 46-52.
- [55] Малыгин Г.А. // ФТТ. 1991. Т. 33. № 11. С. 3267-3274.
- [56] Aifantis E.C. // *Non Linear Phenomena in Material Science* / Ed. G. Martin, L. Kubin, Solid State Phenomena. 1992. V. 23/24. P. 355-368.
- [57] Hähner P., Kubin L.P. // *Ibid.* P. 385-402.
- [58] Romanov A.E. // *Material Science Forum*. 1993. V. 123/125. P. 617-626.
- [59] Предводителей А.А., Игонин С.И. // Элементарные процессы пластической деформации кристаллов. Киев: Наук. Думка, 1978, С. 17-32.
- [60] Веселов В.И., Ничуговский Г.А., Предводителей А.А. // *Изв. вуз.* 1981. Т. 24. № 9. С. 82-86.
- [61] Lepinoux J., Kubin L.P. // *Scripta Met.* 1987. V. 21. N . P. 833-838.
- [62] Kubin L.P., Lepinoux J. // *Strength of Metals and Alloys (ICSMA-8)*. Pergamon Press, 1988. V. 1. P. 35-59.
- [63] Lepinoux J., Kubin L.P. // *J. de Physique*. 1989. V. 50. C-3. P. 113-119.
- [64] Ghoniem N.M., Amodeo R.J. // *Non Linear Phenomena in Material Sciences* / Ed. L.P. Kubin, G. Martin. Solid State Phenomena. 1988. V. 3/4. P. 377-393.
- [65] Amodeo R.J., Ghoniem N.M. // *Phys. Rev. B*. 1990. V. 41. N 10. P. 6958-6976.
- [66] Kubin L.P., Canova G., Condat M., Devincre B., Pontikis V., Brechet Y. // *Non Linear Phenomena in Material Science* / Ed. G. Martin, L.P. Kubin. Solid State Phenomena. 1992. V. 23/24. P. 455-472.
- [67] Hesselbarth H.W., Steck E. // *Ibid.*, P. 445-454.
- [68] Kubin L.P. // *Phys. Stat. Sol. (a)*. 1993. V. 135. N 2. P. 433-443.
- [69] Spružil B., Huilica F. // *Czech. J. Phys. B*. 1985. V. 35. N 8. P. 897-900.
- [70] Kleiser Th., Voček M. // *Zs. Metallk.* 1986. V. 77. N 9. P. 582-587.
- [71] Gil Sevillano J., Bouchaud E., Kubin L.P. // *Scripta Met. Mater.* 1991. V. 25. N 3. P. 355-359.
- [72] Балеску Р. Статистическая механика заряженных частиц. М.: Мир, 1967. 324 с.
- [73] Климонтович Ю.Л. Кинетическая теория неидеального газа и неидеальной плазмы. М.: Наука, 1975. 352 с.
- [74] Bogoliubov N.N. // *Studies in Statistical Mechanics*. V. 1 / Ed. J. de Boer, G.F. Ulenbeck. North-Holland, 1962. P. 5-118.
- [75] Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир, 1979. 512 с.
- [76] Хакен Г. Синергетика. М.: Мир, 1980. 405 с.
- [77] Жаботинский А.М. Концентрационные автоколебания. М.: Наука, 1974. 182 с.
- [78] Swift J., Hohenberg P.C. // *Phys. Rev. A*. 1977. V. 15. N 1. P. 319-329.
- [79] Cross M.C., Hohenberg P.C. // *Rev. Mod. Phys.* 1993. V. 65. N 3. Pt. 2. P. 891-1112.
- [80] Greenside H.S., Cross M.C. // *Phys. Rev. A*. 1985. V. 31. N 4. P. 2492-2501.
- [81] Кернер Б.С., Осипов В.В. // УФН. 1990. Т. 160. № 9. С. 1-73.
- [82] Turing A. // *Phil. Trans. Roy. Soc. B*. 1952. V. 237. N 1. P. 37-72.
- [83] Meinhardt H. Models of Biological pattern formation. London-N.Y.: Acad. Press, 1982. 230 p.
- [84] Belintsev B.N., Livshits M.A., Volkenstein M.V. // *Zs. Phys. B: Cond. Mat.* 1981. V. 44. N 2. P. 345-351.
- [85] Белинцев Б.Н. // УФН. 1983. Т. 141. № 1. С. 55-101.
- [86] Белинцев Б.Н. Физические основы биологического формообразования. М.: Наука, 1991, 252 с.
- [87] Toko K., Yamafuji K. // *Physica D. Nonlinear Phenomena*. 1990. V. 44. N 3. P. 354-470.
- [88] Walgraef D. // *Mechanical Properties and Behaviour of Solids: plastic instabilities*. World Sci. Publ., 1986. P. 354-395.
- [89] Collet P., Eckmann J.P. // *Nonlinearity*. 1992. V. 5. N 6. P. 1265-1302.
- [90] Greenside H.S., Coughram W.H. // *Phys. Rev. A*. 1984. V. 30. N 1. P. 398-428.
- [91] Рабинович М.Н., Сущик М.М. // УФН. 1990. Т. 160. № 1. С. 1-64.
- [92] Рабинович М.Н., Фабрикант А.Л., Пимринг Л.Ш. // УФН. 1992. Т. 162. № 8. С. 1-92.
- [93] Косевич А.М. // УФН. 1964. Т. 84. № 4. С. 579-609.
- [94] Kosevich A.M. // *Dislocations in Solids*. V. 1 / Ed. F. R. N. Nabarro. North-Holland, 1979. P. 33-117.

- [95] Лихачев В.А., Волков А.Е., Шудегов В.Е. Континуальная теория дефектов. Л.: Изд-во ЛГУ, 1986. 226 с.
- [96] Кунин И.А. // Скоутен Я.А. Тензорный анализ. М.: Наука, 1965. С. 373-443.
- [97] Кадомцев Б.Б. Коллективные явления в плазме. М.: Наука, 1976. 238 с.
- [98] Мещеряков Ю.И., Прокуратова Е.И. Физическая механика. Л.: Изд-во ЛГУ, 1976. № 2. С. 118-126.
- [99] Ханнанов Ш.А. // ФММ. 1978. Т. 46. № 4. С. 708-713.
- [100] Bottani С.Е. // Mechanical Properties and Behaviour of Solids: plastic instabilities. World Sci. Publ., 1986. P. 169-203.
- [101] Гайков А.Л., Романов А.Е. // ФТТ. 1992. Т. 33. № 9. С. 2772-2775.
- [102] Малыгин Г.А. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 11. С. 3253-3258.
- [103] Малыгин Г.А. // ФТТ. 1991. Т. 33. № 4. С. 1069-1076.
- [104] Малыгин Г.А. // ФТТ. 1991. Т. 33. № 6. С. 1855-1859.
- [105] Малыгин Г.А. // ФТТ. 1992. Т. 34. № 11. С. 3605-3607.
- [106] Walgraef D., Aifantis E.C. // J. Appl. Phys. 1985. V. 58. N 2. P. 688-691.
- [107] Schiller C., Walgraef D. // Acta Met. 1988. V. 36. N 3. P. 563-574.
- [108] Аинфантис Е., Вальграеф Д., Барьяхтар В.Г., Ефименко С.П. // Проблемы твердого тела. Киев: Наук. Думка, 1991. С. 85-88.
- [109] Mitchel T.E. // Progr. Appl. Mater. 1964. V. 6. P. 119-237.
- [110] Livingston J.D. // J. Appl. Phys. 1960. V. 31. N 6. P. 1071-1076.
- [111] Mecking H., Bulian G. // Acta Met. 1976. V. 24. N 3. P. 249-260.
- [112] Heinrich H., Neuhaus R., Schwink Ch. // Phys. Stat. Sol. (a). 1992. V. 131. N 2. P. 299-308.
- [113] Kocks U.F. // J. Eng. Mater. Technol. (ASME H). 1976. V. 98. N 1. P. 76-85.
- [114] Estrin Yu., Kubin L.P. // Acta Met. 1986. V. 34. N 12. P. 2455-2464.
- [115] Estrin Yu., Mecking H. // Acta Met. 1984. V. 32. N 1. P. 57-70.
- [116] Малыгин Г.А. // ФТТ. 1987. Т. 29. № 7. С. 2067-2072.
- [117] Malygin G.A. // Phys. Stat. Sol. (a). 1990. V. 119. N 2. P. 423-436.
- [118] Малыгин Г.А. // ФТТ. 1993. Т. 34. № 5. С. 1328-1342.
- [119] Wesolowski J., Latkowski A.L. // Acta Met. 1985. V. 33. N 8. P. 1439-1445.
- [120] Reid C.N., Gilbert A., Rosenfield A.K. // Phil. Mag. 1965. V. 12. N 116. P. 409-412.
- [121] Bullough R., Sharp J.V. // Phil. Mag. 1965. V. 11. N 111. P. 605-615.
- [122] Kocks U.F., Argon A.S., Ashby M.F. // Progr. Mater. Sci. 1975. V. 19. P. 1-247.
- [123] Orlov A.N., Perevesentsev V.N., Smirnov B.I. // Phys. Stat. Sol. (a). 1975. V. 32. N 1. P. 35-42.
- [124] Appel F. // Phil. Mag. A. 1991. V. 63. N 1. P. 71-85.
- [125] Jackson P.J. // Progr. Mater. Sci. 1985. V. 29. N 1/2. P. 139-175.
- [126] Wiedersich M. // J. Appl. Phys. 1962. V. 33. N 3. P. 854-858.
- [127] Appel F., Bethge H., Messerschmidt U. // Phys. Stat. Sol. (a). 1977. V. 42. N 1. P. 61-71.
- [128] Appel F., Grube H., Messerschmidt U. // Crystall Latt. Def. 1977. V. 7. N 2. P. 65-70.
- [129] Appel F., Messerschmidt U., Schmidt V., Klyavin O.V., Nikiforov A.V. // Mater. Sci. Eng. 1982. V. 56. N 1. P. 211-218.
- [130] Малыгин Г.А. // ФТТ. 1988. Т. 30. № 10. С. 3174-3177.
- [131] Essmann U., Mughrabi H. // Phil. Mag. A. 1979. V. 40. N 6. P. 731-756.
- [132] Kusov A.A., Vladimirov V.I. // Phys. Stat. Sol. (b). 1986. V. 138. N 1. P. 135-142.
- [133] Попов Л.Е., Кобычев В.С., Ковалевская Т.А. Пластическая деформация сплавов. М.: Металлургия, 1984. 182 с.
- [134] Малыгин Г.А. // ФТТ. 1992. Т. 34. № 9. С. 2882-2892.
- [135] Владимирова Г.В., Малыгин Г.А., Рывкина Д.Г. // ФММ. 1989. Т. 67. № 2. С. 380-388.
- [136] Малыгин Г.А. // ФТТ. 1992. Т. 34. № 10. С. 3200-3210.
- [137] Малыгин Г.А. // ФТТ. 1993. Т. 35. № 6. С. 1609-1612.
- [138] Seeger A., Berner R., Wolf H. // Zs. Phys. 1959. V. 155. N 2. P. 247-262.
- [139] Fourie J.T., Murphy R.J. // Phil. Mag. 1962. V. 7. N 82. P. 1617-1631.
- [140] Mura T. // Adv. in Mater. Res. 1968. V. 3. P. 1-81.
- [141] Гайков А.Л. // Металлофизика. 1990. Т. 12. № 5. С. 71-76.
- [142] Holt D.L. // J. Appl. Phys. 1970. V. 41. N 1. P. 3197-3208.
- [143] Hampel A., Kammler T., Neuhauser H. // Phys. Stat. Sol. (a). 1993. V. 135. N 2. P. 405-416.
- [144] Mitchell J.W. // Ibid. P. 455-466.

- [145] Nixon W.E., Masey M.H., Mitchell J.W. // *Acta Met.* 1979. V. 27. N 6. P. 943-950.
- [146] Малыгин Г.А. // *ФТТ*. 1993. Т. 35: № 5. С. 1328-1342.
- [147] Thornton P.R., Mitchell T.E., Hirsch P.B. // *Phil. Mag.* 1962. V. 7. N 74. P. 337-358.
- [148] Brown A.F. // *Adv. in Phys.* 1952. V. 1. N 3. P. 427-479.
- [149] Read W.T. // *Imperfections in Nearly Perfect Crystals*. N.-Y.: John-Wiley, 1952. P. 129-151.
- [150] Kuhlmann-Wilsdorf D., von der Merwe J.H., Wilsdorf H. // *Phil. Mag.* 1952. V. 43. N 341. P. 632-643.
- [151] Mader S. // *Zs. Phys.* 1957. V. 149. N 1. P. 73-102.
- [152] Rosi F.D., Mathewson C.H. // *Trans. AIME*. 1950. V. 188. N 9. P. 1159-1167.
- [153] Washburn J., Murthy G. // *Can. J. Phys.* 1967. V. 45. N 2. Pt. 2. P. 523-539.
- [154] Richter J. // *Phys. Stat. Sol.* 1971. V. 46. N 1. P. 203-205.
- [155] Neuhäuser H. // *Res. Mechanica*. 1988. V. 23. N 1. P. 113-135.
- [156] Kanninen M.E., Rosenfield A.R. // *Phil. Mag.* 1969. V. 21. N 2. P. 569-587.
- [157] Head A.K., Wood W.W. // *Phil. Mag.* 1973. V. 27. N 3. P. 505-517.
- [158] Zaitsev S.I., Nadgornyi E.M. // *Phys. Stat. Sol. (a)*. 1975. V. 28. N 1. P. 49-59.
- [159] Man J., Holzmann M., Vlach B. // *Phys. Stat. Sol. (a)*. 1967. V. 19. N 2. P. 543-555.
- [160] Brenner S.S. // *J. Appl. Phys.* 1957. V. 28. N 9. P. 1023-1028.
- [161] Nittono O. // *Jap. J. Appl. Phys.* 1971. V. 10. N 2. P. 188-195.
- [162] Gotoh Y. // *Phys. Stat. Sol. (a)*. 1974. V. 24. N 1. P. 305-313.
- [163] Hampel A., Neuhäuser H. // *Phys. Stat. Sol. (a)*. 1987. V. 104. N 1. P. 171-181.
- [164] Gilman J.J. // *J. Metals*. 1954. V. 6. Sec. 2. N 5. P. 621-629.
- [165] Urusovskaya A.A., Thagarajan R. // *Phys. Stat. Sol.* 1965. V. 10. N 1. P. 349-360.
- [166] Siethoff H. // *Acta Met.* 1973. V. 21. N 11. P. 1523-1531.
- [167] Андронов В.М., Гвоздилов А.М. // *ФММ*. 1987. Т. 63. № 6. С. 1212-1219.
- [168] Higashida K., Takamura J., Narita N. // *Mater. Sci. Eng.* 1986. V. 81. N 1/2. P. 239-249.
- [169] Vladimirov V.I., Orlov A.N., Petrov V.A., Smirnov B.I. // *Phys. Stat. Sol.* 1969. V. 33. N 1. P. 477-484.
- [170] Владимиров В.И., Кусов А.А. // *ФММ*. 1975. Т. 39. № 6. С. 1150-1155.
- [171] Владимиров В.И., Кусов А.А. // *ФТТ*. 1976. Т. 18. № 6. С. 1523-1528.