

УДК 537.312.62

©1994

О ВЛИЯНИИ НЕМАГНИТНЫХ ПРИМЕСЕЙ НА ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА В ДВУМЕРНОЙ МОДЕЛИ ВТСП

Н.В.Шедрина, М.И.Шедрин

Теоретически рассматривается вопрос о влиянии немагнитных примесей на температуру перехода T_c в двумерной модели ВТСП с косинусной дисперсией энергии носителей заряда. Показано, что эта модель в отличие от стандартной теории БКШ с квадратичным спектром допускает такое решение для T_c , которое оказывается порядка величины интервала энергии, в котором происходит образование пар. Из-за сильной зависимости плотности состояний от энергии вблизи поверхности Ферми здесь, вообще говоря, оказывается несправедливой теорема о компенсации затухания от упругого рассеяния на короткодействующих немагнитных примесях в лестничном приближении. Указано дополнительное условие малости затухания, при котором компенсация может иметь место.

1. Двумерная (2D) модель сверхпроводника с косинусной дисперсией энергии носителей заряда в зоне проводимости

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = -B[\cos(k_x a) + \cos(k_y a)] \quad (\hbar = 1)$$

является одной из возможных версий теории, предлагаемой для описания свойств ВТСП, в которой высокие значения температуры сверхпроводящего перехода T_c связаны с существованием аномалии в плотности состояний на поверхности Ферми для полузаполненной зоны, когда химпотенциал $\mu = 0$ [1-4]. Такая анизотропия энергетического спектра носителей заряда позволяет, в частности, объяснить наблюдаемые на эксперименте особенности температурного поведения скорости [5] и затухания [6] звука вблизи T_c . Численные значения T_c для La-Sr-Cu-O и Y-Ba-Cu-O, полученные в этой модели, хорошо согласуются с экспериментом [3,4].

Сингулярность в плотности состояний, связанная с указанным видом $\varepsilon_{\mathbf{k}}$, является одним из примеров проявления топологических особенностей в некоторых точках на поверхности Ферми, известных как особенности Ван Хова-Лифшица. Поэтому это предельно анизотропное выражение $\varepsilon(k_x, k_y)$ можно рассматривать как своего рода аппроксимацию реальной зависимости $\varepsilon(\mathbf{k})$ в окрестности двумерной особой точки. Остальная же часть поверхности Ферми может иметь вполне трехмерный (3D) характер и не вносить заметного вклада в высокотемпературное решение для T_c .

Отметим, что для указанного 2D спектра многие характерные параметры, введенные в модели с квадратичным спектром и в 3D изме-

рени, видоизменяются. Так, известное выражение для длины корреляции

$$\xi = \hbar v_F / \Delta$$

здесь является функцией от положения на поверхности Ферми, скорость Ферми не является постоянной по модулю и там, где $v_F \rightarrow 0$, ξ не обращается в нуль, а должна рассчитываться по другой формуле

$$\xi = \hbar \sqrt{|\nabla_p v|_F} / \sqrt{\Delta}.$$

Сам факт обращения v в нуль в некоторых точках на поверхности Ферми и приводит к логарифмической особенности в плотности состояний N . Внесение же анизотропии в квадратичный спектр $3D$ модели посредством эффективных масс m_a, m_b, m_c приводит лишь к количественному изменению N , но не создает аномалии (только в $1D$ случае $N(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-1/2}$ на две зоны). В $1D$ с косинусной дисперсией корневая особенность $N(\varepsilon) \sim (B^2 - \varepsilon^2)^{-1/2}$ возникает как при почти пустой, так и почти заполненной зоне.

Здесь рассматривается вопрос о влиянии на T_c упругого рассеяния носителей заряда без переворота спина в рамках $2D$ модели. Это представляет интерес, поскольку существует классический результат в $3D$ модели с изотропным спектром, согласно которому происходит взаимное сокращение примесных вкладов от затухания гриновской функции и от рассеяния в лестничном приближении при расчете термодинамических величин. Поэтому немагнитные примеси, по крайней мере не слишком большой концентрации мало сказываются на термодинамике обычного сверхпроводника и, в частности, на сдвиге T_c [7]. Фактически об этом же говорится и в теореме Андерсона [8]. Для $2D$ модели такое утверждение оказывается уже несправедливым и такой компенсации (во всяком случае для не слишком малого затухания) не происходит. Это связано с тем обстоятельством, что при доказательстве указанной теоремы о компенсации существенно используется тот факт, что плотность состояний мало меняется вблизи поверхности Ферми в пределах энергии ω_0 , где происходит притяжение электронов ($\omega_0 = \omega_D$ — энергия Дебая при фоновом механизме спаривания). При сингулярной $N(\xi)$, $\xi = \varepsilon_k - \mu$ все величины, описывающие рассеяние на примеси, начинают сильно зависеть от энергии даже в пределах ω_0 . Поэтому, в частности, нельзя выносить N за знак интеграла при интегрировании по ξ . Именно эта зависимость от энергии и приводит к нарушению компенсации.

Для ВТСП действительно, по-видимому, даже примеси без переворота спина и магнитного момента могут оказывать заметное влияние на сдвиг T_c [9]. В прикладном плане этому вопросу посвящено очень большое число работ, поскольку легирование дает возможность зачастую получать образцы с достаточно необычными свойствами [10–13]. Интерпретация таких экспериментальных работ встречается определенные трудности, поскольку, например, в кислородосодержащих ВТСП дефект по кислороду определяет степень заполнения зоны проводимости и наличие высоких T_c приписывается в $2D$ модели возникновению сингулярности при заполнении, близком к половине зоны. При

этом действие легирующего элемента проявляется не столько в упругом рассеянии, сколько просто в связывании кислорода и косвенно в изменении степени заполнения зоны [13]. Существенную роль может играть также перераспределение кислорода по различным позициям в решетке (например, между плоскостями и цепочками) [12]. Таким образом, влияние примесей на T_c может быть достаточно разнообразным. Здесь мы ограничиваемся условием постоянства степени заполнения зоны при введении примесей, их роль сводится только к упругому рассеянию затравочных носителей заряда.

2. Поскольку в некотором смысле имеет место обобщение традиционной теории БКШ на случай предельно анизотропного электронного спектра, особо подчеркнем сделанные здесь предположения. Основопологающая идея теории БКШ — потеря устойчивости основного состояния Ферми-системы при включении четырехфермионного взаимодействия между ее частицами

$$H_i = \int (-g)\psi_1^+\psi_{-1}^+\psi_{-1}\psi_1 dr$$

и при условии отрицательности константы связи (здесь $g > 0$). Для слоистых кристаллов предполагается, что зависимость $\varepsilon(k_x, k_y)$ справедлива для каждого проводящего слоя в плоскости (a, b) (для оксидов — это плоскости, содержащие группы CuO_2). Так как надежных данных об анизотропии константы g нет, примем ее для простоты изотропной. Это означает, что притяжение одинаково между электронами как внутри слоев, так и между ними. Поэтому во всех суммах по волновому вектору \mathbf{k} суммирование по компоненте k_z дает просто множитель $2\pi/c$ (c — расстояние между плоскостями), который ниже везде учитывается в плотности состояний N . При переходе к 3D случаю достаточно ввести интеграл перекрытия между слоями V_1 , при этом автоматически проявляется действие и межэлектронного взаимодействия в этом направлении.

Дополнительное условие обычно вводится для ограничения области действия притягивающего взаимодействия. Это ограничение может сильно снизить величину T_c . Впервые для металлов в качестве такого фактора обрезания была введена дебаевская частота ω_D , поскольку в них акустические фононы считались единственным переносчиком взаимодействия между электронами. К настоящему времени исследованы различные механизмы такого взаимодействия [14, 15]. В частности, в поляронной модели [16] вообще не вводится обрезание и взаимодействие распространяется на всю поляронную зону. Мы вводим обрезавший параметр ω_0 , но смысл его не конкретизируем. Вопрос о способе введения обрезавшего фактора обсуждается ниже.

Температуру перехода T_c определяем из условия существования полюса в пропагаторе куперовской пары [17]

$$\Gamma(\omega_n, \mathbf{q}, T) = - \frac{g}{1 - g\Pi(\omega_n, \mathbf{q}, T)}. \quad (1)$$

Здесь Π — вклад от петлевой диаграммы куперовского вида

$$\Pi(\omega_n, \mathbf{q}) = T \Sigma R(\omega_n, \omega_\nu, \mathbf{q}),$$

где

$$R(\omega_n, \omega_\nu, \mathbf{q}) = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} G(\omega_\nu, \mathbf{k}) G(\omega_n - \omega_\nu, \mathbf{q} - \mathbf{k}), \quad (2)$$

G — затравочная температурная функция Грина электрона в нормальной фазе

$$G(\omega_\nu, \mathbf{k}) = \frac{1}{i\omega_\nu + i\delta \operatorname{sign} \omega_\nu - \varepsilon_{\mathbf{k}} + \mu}. \quad (3)$$

Поскольку G от спина явно не зависит, спиновые индексы опущены.

При описании сверхпроводникового перехода в примесном кристалле в куперовскую диаграмму вставляются примесные линии, описывающие процессы рассеяния затравочных электронов. Эти линии соответствуют парным корреляционным функциям потенциала рассеяния

$$\gamma = n|V(\mathbf{k})|^2,$$

где n — средняя концентрация примесей, $V(\mathbf{k})$ — Фурье-компонента потенциала примесей. Обычно примесь считается короткодействующей, так что зависимостью от \mathbf{k} можно пренебречь. Таким образом, куперовские пары образуются уже не из затравочных электронов, а из квазичастиц, возникающих при многократном рассеянии на хаотическом примесном потенциале. Известны две такие квазичастицы, играющие важную роль в процессах хаотизации, — куперон и диффузон [18]. Первый образуется при многократном рассеянии двух частиц в лестничном приближении, а второй — частицы и дырки. Поскольку примесное рассеяние упругое, в чисто примесных диаграммах отсутствует суммирование по частотам ω_ν , факторизация вкладов имеет место только в \mathbf{k} -пространстве.

В куперонном приближении эффекты хаотизации входят в Π следующим образом:

$$\Pi(\omega_n, \mathbf{q}, T) = T \sum_\nu \frac{R(\omega_n, \omega_\nu, \mathbf{q})}{1 - \gamma R(\omega_n, \omega_\nu, \mathbf{q})}. \quad (4)$$

Характерная особенность куперона — разные знаки частот в двух функциях Грина, входящих в R , поэтому при $\omega_n = 0$ полюса их расположены по разные стороны от вещественной оси при интегрировании по ξ . Мы ограничимся здесь рассмотрением только этого приближения, поскольку именно при этом имеет место компенсация, о которой говорилось выше.

3. Величина γ связана с затуханием δ через примесную петлевую диаграмму [17, §39]

$$\delta = \operatorname{Im} \Sigma_r(\omega) = \gamma \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \operatorname{Im} G_r(\omega, \mathbf{k}) = \gamma \int N(\xi) \frac{\delta}{(\omega - \xi)^2 + \delta^2} d\xi, \quad (5)$$

$$N(\xi) = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \delta(\xi - \varepsilon_{\mathbf{k}} + \mu), \quad (6)$$

G_r в (5) означает запаздывающую функцию Грина. Интегрирование по ξ в (5) производится, вообще говоря, по всей зоне ширины

$W = 4B$, т. е. в пределах $(-W/2, W/2)$, хотя основной вклад определяется окрестностью энергии Ферми. Обычно в том случае, когда подынтегральная функция убывает быстро, интегрирование распространяется на интервал $(-\infty, \infty)$. Строго говоря, если не делать каких-либо дополнительных аппроксимаций, сама плотность состояний $N(\xi)$ определяет интервал, по которому происходит интегрирование.

Величина T_c и соответствующая ей T_0 в чистом кристалле (при $\gamma = 0$) определяются уравнениями

$$1 - g\Pi(T_c) = 0, \quad 1 - g\Pi_0(T_0) = 0, \quad (7)$$

где $\Pi(T_c) \equiv \Pi(0, 0, T_c)$, индекс c указывает, что функция берется при $\gamma = 0$. Связь между T_c и T_0 следует из (7), $\Pi(T_c) = \Pi_0(T_0)$.

В статическом случае из (2) имеем

$$R(\omega_\nu) = \int \frac{N(\xi)}{(|\omega_\nu| + \delta)^2 + \xi^2} d\xi. \quad (8)$$

Все особенности электронного энергетического спектра, как это имеет место при вычислении термодинамических величин, проявляются только через плотность состояний $N(\xi)$. Для $2D$ модели

$$N(\xi) = \frac{1}{2\pi v_0} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(\xi+\mu)t} J_0(Bt) dt =$$

$$= \left(\frac{1}{2\pi v_0 B} \right) P_{-1/2} \left[\frac{(\xi + \mu)^2}{2B^2} - 1 \right] = \left(\frac{1}{\pi^2 v_0 B} \right) K \left(\sqrt{1 - \frac{(\xi + \mu)^2}{4B^2}} \right). \quad (9)$$

Здесь $J_0(x)$, $P_\nu(x)$ и $K(x)$ — соответственно функции Бесселя, Лежандра и эллиптический интеграл первого рода [19]. Напомним, что ξ имеет смысл энергии, отсчитываемой от уровня Ферми μ . При получении (9) из (6) использовалось интегральное представление функции Бесселя

$$J_0(Bt) = a \int_{-\pi/a}^{\pi/a} \frac{dk}{2\pi} \exp[itB \cos(ka)], \quad (10)$$

$v_0 = abc$ — объем элементарной ячейки. Поскольку $a \approx b$, принимаем, что $B_x = B_y = B$. Асимптотически при $(\xi + \mu)^2/4B^2 \ll 1$

$$K \approx \ln \left| \frac{8B}{\xi + \mu} \right|$$

и для полузаполненной зоны $\mu = 0$ плотность состояний имеет логарифмическую особенность

$$N(\xi, \mu = 0) \equiv N_0(\xi) = \left(\frac{1}{\pi^2 v_0 B} \right) \ln \left| \frac{8B}{\xi} \right|.$$

Поэтому во всех оценках интегралов типа (5) или (8) нельзя использовать стандартное приближение, т. е. выносить за знак интеграла N_0 при $\xi = 0$.

Подставляя (9) в (5), получаем соотношение между затуханием функции Грина на примеси δ и величиной γ

$$\delta = \left(\frac{\gamma}{v_0}\right) \int_0^{\infty} e^{-\delta t} \cos[(\omega + \mu)t] J_0^2(Bt) dt. \quad (11)$$

В этом случае δ уже не является постоянной, а зависит от энергии ω , однако эта зависимость несингулярна даже для $\mu = 0$, $\omega = 0$, поэтому можно приближенно считать, что

$$\begin{aligned} \delta &\approx \left(\frac{\gamma}{v_0}\right) \int_0^{\infty} e^{-\delta t} J_0^2(Bt) dt = \frac{2}{\pi v_0} \frac{\gamma}{\sqrt{\delta^2 + 4B^2}} K\left(\frac{2B}{\sqrt{\delta^2 + 4B^2}}\right) \approx \\ &\approx \left(\frac{\gamma}{\pi v_0 B}\right) \ln \left| \frac{8B}{\delta} \right|. \end{aligned} \quad (12)$$

Последнее приближенное равенство в (12) имеет место при условии $\delta \ll 2B$. Таким образом, зависимость затухания δ от концентрации дефектов n определяется трансцендентным уравнением, и поскольку $\ln x$ растет при $x > 1$ медленнее, чем x , то можно только утверждать, что зависимость $\delta(n)$ лежит между $\sim n$ и $n^{1/2}$.

Аналогично, подставляя (9) в (8), имеем для R и $2D$ модели

$$\begin{aligned} R(\omega_\nu) &= \frac{1}{v_0} \frac{1}{(|\omega_\nu| + \delta)} \int_0^{\infty} e^{-(|\omega_\nu| + \delta)t} J_0^2(Bt) dt = \\ &= \left(\frac{2}{\pi v_0}\right) \frac{K\left(\frac{2B}{\sqrt{(|\omega_\nu| + \delta)^2 + 4B^2}}\right)}{(|\omega_\nu| + \delta) \sqrt{(|\omega_\nu| + \delta)^2 + 4B^2}}. \end{aligned} \quad (13)$$

Согласно (4),

$$\begin{aligned} \Pi(T) &= \frac{4T}{\pi v_0} \sum_{\nu > 0} \frac{K(2B/z_\nu)}{(\omega_\nu + \delta) z_\nu - \delta z_0 K(2B/z_\nu) K^{-1}(2B/z_0)} \approx \\ &\approx \frac{2T}{\pi v_0 B} \sum_{\omega_\nu = \pi T}^{\omega_0} \frac{\ln(8B/(\omega_\nu + \delta))}{\omega_\nu + \delta [1 - \ln(8B/(\omega_\nu + \delta)) / \ln(8B/\delta)],} \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$z_\nu = \sqrt{(\omega_\nu + \delta)^2 + 4B^2}, \quad z_0 = \sqrt{\delta^2 + 4B^2}.$$

Последнее выражение в (14) получено при $\delta \ll 2B$, $\omega_0 \ll 2B$.

Для чистого кристалла из (14) следует при $\delta = 0$

$$\Pi_0(T) = \frac{2T}{\pi v_0 B} \sum_{\omega_\nu = \pi T}^{\omega_0} \frac{\ln(8B/\omega_\nu)}{\omega_\nu}. \quad (15)$$

4. Обсудим теперь некоторые следствия, вытекающие из полученных результатов (14) и (15). Как уже отмечалось, обрезание, вообще говоря, не является обязательной процедурой для перехода в сверхпроводящее состояние. Однако возникает вопрос: где следует производить эту операцию — при интегрировании по k (или ξ) или при суммировании по ν ? Существует мнение, что суммирование в конечных пределах более правильно, чем ограничение ξ [20, с. 432]. Основной вклад функции Грина обычно дают вблизи полюсов, где ω_ν и k связаны дисперсионным соотношением, определяющим спектр квазичастицы, поэтому ограничения на k и ω_ν связаны. (В некоторых случаях порядок выполнения суммирования и интегрирования действительно важен, поскольку может возникнуть расходимость [17]). С другой стороны, возможно, окончательный вывод все же следует делать из сравнения полученных выражений с экспериментом.

Для изотропного спектра выбор места ограничения не играет никакой роли. Действительно, известное выражение для Π'_0 [17, 20] в этом случае может быть записано в виде

$$\Pi'_0(T) = N \ln \left(\frac{2\gamma_0 \omega_0}{\pi T} \right) = 2TN \sum_{\pi T}^{\omega_0} \left(\frac{\pi}{\omega_\nu} \right), \quad (16)$$

где

$$\omega_\nu = (2\nu - 1)\pi T, \quad N = mk_F/2\pi^2,$$

$\ln \gamma_0 = C$ — постоянная Эйлера. Второе равенство в (16) немедленно следует из асимптотической формулы

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{2k-1} \rightarrow \frac{1}{2} \ln(2\gamma_0 n) \quad [19].$$

Интересной особенностью выражения (15) является то, что оно допускает решения для T_0 не только в асимптотическом смысле. В отсутствие примесей температура перехода определяется уравнением

$$T_0 \sum_{\omega_\nu = \pi T_0}^{\omega_0} \frac{\ln(8B/\omega_\nu)}{\omega_\nu} = \frac{1}{\lambda}, \quad \lambda = \frac{2g}{\pi^2 v_0 B}, \quad (17)$$

где λ — новая безразмерная константа связи в $2D$ модели. Ее можно представить как $\lambda = gN_c$, а $N_c = 2(\pi v_0 B)^{-1}$ имеет смысл усредненной плотности состояний по всей зоне шириной $W = 4B$. Для сравнения в традиционной модели безразмерная константа связи имеет другое выражение $\lambda' = g(mk_F/2\pi^2)$, так что при одной и той же затравочной g величины λ и λ' могут иметь разные значения.

При $\pi T > \omega_0$ в (17) нет ни одного слагаемого, т. е. решение для T_0 отсутствует. При $\pi T \leq \omega_0 < 3\pi T$ появляется одно слагаемое и условие для полюса дает

$$T_0 = \frac{8}{\pi} B \exp\left(-\frac{1}{\lambda}\right). \quad (18)$$

Хотя формально в (18) ω_0 явно не входит, тем не менее ясно, что указанное условие накладывает определенные ограничения на константу связи λ , так чтобы это решение было непротиворечиво, а именно

$$\ln^{-1}(24B/\omega_0) < \lambda \leq \ln^{-1}(8B/\omega_0).$$

Аналогично, если $3\pi T \leq \omega_0 < 5\pi T$, то в (17) остаются два слагаемых и для этого интервала

$$T'_0 = \frac{8}{\pi} 3^{1/4} B \exp\left(-\frac{3}{4\lambda}\right) \quad (19)$$

с ограничением на λ

$$\frac{3}{4} \ln^{-1}\left(\frac{40\sqrt[4]{3}B}{\omega_0}\right) < \lambda \leq \ln^{-1}\left(\frac{24\sqrt[4]{3}B}{\omega_0}\right).$$

Наибольшее возможное значение T_0 в этой модели $(T_0)_{\max} = \omega_0/\pi$ (напомним, что стандартная формула БКШ требует выполнения условия $T_0 \ll \omega_0$). В зависимости от соотношения между параметрами B , ω_0 и g могут быть и решения с меньшими T_0 . Заметим, что нельзя сравнивать (18) и (19) при одних и тех же значениях λ ; при указанных условиях самосогласования всегда $T'_0 < T_0$.

В связи с вышеизложенным обратим внимание на появившиеся недавно работы [21,22], где для ряда ВТСП действительно обнаружена характерная закономерность роста T_0 и частоты оптического колебания, активного в спектрах комбинационного рассеяния, причем коэффициент пропорциональности близок к 2π .

Приведем численные оценки для указанных выше условий к (18) и (19). Положим $W = 2\text{eV} = 23\,200\text{ K}$ и $\omega_0 = 300\text{ K}$, тогда в интервале $30 < T_0 < 100\text{ K}$ λ должна находиться в пределах $0.13 < \lambda < 0.2$, а для $20 < T_0 < 30\text{ K}$ в пределах $0.11 < \lambda < 0.13$.

Интересно также отметить, что такое решение, когда $T_0 \approx \omega_0$, в обычной теории БКШ не может реализоваться. Действительно, как видно из (16), если взять любое конечное число слагаемых, то T просто сократится. Появление множителя $\ln(8B/\omega_\nu)$ в (15) за счет сингулярности оказывается очень существенным и ведет к возникновению принципиально нового решения.

5. Найдем связь температур перехода в примесном и чистом кристаллах для решения (18) из условия $\Pi(T_c) = \Pi_0(T_0)$. Будем считать, что $\delta \ll \pi T_c \approx \omega_0$, тогда из (14) и (15) получаем

$$\ln\left(\frac{T_0}{T_c}\right) = \left(\frac{\delta}{\pi T_c}\right) \left[1 + \frac{\ln(\pi T_c/\delta) \ln(8B/\pi T_c)}{\ln(8B/\delta)}\right] > 0. \quad (20)$$

Все величины в аргументах логарифмов больше единицы, хотя степень этой величины может быть разной. Видно, что $T_0 > T_c$, т.е. в этом приближении немагнитные примеси сдвигают T_0 в область низких температур. В другом предельном случае $\omega_0 \ll \delta \ll 2B$ (14) перестает зависеть от T , следовательно, поверхность Ферми отсутствует.

Как видно из (14), компенсации затухания δ , входящего в затравочную функцию Грина, за счет лестничных диаграмм в $2D$ модели, вообще говоря, не происходит. Для такой компенсации требуется выполнение дополнительного условия малости $\delta \ll \pi T_c$, что в свою очередь накладывает ограничение на величину концентрации примеси. Возможно, что именно с этим обстоятельством связаны многочисленные экспериментальные данные о том, что ВТСП оказываются более чувствительными даже к немагнитным примесям.

В стандартной теории БКШ компенсация имеет место без всякого дополнительного условия на δ , достаточно лишь, чтобы плотность состояний мало менялась в пределах порядка ω_0 вблизи энергии Ферми. Тогда вместо (13) из (8) имеем просто

$$R = \pi N(|\omega_\nu| + \delta)^{-1}, \quad N = mk_F/2\pi^2,$$

а из (5)

$$\delta = \pi N \gamma,$$

и в этом случае в (4) вклад δ автоматически сокращается, т.е. $\Pi(T) = \Pi_0(T)$. Подчеркнем, что при этом несущественно, какое конкретное значение принимает N , главное, чтобы оно не приводило к особенностям на поверхности Ферми.

То, что решение для T_0 обусловлено почти целиком сингулярностью на поверхности Ферми, дает основание (во всяком случае для термодинамических величин) использовать для расчетов «урезанный» гамильтониан, полученный от разложения косинусного спектра вблизи особых точек. Так, для точки $k_x = \pi/a$, $k_y = 0$ имеем

$$\varepsilon_k \approx \left(\frac{a^2 B}{2} \right) \left[k_y^2 - \left(k_x - \frac{\pi}{a} \right)^2 \right].$$

Гамильтониан с такой псевдоквадратичной дисперсией имеет логарифмическую особенность

$$N(\xi) = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\pi^2 v_0 B} \right) \ln \left(\frac{2\pi^2 B}{\xi} \right).$$

Различие в числовом множителе в аргументе логарифма несущественно (он зависит от выбора степени близости к особой точке), поэтому все результаты, полученные выше, с точностью до числового множителя остаются справедливыми.

Обратим внимание также на интересный экспериментальный факт, указывающий на важность для сверхпроводника существования особых точек на поверхности Ферми. У ряда органических сверхпроводников имеет место $2D$ поверхность Ферми в виде цилиндра [23], что, видимо, отвечает обычной квадратичной дисперсии энергии носителей

заряда, для которой нет особых точек, и эти сверхпроводники являются низкотемпературными.

В заключение подчеркнем, что полученные результаты относятся к одному из существующих в настоящее время направлений теории сверхпроводников, которое имеет целью нахождение новых возможностей теории в рамках прежних представлений. Одним из таких новых моментов является включение топологических особенностей на поверхности Ферми [9,15,24] (см. также [25] и цитированную там литературу). Другое направление относится к «нетрадиционному» (см. обзор [15] и ссылки там) и, начиная с Андерсона, занимается различными приближениями модели Хаббарда (в основном в асимптотике сильного межэлектронного отталкивания на узлах решетки, $U \gg V$).

Существующие экспериментальные данные (зачастую противоречивые) пока не могут дать однозначного предпочтения какой-то одной модели (к тому же число различных классов ВТСП непрерывно растет). Сейчас, по-видимому, уже недостаточно просто найти объяснение высоким T_c , появилось много других, характерных именно для ВТСП, свойств. Чрезвычайно интересным оказалось то обстоятельство, что существует большое количество других поверхностей Ферми, конкурирующих со сверхпроводниками, причем в достаточно узком интервале оптимальных параметров образца (магнитные, чисто структурные, пайерлсовские). Вопрос о том, какая фаза будет устойчивой в рассматриваемой ситуации, во многом зависит от степени чувствительности ее точки перехода к таким факторам, как степень заполнения зоны, конфигурация поверхности Ферми и разупорядочение. Заметим, в частности, что и сверхпроводниковый, и ферромагнитный (в зонном ферромагнетике) переходы описываются в сущности одним и тем же гамильтонианом взаимодействия (см. раздел 2), но с разными знаками константы взаимодействия g . В свою очередь экранировка отталкивающего взаимодействия (от которой зависит инверсия знака g) также очень чувствительна к перечисленным выше факторам. Существенны и свойства симметрии параметра поверхности Ферми (из-за них некоторые матричные элементы потенциала рассеяния не дают вклада в рассматриваемую величину), и характер тех динамических процессов, которые образуют устойчивую квазичастицу (куперовскую пару или парамагнетон) [26].

Известно также, что нестинг отдельных участков поверхности Ферми ведет к ее диэлектризации (неустойчивость относительно электрон-фононного взаимодействия с образованием волн спиновой и зарядовой плотности). Такое свойство играет двойную роль: с одной стороны, это способствует переходу металл-диэлектрик, а с другой — ведет к росту плотности состояний и благоприятствует сверхпереходу [27]. Такие конкурирующие тенденции очень характерны для ВТСП, делая эту проблему достаточно сложной. Следует отметить также, что носители заряда в нулевом приближении в модели Хаббарда и модели БКШ (с косинусной дисперсией) берутся в одном приближении

$$H_0 = \sum_{ij} B_{ij} \psi_i^\dagger \psi_j$$

(косинусная дисперсия имеет место лишь в приближении ближайших соседей). При половинном заполнении зоны имеет место идеальный нестинг, а для $2D$ логарифмическая особенность в плотности состояний. Однако, как было отмечено в [4], при учете следующих соседей в H_0 нестинг пропадает, а сингулярность остается, но имеет место уже при заполнении зоны, немного превышающем половинное.

Еще раз обратим внимание, что использование косинусного вида дисперсии не является существенным для получения результата, основным моментом является наличие особых точек, в окрестности которых может быть использована псевдоквадратичная дисперсия; поэтому на остальной части поверхности Ферми вопроса о нестинге не возникает.

Список литературы

- [1] Jorgensen J., Schüttler H.B., Hink D.E. et al. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. N 10. P. 1024-1027.
- [2] Mattis D.C. // Phys. Rev. B. 1987. V. 36. N 1. P. 745-747.
- [3] Суслов И.М. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 10. С. 2971-2974.
- [4] Генкин Г.М., Шедрина Н.В., Шедрин М.И. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 12. С. 3531-3536.
- [5] Шедрина Н.В., Шедрин М.И. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 8. С. 2431-2435.
- [6] Шедрина Н.В., Шедрин М.И. // СФХТ. 1991. Т. 4. № 2. С. 215-222.
- [7] Горьков Л.П. // ЖЭТФ. 1959. Т. 37. № 5(11). С. 1407-1416.
- [8] Де Жен П. Сверхпроводимость металлов и сплавов. М., 1968. 280 с.
- [9] Белевцев Б.И. // УФН. 1990. Т. 160. № 1. С. 65-98.
- [10] Пашин С.Ф., Антипов Е.В., Ковба Л.М. // СФХТ. 1990. Т. 3. № 10. С. 2386-2389.
- [11] Васильева И.Г., Редди Б.В., Волдырева Н.Н. и др. // СФХТ. 1990. Т. 3. № 11. С. 2608-2615.
- [12] Wu X.L., Wang Y.L. et al. // Phys. Rev. B. 1991. V. 43. N 10. P. 8729-8732.
- [13] Dou S.X., Liu H.K., Wu W.H. et al. // Physica C. 1990. V. 172. N 3-4. P. 295-303.
- [14] Булаевский Л.Н., Гинзбург В.Л., Собянин А.А. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. № 7. С. 355-375.
- [15] Изюмов Ю.А., Плакида Н.М., Скрябин Ю.Н. // УФН. 1989. Т. 159. № 4. С. 621-663.
- [16] Александров А.С., Кребс А.Б. // УФН. 1992. Т. 162. № 5. С. 1-85.
- [17] Абрикосов А.А., Горьков Л.П., Дзялошинский И.Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. М., 1962. 443 с.
- [18] Isawa Y., Fukuyama H. // J. Phys. Soc. Jpn. 1984. V. 53. N 4. P. 1415-1428.
- [19] Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., 1963. 1100 с.
- [20] Абрикосов А.А. Основы теории металлов. М.: Наука, 1987. 502 с.
- [21] Лимонов М.Ф., Марков Ю.Ф., Панфилов А.Г., Разбирин Б.С. // СФХТ. 1991. Т. 4. № 2. С. 233-244.
- [22] Лимонов М.Ф., Панфилов А.Г. // СФХТ. 1992. Т. 5. № 7. С. 1342-1346.
- [23] Карцовник М.В., Кононович П.А., Лаухин В.Н. и др. // ЖЭТФ. 1990. Т. 98. № 2 (8). С. 708-711.
- [24] Москаленко В.А., Палистрант М.Е., Вакалюк В.М. // УФН. 1991. Т. 161. № 8. С. 155-178.
- [25] Tsuei C.C., Chi C.C., Newns D.M. et al. // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 69. N 11. P. 2134-2137.
- [26] Шедрина Н.В., Шедрин М.И. // ФТТ. 1993. Т. 35. № 5. С. 1148-1159.
- [27] Gorbatshevich A.A., Ellsin V.Ph., Kopaev Yu.V. // Phys. Lett. A. 1987. V. 125. N 2, 3. P. 149-154.

Институт инженеров водного транспорта
Нижний Новгород

Поступило в Редакцию
17 декабря 1993 г.
В окончательной редакции
5 апреля 1994 г.