

УДК 538.956

©1994

ЛОКАЛИЗАЦИЯ ВОЗБУЖДЕНИЙ В СИСТЕМЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ДИПОЛЕЙ АНТИСЕГНЕТОЭЛЕКТРИКА

М.Б.Белоненко, М.М.Шакирзянов

Исходя из псевдоспиновых представлений, исследована динамика неоднородных колебаний вектора электрической поляризации (псевдоспиновых волн) системы электрических диполей антисегнетоэлектрика типа порядок-беспорядок, возбуждаемого импульсом внешнего переменного поля. Методом многомасштабных разложений из уравнений движения для псевдоспиновых средних получено дифференциальное уравнение, описывающее динамику амплитуды огибающей пакета псевдоспиновых волн и представляющее собой нелинейное уравнение Шредингера с возмущением, допускающим решение солитонного вида. Дано решение уравнения методом Карпмана-Маслова при пренебрежении малыми изменениями в собственных функциях оператора Захарова-Шабата. Показано, что возбуждение в системе диполей при выполнении порогового условия для амплитуды переменного поля рассматривается в виде солитона волн электрической поляризации. Получено выражение для порогового значения амплитуды переменного поля в упорядоченной и неупорядоченной фазах антисегнетоэлектрика и исследована его температурная зависимость. Определен температурный интервал существования солитоноподобных возбуждений в обеих фазах.

1. Одной из интересных особенностей возбуждения нелинейных систем в диспергирующих средах с тем или иным типом упорядочения является возможность наблюдения в них устойчивого частицеподобного состояния (солитона) [1,2]. К таким системам прежде всего следует отнести магнитные подсистемы магнитоупорядоченных веществ, электрические дипольные подсистемы сегнето- и антисегнетоэлектриков. В то же время следует отметить важное отличие последних от магнитных систем. Дело в том, что, например, в сегнето- и антисегнетоэлектриках типа порядок-беспорядок дальнедействующее кулоновское взаимодействие между диполями проявляется как в упорядоченной низкотемпературной сегнетофазе, так и в неупорядоченной высокотемпературной парафазе, что позволяет в псевдоспиновом (ПС) формализме описывать свойства обеих фаз исходя из единого гамильтониана обменного типа, а колебания в дипольной подсистеме рассматривать как спиновые (псевдоспиновые) волны [3,4].

Таким образом, электрическая дипольная подсистема сегнето- и антисегнетоэлектриков типа порядок-беспорядок обнаруживает сильно нелинейные свойства в обеих фазах. Это в свою очередь обуславливает особый интерес к исследованию сегнето- и антисегнетоэлектриков с точки зрения возможности возбуждения в системе колебаний электрических диполей внешним возбуждением солитоноподобных состояний

и, что особенно важно, к исследованию температурной зависимости порогового значения амплитуды внешнего переменного поля. Данная работа посвящена изучению этой проблемы на основании псевдоспинового формализма, широко применяющегося в описании динамических и статических свойств сегнето- и антисегнетоэлектриков.

2. Гамильтониан антисегнетоэлектриков (АСЭ) типа порядок-беспорядок, характеризуемых симметричным двухъямным потенциалом для протонов на водородной связи в ПС представлении, имеет вид гамильтониана Изинга в перпендикулярных постоянном и переменном полях [3]

$$\mathcal{H} = -\Omega \sum_j S_j^x - \frac{1}{2} \sum_{i,j} J_{ij} S_i^z S_j^z - \frac{1}{2} \sum_{i,j} K_{i,j} S_i^x S_j^x - \sum_j E_j(t) S_j^z, \\ E_j(t) = E_0 \cos(\omega t - kx'_j) f(x') \varphi(t), \quad (1)$$

где $f(x')$ — форма импульса переменного поля, а функция $\varphi(t)$ характеризует длительность и момент начала действия импульса; x, y, z — оси декартовой системы координат в ПС пространстве; $\Omega > 0$ — интеграл квантовомеханического туннелирования; $J_{ij} < 0$ — обменный интеграл, перенормированный с учетом теплового движения; $K_{ij} > 0$ характеризует влияние туннельного движения протона в i -м узле на туннелирование в j -м узле. Спиновые операторы ($S = 1/2$) S_j^x и S_j^z имеют соответственно смысл оператора туннелирования между ямами и дипольного момента ячейки j образца.

Примером АСЭ, поведение системы электрических диполей которого описывается гамильтонианом (1), является кристалл АДР ($\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$). Известно [4], что кристаллы этого типа представляются квазидвумерными и для обменного интеграла выполняются неравенства

$$|J_{ij}^{x'y'}| \gg |J_{kl}^z|, \quad |J_{ij}^{x'y'}| \gg K_{ij},$$

где $J_{ij}^{x'y'} \equiv J_{ij}''$ характеризует обменное взаимодействие между псевдоспинами одной плоскости, которой в низкотемпературной сегнетофазе перпендикулярны векторы спонтанной поляризации подрешеток \mathbf{P} (координатная плоскость $x'y'$ выбирается параллельной этой плоскости и $z' \parallel \mathbf{P}$) [3], причем для данного класса АСЭ характерно, что в сегнетофазе векторы спонтанной поляризации двух соседних ячеек равны и антипараллельны. Заметим, что система координат $x'y'z'$ связана с кристаллографическими осями, а система координат xyz определена в ПС пространстве. Обменный интеграл $J_{kl}^z \equiv J_{kl}^\perp$ характеризует взаимодействие между псевдоспинами разных плоскостей. Отметим, что для гамильтониана типа (1) не существует точного решения даже в случае линейно-упорядоченной цепочки спинов.

Поведение АСЭ в переменном электрическом поле $E_j(t)$ в ПС представлении описывается с помощью уравнений движения для средних значений ПС операторов S_j^x, S_j^y, S_j^z [3,4]. В приближении хаотических фаз эти уравнения имеют вид [3-5]

$$\frac{d\langle S_j^x \rangle}{dt} = M_j \langle S_j^y \rangle, \quad \frac{d\langle S_j^y \rangle}{dt} = R_j \langle S_j^z \rangle - M_j \langle S_j^x \rangle, \quad \frac{d\langle S_j^z \rangle}{dt} = -R_j \langle S_j^y \rangle,$$

$$M_j = \sum_i J_{ij} \langle S_i^z \rangle + E_j(t), \quad R_j = \sum_i K_{ij} \langle S_i^x \rangle + \Omega. \quad (2)$$

Система уравнений (2) содержит $3N$ взаимозацепляющихся уравнений, где N — число ячеек в образце, и в данном виде представляется неразрешимой. В то же время имеется ряд физических обоснованных приближений, которые позволяют существенно сократить число уравнений и перейти к рассмотрению ограниченного числа нелинейных уравнений.

Одно из приближений связано с параметрами импульса возбуждающего переменного поля. А именно: пусть переменное электрическое поле с волновым вектором $\mathbf{k} \parallel x'$ приложено в плоскости $(x'y')$ и возбуждает ПС колебания, распространяющиеся в этой же плоскости. Предположим, что длина волны λ переменного поля в направлении распространения (ось x') много больше, чем расстояние между соседними ячейками Δ ($\lambda \gg \Delta$), и что в направлениях x' и y' поле однородно. В этом случае, положив, что все спины рассматриваемой системы до начала действия импульса находились в состоянии одинакового для всех термодинамического равновесия, можно показать, что трансляционная инвариантность в направлениях x' и y' для средних значений ПС операторов, принадлежащих к одной подрешетке, сохраняется также в момент действия импульса [5].

Другое приближение является обычным для модели Изинга и состоит в учете взаимодействия лишь ближайших соседей $j \pm 1, j$ [6]. Тогда при выполнении неравенства $\lambda \gg \Delta$ можно считать, что средние значения ПС операторов слабо меняются при переходе от данной ячейки к ближайшей той же подрешетки в направлении оси x' и, следовательно, будет справедливым следующее разложение [7]:

$$\langle S_{j \pm 1}^\alpha \rangle = \langle S_j^\alpha \rangle \pm 2\Delta \frac{\partial}{\partial x'} \langle S_j^\alpha \rangle + 2\Delta^2 \frac{\partial^2}{\partial^2 x'} \langle S_j^\alpha \rangle + \dots, \quad \alpha = x, y, z,$$

где $j \pm 1$ — ближайшие в направлении x' ячейки подрешетки, содержащей j -ю ячейку. Таким образом, если средние значения ПС операторов, принадлежащих к одной подрешетке, записать как

$$\langle S_{jn}^\alpha \rangle = \langle S_{jn}^\alpha \rangle_0 + \alpha_n \quad (n = 1; 2),$$

то с учетом вышеизложенных приближений и в пренебрежении межплоскостным обменным взаимодействием ($|J_{ij}^{\parallel}| \gg |J_{ij}^{\perp}|$, K_{ij}) уравнения (2) можно представить в виде

$$\frac{dx_n}{dt} = M_n y_n, \quad \frac{dy_n}{dt} = R_n [-(-1)^n S_0 + z_n] - M_n (S_1 + x_n), \quad \frac{dz_n}{dt} = -R_n y_n,$$

$$M_1 = J(-S_0 + z_2) + \Delta^2 J \frac{\partial^2 z_2}{\partial^2 x'} + E(x', t), \quad M_2 = J(S_0 + z_1) + \Delta^2 J \frac{\partial^2 z_1}{\partial^2 x'} + E(x', t),$$

$$R_1 = \Omega + K \left(S_1 + x_2 + \Delta^2 \frac{\partial^2 x_2}{\partial^2 x'} \right),$$

$$R_2 = \Omega + K \left(S_1 + x_1 + \Delta^2 \frac{\partial^2 x_1}{\partial^2 x'} \right), \quad K = 4K_{ij},$$

$$S_0 = \langle S_{j_1}^z \rangle_0 = -\langle S_{j_2}^z \rangle_0, \quad S_1 = \langle S_{j_1}^x \rangle_0 = \langle S_{j_2}^x \rangle_0, \quad \langle S_{j_1}^y \rangle_0 = \langle S_{j_2}^y \rangle_0 = 0, \quad J = 4J_{ij}'' \quad (3)$$

где $E(x', t)$ — переменное, неоднородное в направлении x' электрическое поле; $\langle S_{j_n}^\alpha \rangle_0$ — равновесные средние ПС операторов.

3. Для исследования системы нелинейных уравнений (3) можно воспользоваться методом многомасштабных разложений [8,9], согласно которому решение ищется в виде бегущих ПС волн [3,4]

$$\alpha_n = \varepsilon \alpha_n^{(1)} \exp(i(\omega t - kx')) + \varepsilon^2 \alpha_n^{(2)} + \dots + \text{c.c.},$$

$$\alpha_n^{(1)} = \alpha_n^{(1)}(\varepsilon t, \varepsilon^2 t; \varepsilon x', \varepsilon^2 x') \equiv \alpha_n^{(1)}(t_1, t_2; x'_1, x'_2), \quad (4)$$

где ε — формально малый параметр, характеризующий отклонение ПС системы от равновесия. При этом пространственные и временные производные переопределяются как

$$\frac{\partial}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t_1} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial t_2} + \dots,$$

$$\frac{\partial}{\partial x'} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial x'} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial x'_1} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial x'_2} + \dots \quad (5)$$

Поскольку для правильного определения воздействия переменного поля на нелинейную систему его необходимо учитывать одновременно с нелинейными членами, то, согласно [8,10], выражение для переменного поля в медленных переменных записывается в виде

$$E(x', t) = \frac{1}{4} E_0 f(x'_1) \exp[i(\omega t - kx')] [\Theta(t_2 + \tau) - \Theta(t_2)], \quad (6)$$

где τ — длительность импульса, $\Theta(t)$ — функция Хевисайда.

Отклик системы электрических диполей АСЭ (псевдоспинов) на воздействие внешнего возмущения определяется суммой средних значений операторов дипольного момента S_n^z обеих подрешеток: $\Delta P = z_1 + z_2$. Поэтому удобнее рассматривать систему уравнений для переменных

$$u = z_1 + z_2, \quad v = z_1 - z_2, \quad u_1 = z_1^{(1)} + z_2^{(1)}, \quad v_1 = z_1^{(1)} - z_2^{(1)},$$

где u определяет отклик, а v — разность в возбуждении подрешеток. Уравнения для u и v легко выводятся из системы (3), если учесть, что эта система уравнений имеет два интеграла движения

$$(S_1 + x_1)^2 + y_1^2 + (S_0 + z_1)^2 = (S_1 + x_2)^2 + y_2^2 + (z_2 - S_0)^2 = S_0^2 + S_1^2. \quad (7)$$

Таким образом, имеем

$$\frac{\partial^2 u}{\tilde{\Omega} \partial t^2} + (\tilde{\Omega} - J\eta S_0)u - JS_1 \left[u + \Delta^2 \frac{\partial^2 u}{\partial^2 x'} \right] - 2E(x', t)S_1 + L_u + Q_u = 0,$$

$$\frac{\partial^2 v}{\tilde{\Omega} \partial^2 t} + (\tilde{\Omega} - J\eta S_0)v + JS_1 \left[v + \Delta^2 \frac{\partial^2 v}{\partial^2 x'} \right] + L_v + Q_v = 0,$$

$$\tilde{\Omega} = \Omega + KS_1, \quad \eta = \frac{S_0}{S_1}, \quad (8)$$

где $L_{u,v}$ представляет собой сумму квадратичных, а $Q_{u,v}$ — сумму кубических по u и v членов. Причем, выразив с помощью второго из уравнений системы (8) с точностью до второго порядка по ε включительно переменную v через переменную u , систему (8) можно свести к одному нелинейному уравнению 3-го порядка. (Ввиду большого объема выкладки здесь не приводятся).

Поведение медленно меняющейся амплитуды u_1 огибающей пакета ПС волн, определяющей характер отклика, описывается уравнением, которое в методе многомасштабных разложений получается в третьем порядке разложения по ε

$$-i \frac{\partial l_u}{\partial \omega_u} \frac{\partial u_1}{\partial t_2} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 l_u}{\partial^2 \omega_u} \frac{\partial^2 u_1}{\partial^2 t_1} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 l_u}{\partial^2 k} \frac{\partial^2 u_1}{\partial^2 x'_1} + \gamma |u_1|^2 u_1 - \frac{1}{2} E_0 f(x'_1) \tilde{\Omega} S_1 \{ \Theta(t_2 + \tau) - \Theta(t_2) \} = 0, \quad (9)$$

$$l_u(\omega_u, k) = \frac{1}{\tilde{\Omega}} \left\{ \omega_u^2 - \tilde{\Omega}^2 + J\tilde{\Omega} S_1 [\eta^2 + (1 - \Delta^2 k^2)] \right\}, \quad l_u(\omega_u, k) = 0, \quad (10)$$

где γ — сложная функция параметров гамильтониана, равновесных средних, частоты переменного поля ω , волнового вектора, характеризующая эффективную нелинейность в ПС системе. Выражение (10) представляет собой дисперсионное соотношение для ПС волн. Вводя групповую скорость

$$v_u = \left(\frac{\partial l_u}{\partial k} \right) / \left(\frac{\partial l_u}{\partial \omega_u} \right)^{-1}$$

и положив

$$u_1 = \tilde{u}_1 \exp \{ i(\beta_1 t_2 + \beta_2 x'_1) \}, \quad \beta_1 = -\frac{1}{2} \beta_2^2 \frac{\partial^2 \omega_u}{\partial^2 k}, \quad \beta_2 = v_u \left(\varepsilon \frac{\partial^2 \omega_u}{\partial^2 k} \right)^{-1}, \quad (11)$$

окончательно из (9) имеем

$$-i \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial t_2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \omega_u}{\partial^2 k} \frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial^2 x'_1} + \gamma \left(\frac{\partial l_u}{\partial \omega_u} \right)^{-1} |\tilde{u}_1|^2 u_1 - \frac{1}{2} E_0 f(x'_1) \tilde{\Omega} S_1 \left(\frac{\partial l_u}{\partial \omega_u} \right)^{-1} \{ \Theta(t_2 + \tau) - \Theta(t_2) \} = 0. \quad (12)$$

Отметим, что в работе рассматривается резонансный случай, когда наиболее эффективно возбуждается пакет ПС волн с частотой $\omega_u = \omega$.

Определение решений уравнения (12) требует задания начальных и граничных условий. В предположении, что образец до начала действия импульса переменного поля находился в состоянии термодинамического равновесия, начальные условия можно задать в виде

$$\tilde{u}_1(x'_1)|_{t_2=0} = 0. \quad (13)$$

При постановке граничных условий можно считать, что образец ограничен плоскостями $x'_1 = (0, \infty)$. Полубесконечный образец соответствует пренебрежению отражением бегущих волн ПС возбуждений от второй границы. В эксперименте такая ситуация реализуется при шероховатой или скошенной второй границе. Таким образом, для обеих границ можно предположить, что

$$\tilde{u}_1(t_1, t_2)|_{x'_1 \Rightarrow (0, \infty)} \Rightarrow 0. \quad (14)$$

Эти граничные условия соответствуют заданию граничных условий на составляющие вектора электрической индукции образца [7]

$$E_i^{(1)} = E_i^{(2)}, \quad D_n^{(1)} = D_n^{(2)}. \quad (15)$$

Уравнение (12) с граничными условиями (14) и (15) представляют собой нелинейное уравнение Шредингера, определенное на полупрямой $0 \leq x'_1 < +\infty$. В то же время в известных методах исследования таких уравнений [8,9] обычно предполагается, что уравнение определено на всей прямой $-\infty < x'_1 < \infty$. Однако для рассматриваемого уравнения (12) с граничными условиями (14) и (15) можно показать, что любое решение уравнения (12) получается ограничением на интервале $0 < x'_1 < \infty$ соответствующего решения уравнения вида (12), определенного при $-\infty < x'_1 < \infty$ с начальными и граничными условиями

$$\tilde{u}_1|_{t_2=0} = 0, \quad \tilde{u}_1|_{x'_1 \Rightarrow \mp \infty} \Rightarrow 0. \quad (16)$$

При этом слагаемое A , пропорциональное E_0 в уравнении (12), необходимо доопределить на интервале $-\infty < x'_1 \leq 0$ следующим образом [11]:

$$A = \frac{1}{2} E_0 f(-x'_1) \tilde{\Omega} S_1 \left(\frac{\partial l_u}{\partial \omega_u} \right)^{-1} \{ \Theta(t_2 + \tau) - \Theta(t_2) \}, \quad x'_1 > -\infty, \\ A = 0, \quad x'_1 = 0. \quad (17)$$

В этом легко убедиться, если заметить, что при решении уравнения (12), определенного на интервале $-\infty < x'_1 < +\infty$, методом теории возмущений по параметру γ при разложении \tilde{u}_1 в ряд Фурье по x'_1 с граничными условиями (16) и выполнении (17) появляются лишь члены, пропорциональные $\sin kx'_1$. И следовательно, граничные условия (14) и (15) будут выполняться автоматически.

4. Нелинейное уравнение Шредингера вида (12) при выполнении определенных пороговых условий, накладываемых на величину возмущения, имеет решение солитонного типа [8,9]. Условие, необходимое

для существования в рассматриваемой системе нелинейных локализованных ПС возмущений, динамика огибающей которых описывается уравнением (12) с граничными условиями (14) и (15), согласно [8], имеет вид

$$\frac{\partial^2 \omega_u}{\partial^2 k} \gamma \left(\frac{\partial l_u}{\partial \omega_u} \right)^{-1} > 0. \quad (18)$$

В обеих фазах АСЭ справедливы следующие соотношения:

$$\frac{\partial l_u}{\partial \omega_u} > 0, \quad \frac{\partial^2 \omega_u}{\partial^2 k} < 0$$

и выполнение условия (18) полностью зависит от знака γ . В парафазе ($T > T_c$) величина γ определяется выражением

$$\gamma = \tilde{\Omega} \left(3 + \frac{\omega_u^2}{\tilde{\Omega}^2} \right) J (1 - \Delta^2 k^2) / 8S_1, \quad \Delta^2 k^2 < 1, \quad (19)$$

откуда следует, что $\gamma < 0$, поскольку в АСЭ обменный интеграл $J_{ij} < 0$. Таким образом, условие (18) существования решений солитонного типа уравнения (12) в парафазе выполняется всегда.

В низкотемпературной сегнетофазе при $T < T_c$ знак величины γ определяется значением спонтанной поляризации подрешеток S_0 , которая проявляет сложную зависимость от температуры, вытекающую из уравнения

$$\gamma = \tilde{\Omega} \left\{ W (\rho - \Delta^2 k^2) + B \left(\rho + \frac{2\omega_u^2}{\tilde{\Omega}^2} - 3\Delta^2 k^2 \right) + C \right\}, \quad (20)$$

$$W = \left(\frac{JS_0}{2S_1} \right)^2 \left\{ -\rho - \frac{\omega_u^2}{\tilde{\Omega}^2} + 2(1 - \Delta^2 k^2) \right\} l_u^{-1}(0, 0),$$

$$B = \left(\frac{JS_0}{2S_1} \right)^2 \left\{ -\frac{1}{2}\rho + \frac{\omega_u^2}{2\tilde{\Omega}^2} + (1 - \Delta^2 k^2) \right\} l_u^{-1}(2\omega_u, 2k),$$

$$C = \left(3\rho + \frac{\omega_u^2}{\tilde{\Omega}^2} \right) \left(\frac{J}{8S_1} \right) \left\{ -\frac{S_0^2}{S_1^2} + (1 - \Delta^2 k^2) \right\}, \quad \rho = 1 + \frac{S_0^2}{S_1^2},$$

$$2 \left(\tilde{\Omega}^2 + J^2 S_0^2 \right)^{1/2} = |J| \text{th} \left\{ \left(\tilde{\Omega}^2 + J^2 S_0^2 \right) / 2kT \right\}.$$

Из выражений (20) очевидно, что аналитическое определение знака γ при $T < T_c$ в зависимости от температуры не представляется возможным. Численные расчеты, проведенные с целью выяснения данной зависимости, показали следующее. (Значения параметров, входящих в выражение для γ (20), даны в подписи к рис. 2). Величина $\gamma < 0$ при $T_0 < T < T_c$ и $\gamma > 0$ при $T < T_0$, где T_0 — температура, определяемая из уравнения $\gamma((S^z(T = T_0))_0) = 0$. Оказалось, что температура T_0 слабо зависит от величины волнового вектора $k = 2\pi/\lambda$, где λ — длина волны возбуждающего переменного поля. Например, при изменении длины волны λ в $2 \cdot 10^3$ раз величина T_0/T_c изменяется приблизительно на 1%

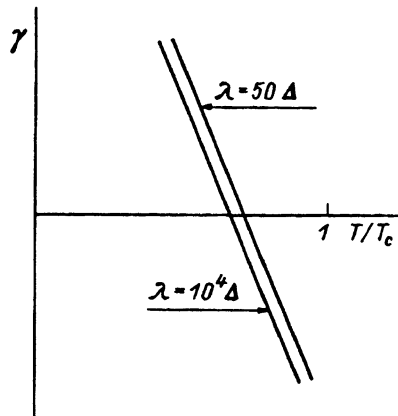


Рис. 1. Зависимость γ от величины волнового вектора $k = 2\pi/\lambda$.

(рис. 1). Из уравнения $\gamma(\langle S^z(T = T_0) \rangle_0) = 0$ также следует, что величина T_0/T_c существенным образом зависит от отношения J/Ω . Графики этой зависимости даны на рис. 2, 3. Таким образом, можно сделать вывод, что в сегнетофазе условие (18) существования солитонных решений уравнения (12) выполняется лишь в определенном температурном интервале $T_0 < T < T_c$.

Условие (18), выполнение которого необходимо для существования решений солитонного типа, не является достаточным условием их возбуждения импульсом переменного поля. Для возбуждения солитонов в системе нелинейных волн, описываемых уравнением типа (12) с граничными условиями (16), необходимо также выполнение порогового условия для интенсивности возмущающего поля [9]. Выполнение порогового условия соответствует появлению связанного состояния в задаче рассеяния Захарова-Шабата, т.е. солитона [9]. В рассматриваемом случае после замены переменных

$$u_t = \left| \frac{\gamma}{2\partial l_u / \partial \omega_u} \right|^{1/2} \tilde{u}_1, \quad \xi = \left| -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \omega_u}{\partial^2 k} \right|^{1/2} x'_1$$

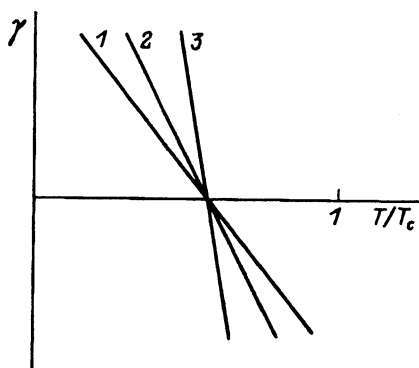


Рис. 2. Зависимость γ от T/T_c при различных значениях Ω и J , $J/\Omega = 5$. Ω , J : 1 — 0.1, 0.5; 2 — 0.2, 1.0; 3 — 0.4, 2.0.

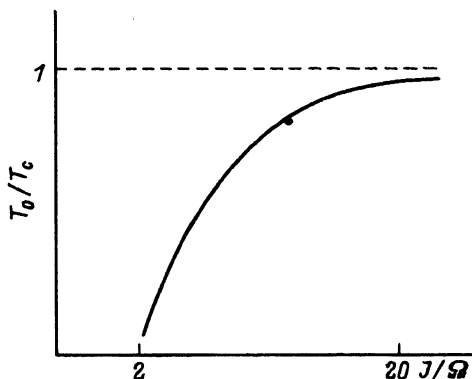


Рис. 3. Зависимость T_0/T_c от соотношения J/Ω .

пороговое условие, накладываемое на площадь Π огибающей импульса ПС волн, индуцируемого в АСЭ внешним переменным полем, запишется в виде [9]

$$\Pi = \int_{-\infty}^{\infty} |u_t(\xi; t_2 = \tau)| d\xi \geq J_0^2(\infty) = 0.904, \quad (21)$$

где $J_0(x)$ — функция Бесселя нулевого порядка.

Для определения величины $|u_t|$, входящий в выражение (21), можно воспользоваться методом Карпмана–Маслова [12,13], если предположить, что изменение собственных функций оператора Захарова–Шабата под действием слабого возмущения пренебрежимо мало. (Это соответствует широко применяемому адиабатическому приближению [12,13]). Уравнение Карпмана–Маслова для данных рассеяний в случае нулевых начальных и граничных условий (16) принимает вид

$$\frac{dc_{11}(\mu)}{dt_2} - 4i\mu^2 c_{11}(\mu) = - \int_{-\infty}^{\infty} G \exp(-i2\mu x'_1) dx'_1, \quad \frac{dc_{12}(\mu)}{dt_2} = 0,$$

$$G = i \left| \frac{\gamma}{2\partial l_u / \partial \omega_u} \right|^{1/2} \left(\frac{\partial l_u}{\partial \omega_u} \right)^{-1} \frac{1}{2} E_0 f(x'_1) \tilde{\Omega} S_1 \{ \Theta(t_2 + \tau) - \Theta(t_2) \},$$

$$c_{11}(\mu)|_{t_2=0} = 0, \quad c_{12}(\mu)|_{t_2=0} = 1. \quad (22)$$

Величина u_t , согласно методу обратной задачи рассеяния, определяется по данным рассеяния $c_{11}(\mu)$ и $c_{12}(\mu)$ из решения интегрального уравнения [13]

$$u_t(\xi) = 2\Phi(\xi, \xi),$$

$$\Phi(\tilde{x}; \tilde{y}) = F^*(\tilde{x} + \tilde{y}) + \int_{\tilde{x}}^{\infty} \int_{\tilde{x}}^{\infty} \Phi(\tilde{x}; \tilde{z}) F(\tilde{z} + \tilde{z}_1) F^*(\tilde{z}_1 + \tilde{y}) d\tilde{z} d\tilde{z}_1 = 0,$$

$$F(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c_{11}(\mu)}{c_{12}(\mu)} \exp(i\mu\tau) d\mu. \quad (23)$$

Решения уравнений (22) при $t_2 = \tau$ имеют вид

$$c_{11}(\mu) = -\tilde{\Omega} E_0 S_1 \left| \frac{\gamma}{2\partial l_u / \partial \omega_u} \right|^{1/2} \left(\frac{\partial l_u}{\partial \omega_u} \right)^{-1} \frac{\varphi(\mu)}{4\mu^2} (1 - \exp(-i \cdot 4\mu^2 \tau)),$$

$$c_{12}(\mu) = 1, \quad (24)$$

где $\varphi(\mu)$ — Фурье-образ формы импульса переменного поля

$$\varphi(\mu) = \delta \int_{-\infty}^{\infty} f(x'_1) \exp\{i(2\mu\delta - \beta_2)x'_1\} dx'_1, \quad \delta = \left| -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \omega_u}{\partial^2 k} \right|^{1/2}.$$

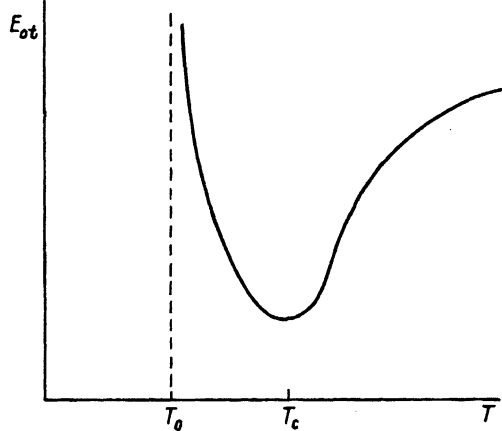


Рис. 4. Температурная зависимость E_{0t} .

При условии, что амплитуда переменного поля не очень велика, решение уравнения (23) приближенно можно записать в виде $\Phi(\tilde{x}, \tilde{y}) \approx \approx F^*(\tilde{x} + \tilde{y})$. Тогда безразмерная амплитуда u_t определяется выражением

$$u_t(\xi) \simeq -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\Omega} E_0 S_1 \left| \frac{\gamma}{2\partial l_u / \partial \omega_u} \right|^{1/2} \left(\frac{\partial l_u}{\partial \omega_u} \right)^{-1} \left(\frac{\varphi^*(\mu)}{2\mu^2} \right) (1 - e^{i2\mu\xi}) d\mu. \quad (25)$$

Полученное выражение (25) позволяет, исходя из условия (21), не только вычислить пороговое значение амплитуды переменного поля E_{0t} , но и исследовать его температурную зависимость. Согласно (25), температурная зависимость E_{0t} имеет вид

$$E_{0t} \sim \left(\frac{\partial l_u}{\partial \omega_u} \right)^{3/2} / \tilde{\Omega} \gamma^{1/2} S_1. \quad (26)$$

График этой зависимости дан на рис. 4. Как видно из графика, в соответствии с выражением (26) в области высоких температур $T \gg T_c$, где $S_1 \simeq \hbar\Omega/4kT$, $\gamma \simeq JT/2$, $\partial l_u / \partial \omega_u \sim \text{const}$, для E_{0t} имеем $E_{0t} \sim T^{1/2}$. В случае $T < T_c$ и в области температур, близких к T_0 , на основании численных расчетов можно считать, что $\gamma \sim (T - T_0)$. Поскольку

$$\partial l_u / \partial \omega_u \simeq \text{const}, \quad S_1 = \Omega/J,$$

то $E_{0t} \sim (T - T_0)^{-1/2}$.

Возникновение солитона ПС возбуждений в АСЭ типа порядок-беспорядок является, на наш взгляд, следствием установления баланса между двумя процессами, а именно между дисперсией, которая стремится развалить волновой пакет, и увеличением амплитуды огибающей за счет нелинейности, связанной с изинговским взаимодействием. Таким образом, пакет ПС волн будет распространяться по образцу без изменения формы, сохраняя при этом энергию. Поскольку ПС волны представляют собой колебания электрических диполей, то распространение пакета электрических колебаний без изменения амплитуды и формы можно, очевидно, трактовать как электрический пробой антисегнетоэлектрика и, следовательно, обнаружить экспериментально.

Список литературы

- [1] Mikeska H.I. // J. Appl. Phys. 1981. V. 52. N 3. P. 1950–1955.
- [2] Fedyanin V.K., Makhankov V.G., Yakushievitch L.V. // Phys. Lett. A. 1977. V. 61. N 4. P. 256–260.
- [3] Блинц Рюб Жекш Бю. Сегнетоэлектрики и антисегнетоэлектрики. М.: Мир, 1975. Гл. 5.
- [4] Вакс В.Г. Введение в микроскопическую теорию сегнетоэлектриков. М.: Наука, 1973. Гл. 2–6.
- [5] Белоненко М.Б., Кессель А.Р., Шакирзянов М.М. // ФТТ. 1987. Т. 29. № 11. С. 3345–3348.
- [6] Берим Г.О., Кессель А.Р. Магнитный резонанс изинговских магнетиков. М.: Наука, 1982. С. 144.
- [7] Белоненко М.Б., Шакирзянов М.М. // ЖЭТФ. 1991. Т. 99. № 3. С. 860–873.
- [8] Лодд Р., Эйлбек Дж., Гиббон Дж., Моррис Х. Солитоны и нелинейные волновые уравнения. М.: Мир, 1988. Гл. 8.
- [9] Абловиц М., Сигур Х. Солитоны и метод обратной задачи. М.: Мир, 1987. Гл. 1,4.
- [10] Найфэ А. Введение в методы возмущений. М.: Мир, 1984. Гл. 9.
- [11] Ablowitz M.J., Segur H. // J. Math. Phys. 1975. V. 16. N 5. P. 1054–1056.
- [12] Карпман В.И., Маслов В.Е. // ЖЭТФ. 1978. Т. 75. № 2. С. 504–517.
- [13] Лэм Дж.Л. Введение в теорию солитонов. М.: Мир, 1983. Гл. 9.

Казанский физико-технический
институт РАН

Поступило в Редакцию
23 декабря 1993 г.