

©1994

МАГНИТНАЯ ВОСПРИИМЧИВОСТЬ КВАЗИДВУМЕРНОЙ СИСТЕМЫ В НАКЛОННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В.А.Гейлер, В.А.Маргулис, А.Г.Несмелов, И.И.Чучаев

Изучена магнитная восприимчивость невзаимодействующего электронного газа в квазидвумерной системе, образованной потенциалом параболической ямы. Рассмотрен случай, когда наклон магнитного поля к плоскости конфайнмента произволен. Найдены аналитические зависимости компонент тензора магнитной восприимчивости от величины и направления магнитного поля. Показано, что в случае вырожденного газа возникают осцилляционные максимумы восприимчивости. Определено положение этих максимумов в зависимости от величины и направления магнитного поля и параметра ямы.

В квазидвумерных электронных системах движение в плоскости конфайнмента (x, y) и перпендикулярное к ней связывается магнитным полем \mathbf{B} , направление которого образует угол ϑ с осью z . Электронный энергетический спектр таких систем существенным образом зависит от угла ϑ наклона поля \mathbf{B} , что приводит к зависимости от этого угла кинетических и равновесных характеристик этих систем $[1-8]$. В $[1]$ для теоретического исследования эффектов, обусловленных наклоном поля \mathbf{B} , предложена модель, позволяющая исследовать аналитически энергетический спектр электронов для произвольного угла ϑ . В этой модели спектральная задача для квазидвумерных электронов, связанных параболической ямой в наклонном поле, является точно решаемой задачей. Спектр представляет собой сумму спектров двух связанных гармонических осцилляторов с частотами, зависящими от угла ϑ , а вырождение дискретных уровней спектра, равное $eB_z/\hbar c$, зависит только от компоненты поля, перпендикулярной плоскости конфайнмента.

Наличие зависимости осцилляторных частот от угла ϑ должно приводить к зависимости от этого угла равновесных характеристик электронного газа, таких, например, как магнитная восприимчивость.

Целью настоящей работы является изучение магнитной восприимчивости χ газа квазидвумерных электронов, связанных параболической ямой в наклонном магнитном поле.

1. Невырожденный электронный газ

Энергетический спектр электронов в рассматриваемой системе имеет вид $[1]$

$$\varepsilon(n_1, n_2) = \hbar\omega_1(n_1 + 1/2) + \hbar\omega_2(n_2 + 1/2), \quad (1)$$

где выражения для ω_1 и ω_2 с помощью формул, полученных в [1], можно записать в виде

$$\omega_1 = \left\{ \frac{\omega_c^2 + \Omega^2}{2} + \left[\left(\frac{\omega_c^2 + \Omega^2}{2} \right)^2 - \omega_c^2 \Omega^2 \cos^2 \vartheta \right]^{1/2} \right\}^{1/2},$$

$$\omega_2 = \left\{ \frac{\omega_c^2 + \Omega^2}{2} - \left[\left(\frac{\omega_c^2 + \Omega^2}{2} \right)^2 - \omega_c^2 \Omega^2 \cos^2 \vartheta \right]^{1/2} \right\}^{1/2}, \quad (2)$$

где $n_1, n_2 = 0, 1, 2, \dots$; $\omega_c = e|\mathbf{B}|/mc$ — циклотронная частота; Ω — частота гармонического движения вдоль оси z , определяемая потенциалом параболической ямы $m\Omega^2 z^2/2$; $\mathbf{B} = (B_x, B_z)$.

Вычислим свободную энергию F невырожденного электронного газа с таким спектром по формуле

$$F = -TN \ln \frac{e}{N} \sum_{n_1, n_2, p_x} \exp[-\varepsilon(n_1, n_2)/T]. \quad (3)$$

Суммируя входящие в (3) геометрические прогрессии, получаем

$$F = -NT \ln \left[\frac{8\pi \hbar N \operatorname{sh}(\hbar\omega_1/2T) \operatorname{sh}(\hbar\omega_2/2T)}{emS\omega_c \cos \vartheta} \right], \quad (4)$$

где N — число электронов, m — их масса, S — размер системы в плоскости конфайнмента.

Как видно из (4), свободная энергия системы зависит от компонент поля B_x и B_z несимметрично, следовательно, магнитная восприимчивость будет нетривиальной тензорной величиной.

Вычислим χ_{ij} по формуле

$$\chi_{ij} = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial B_i \partial B_j} \right), \quad (5)$$

где $i, j = 1, 2$; $B_1 = B_x$; $B_2 = B_y$; V — объем системы.

Тогда из (5) получим

$$\frac{\chi_{11}}{\chi_0} = \frac{\sin^2 \vartheta}{2} \left[f_1 \operatorname{sh}^{-2} \left(\frac{\hbar\omega_1}{2T} \right) - f_2 \operatorname{cth} \left(\frac{\hbar\omega_1}{2T} \right) + f_3 \operatorname{sh}^{-2} \left(\frac{\hbar\omega_2}{2T} \right) - f_4 \operatorname{cth} \left(\frac{\hbar\omega_2}{2T} \right) \right],$$

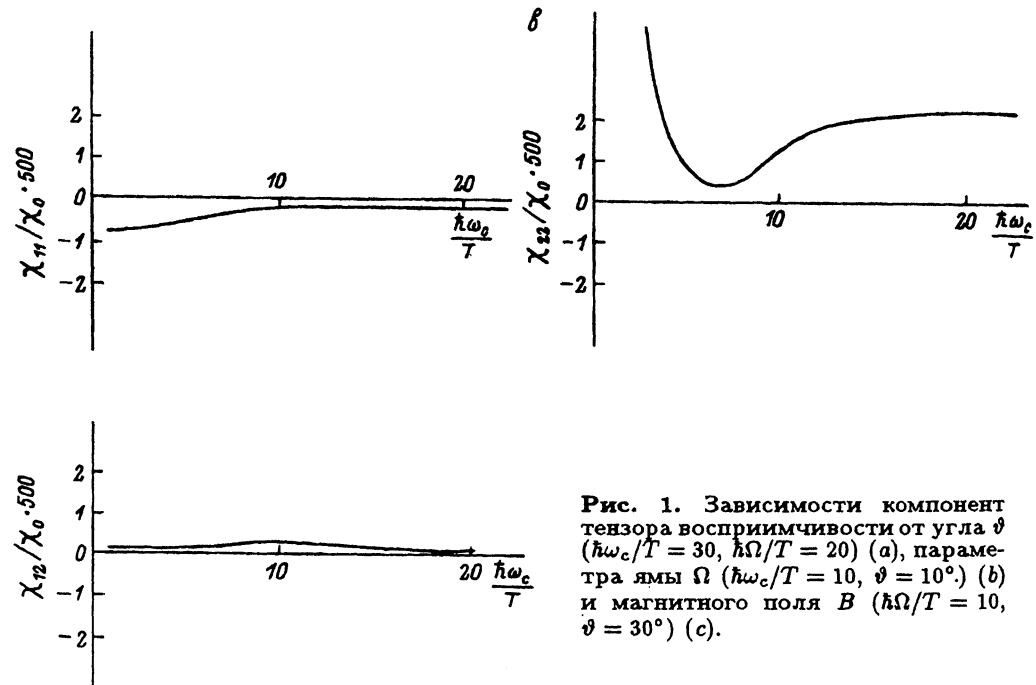
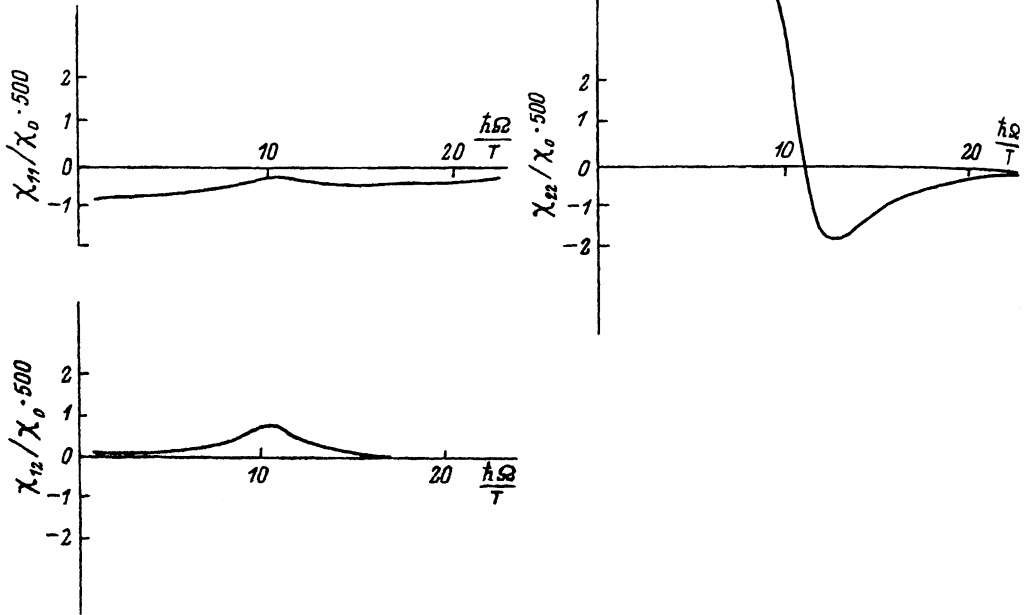
$$\frac{\chi_{12}}{\chi_0} = \frac{\sin \vartheta \cos \vartheta}{2} \left[g_1 \operatorname{sh}^{-2} \left(\frac{\hbar\omega_1}{2T} \right) - g_2 \operatorname{cth} \left(\frac{\hbar\omega_1}{2T} \right) + g_3 \operatorname{sh}^{-2} \left(\frac{\hbar\omega_2}{2T} \right) - g_4 \operatorname{cth} \left(\frac{\hbar\omega_2}{2T} \right) \right],$$

$$\frac{\chi_{22}}{\chi_0} = \frac{\cos^2 \vartheta}{2} \left[k_1 \operatorname{sh}^{-2} \left(\frac{\hbar\omega_1}{2T} \right) - k_2 \operatorname{cth} \left(\frac{\hbar\omega_1}{2T} \right) + k_3 \operatorname{sh}^{-2} \left(\frac{\hbar\omega_2}{2T} \right) - k_4 \operatorname{cth} \left(\frac{\hbar\omega_2}{2T} \right) \right] + T^2 / \hbar\omega_c^2 \cos^2 \vartheta, \quad (6)$$

где

$$\chi_0 = \frac{N}{2VT} \left(\frac{e\hbar}{mc} \right)^2,$$

a



b

Рис. 1. Зависимости компонент тензора восприимчивости от угла ϑ ($\hbar\omega_c/T = 30$, $\hbar\Omega/T = 20$) (a), параметра ямы Ω ($\hbar\omega_c/T = 10$, $\vartheta = 10^\circ$) (b) и магнитного поля B ($\hbar\Omega/T = 10$, $\vartheta = 30^\circ$) (c).

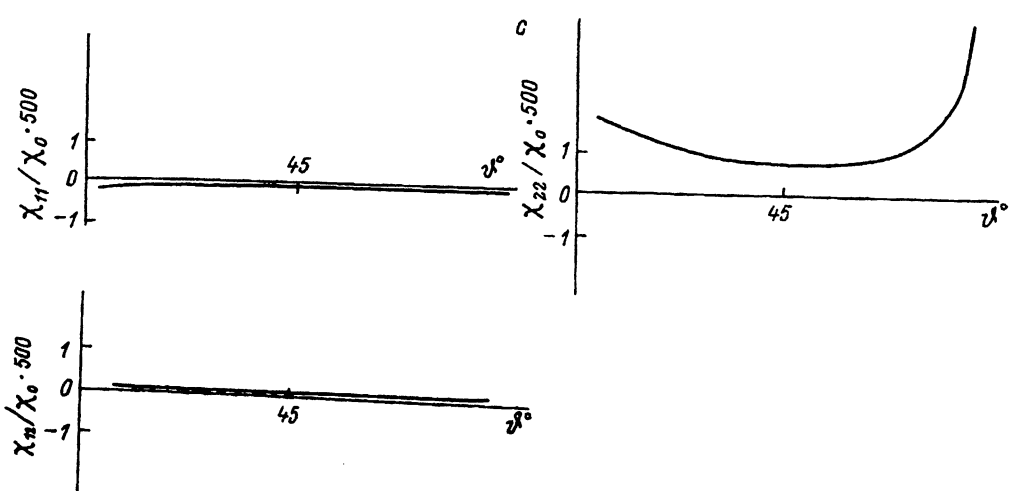


Рис. 1. (Продолжение.)

$$f_1 = \frac{\omega_1 \omega_c}{\omega_2^2 - \omega_1^2},$$

$$f_2 = \frac{\omega_1}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \frac{2T}{\hbar \sin^2 \vartheta} - \frac{T}{2\hbar} \frac{\omega_1 (\omega_1^2 + \omega_2^2) \omega_c^2}{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^3},$$

$$f_3 = \frac{\omega_2 \omega_c}{\omega_2^2 - \omega_1^2},$$

$$f_4 = \frac{\omega_2}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \frac{2T}{\hbar \sin^2 \vartheta} - \frac{T}{2\hbar} \frac{\omega_2 (\omega_1^2 + \omega_2^2) \omega_c^2}{(\omega_2^2 - \omega_1^2)^3},$$

$$g_1 = \frac{\omega_c^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2},$$

$$g_2 = 2T \frac{\omega_c^2 (\omega_2^2 \Omega^2 + \omega_1^2 \omega_2^2 + 3\omega_1^2 \Omega^2)}{\hbar \omega_1 (\omega_1^2 - \omega_2^2)^3},$$

$$g_3 = \frac{\omega_c^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2},$$

$$g_4 = 2T \frac{\omega_c^2 (\omega_1^2 \Omega^2 + \omega_1^2 \omega_2^2 + 3\omega_2^2 \Omega^2)}{\hbar \omega_2 (\omega_2^2 - \omega_1^2)^3},$$

$$k_1 = \left[\frac{\omega_c (\omega_2^2 - \Omega^2)}{\omega_1 (\omega_1^2 - \omega_2^2)} \right]^2,$$

$$k_2 = \frac{2T (\omega_1^2 - \Omega^2)}{\hbar \cos^2 \vartheta (\omega_1^2 - \omega_2^2) \omega_1} + 2T \frac{\omega_c^2 (2\Omega^2 \omega_1^2 - \omega_c^2 \omega_1^2 - \omega_2^2 \Omega^2)}{\hbar \omega_1^3 (\omega_1^2 - \omega_2^2)^2},$$

$$k_3 = \left[\frac{\omega_c (\omega_2^2 - \Omega^2)}{\omega_2 (\omega_2^2 - \omega_1^2)} \right]^2,$$

$$k_4 = \frac{2T (\omega_2^2 - \Omega^2)}{\hbar \cos^2 \vartheta (\omega_2^2 - \omega_1^2) \omega_2} + 2T \frac{\omega_c^2 (2\Omega^2 \omega_2^2 - \omega_c^2 \omega_2^2 - \omega_1^2 \Omega^2)}{\hbar \omega_2^3 (\omega_2^2 - \omega_1^2)^2}. \quad (7)$$

Как видно из выражений (6), (7), компоненты тензора магнитной восприимчивости зависят от направления поля, его величины и параметра параболической ямы Ω . Наиболее интересные зависимости приведены на рис. 1.

2. Вырожденный случай

Для рассмотрения магнитной восприимчивости в этом случае, как известно, необходимо найти термодинамический потенциал Ω_0 . Тогда восприимчивость определится по формуле

$$\chi_{ij} = -\frac{1}{V} \frac{\partial^2 \Omega_0}{\partial B_i \partial B_j}. \quad (8)$$

Вычислим термодинамический потенциал Ω_0 с помощью выражения

$$\Omega_0 = -T \sum_{n_1, n_2, p_x} \ln \left[1 + \exp \frac{\mu - \varepsilon(n_1, n_2)}{T} \right]. \quad (9)$$

Величину разобьем на две части: монотонную и осциллирующую. Монотонную часть Ω_0^m можно вычислить в пределе $T = 0$ [9], для чего из (9), просуммировав по p_x , получим

$$\Omega_0^m(T = 0) = -\frac{mS\omega_c \cos \vartheta}{2\pi\hbar} \sum_{n_1, n_2} \{ \mu - \hbar\omega_1(n_1 + 1/2) - \hbar\omega_2(n_2 + 1/2) \}. \quad (10)$$

Здесь μ — химический потенциал электронного газа,

$$0 \leq n_1 \leq [(2\mu - 2\hbar\omega_2 n_2 - \hbar\omega_1 - \hbar\omega_2) / 2\hbar\omega_1],$$

$$0 \leq n_2 \leq [(2\mu - \hbar\omega_1 - \hbar\omega_2) / 2\hbar\omega_2],$$

где [...] означает целую часть числа.

Для вычисления монотонной части можно пренебречь дробной частью верхних пределов входящих в (10) сумм. После этого нетрудно получить с точностью $\sim [\hbar\omega_i/\mu]^2$

$$\Omega_0^m = -\frac{\mu^3 mS}{12\pi\hbar^3 \Omega} + \frac{\mu mS (\omega_c^2 + \Omega^2)}{48\pi\hbar\Omega}. \quad (11)$$

Из (11) вытекает, что

$$\chi_{xx}^m = \chi_{yy}^m, \quad \chi_{xy}^m = \chi_{yx}^m = 0.$$

Вычисляя χ_{ii}^m по формуле (8), получим

$$\chi_{ii}^m = -\frac{\mu e^2}{24\pi\hbar mc^2\Omega} \sqrt{\frac{m\Omega}{\hbar}}. \quad (12)$$

Интересно сравнить монотонную часть (12) с объемной восприимчивостью Ландау [9]

$$\chi_{ii}^m/\chi_L^m = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\mu}{\hbar\Omega}}. \quad (13)$$

Из (13) следует, что монотонная часть восприимчивости в нашем, квазидвумерном, случае существенно больше трехмерной, так как $\mu/\hbar\Omega \gg 1$.

Для получения осциллирующей части магнитной восприимчивости из (9) следует учесть, что в рассматриваемом случае в (9) входит двойной ряд вместо одинарного в трехмерном случае (когда $\Omega = 0$). Следовательно, необходимо в стандартном подходе [10] получить двумерный аналог формулы Пуассона. Эту формулу можно получить из следующего соотношения.

$$\sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \delta(x - \alpha n)\delta(y - \beta m) = \frac{1}{\alpha\beta} \sum_{n,m=-\infty}^{\infty} \exp\left[2\pi i\left(\frac{n}{\alpha}x + \frac{m}{\beta}y\right)\right]. \quad (14)$$

Интегрируя (14) с $F(x, y)$, получим

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4}F(0,0) + \frac{1}{2} \left(\sum_{n=1}^{\infty} F(\alpha n, 0) + \sum_{m=1}^{\infty} F(0, \beta m) + \sum_{n,m=1}^{\infty} F(\alpha n, \beta m) \right) = \\ & = \frac{1}{\alpha\beta} \int_0^{\infty} dx \int_0^{\infty} F(x, y) dy + 2 \operatorname{Re} \frac{1}{\alpha\beta} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} dx \exp(2\pi i n x / \alpha) \int_0^{\infty} F(x, y) dy + \right. \\ & \quad \left. + \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^{\infty} dy \exp(2\pi i m y / \beta) \int_0^{\infty} F(x, y) dx \right) + \\ & \quad + \sum_{m,n=1}^{\infty} \left(\int_0^{\infty} dx \exp(2\pi i n x / \alpha) \int_0^{\infty} F(x, y) \exp(2\pi i m y / \beta) dy + \right. \\ & \quad \left. \int_0^{\infty} dx \exp(-2\pi i n x / \alpha) \int_0^{\infty} F(x, y) \exp(2\pi i m y / \beta) dy \right). \quad (15) \end{aligned}$$

Используя двумерный аналог Пуассона (15) после длинных, но несложных вычислений, аналогичных проделанным в [10], получим осциллирующую часть суммы $\sum_{n,m=0}^{\infty} F(\alpha n, \beta m)$

$$\left[\sum_{n,m=0}^{\infty} \ln(1 + \exp(a - \alpha n - \beta m)) \right]^{\operatorname{osc}} = \frac{\alpha\beta}{\pi} \sum_{n,m=1}^{\infty} (m\alpha^2 - n\beta^2)^{-1} \left[\operatorname{sh}^{-1} \left(\frac{2\pi^2 n}{\alpha} \right) \times \right.$$

$$\times \sin\left(\frac{2\pi na}{\alpha}\right) - \operatorname{sh}^{-1}\left(\frac{2\pi^2 m}{\beta}\right) \sin\left(\frac{2\pi ma}{\beta}\right) \left] + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left[\operatorname{sh}^{-1}\left(\frac{2\pi^2 n}{\alpha}\right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left(\cos \frac{2\pi na}{\alpha} - \frac{\alpha}{\pi n \beta} \sin \frac{2\pi na}{\alpha} \right) + \operatorname{sh}^{-1}\left(\frac{2\pi^2 n}{\beta}\right) \left(\cos \frac{2\pi na}{\beta} - \frac{\beta}{\pi n \alpha} \sin \frac{2\pi na}{\beta} \right) \right], \quad (16)$$

где

$$a = (2\mu - \hbar\omega_1 - \hbar\omega_2)/T, \quad \alpha = \hbar\omega_1/T, \quad \beta = \hbar\omega_2/T.$$

Используя (9) и (16), получим для осциллирующей части Ω_0 выражение

$$\Omega_0^{\text{osc}} = -\frac{mS\omega_c T \cos \vartheta}{2\pi \hbar} \left[\sum_{n,m=0}^{\infty} \ln(1 + \exp(a - \alpha n - \beta m)) \right]^{\text{osc}}. \quad (17)$$

Для вычисления χ_{ij}^{osc} необходимо продифференцировать (17) по компонентам поля согласно формуле (8). При этом необходимо иметь в виду следующее. Дифференцировать можно только быстро осциллирующие множители; вблизи точки $\alpha m = \beta n$ необходимо сначала вычислить предел (17) при $\alpha m \rightarrow \beta n$, а только потом вычислять производные.

С учетом выше сказанного из (17) и (8) получим при $m\omega_1 \neq n\omega_2$

$$\frac{\chi_{11}^{\text{osc}}}{\chi_{ii}^m} = \frac{24\omega_c^3 \Omega \mu T \cos \vartheta \sin^2 \vartheta}{(\omega_2^2 - \omega_1^2)^2} \left\{ \omega_1 \omega_2 \sum_{n,m=1}^{\infty} (m^2 \omega_1^2 - n^2 \omega_2^2)^{-1} \left[\left(\frac{n}{\hbar\omega_1} \right)^2 \gamma_1(n) - \right. \right. \\ \left. \left. - \left(\frac{m}{\hbar\omega_2} \right)^2 \gamma_2(m) + \frac{\pi}{\hbar^2 \omega_1 \omega_2} \sum_{n=1}^{\infty} n \left[\frac{\pi n \omega_2}{\omega_1} \gamma_1(n) - \gamma_3(n) + \frac{\pi \hbar \omega_1}{\omega_2} \gamma_2(n) - \gamma_4(n) \right] \right\}, \\ \frac{\chi_{22}^{\text{osc}}}{\chi_{ii}^m} = \frac{24\omega_c^3 \Omega \mu T \cos^3 \vartheta}{(\omega_2^2 - \omega_1^2)^2} \left\{ \omega_1 \omega_2 \sum_{n,m=1}^{\infty} (m^2 \omega_1^2 - n^2 \omega_2^2)^{-1} \left[\left(\frac{n}{\hbar\omega_1} \right)^2 \left(\frac{\omega_1^2 - \Omega^2}{\omega_1^2} \right)^2 \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \gamma_1(n) - \left(\frac{m}{\hbar\omega_2} \right)^2 \left(\frac{\omega_2^2 - \Omega^2}{\omega_2^2} \right) \gamma_2(m) \right] + \frac{\pi}{\hbar^2 \omega_1 \omega_2} \times \right. \\ \left. \sum_{n=1}^{\infty} n \left[\left(\frac{\pi n \omega_2}{\omega_1} \gamma_1 - \gamma_3 \right) \left(\frac{\omega_1^2 - \Omega^2}{\omega_1^2} \right)^2 + \left(\frac{\pi n \omega_1}{\omega_2} \gamma_2 - \gamma_4 \right) \left(\frac{\omega_2^2 - \Omega^2}{\omega_2^2} \right)^2 \right] \right\}, \\ \frac{\chi_{12}^{\text{osc}}}{\chi_{ii}^m} = \frac{24\omega_c^3 \Omega \mu T \sin \vartheta \cos^2 \vartheta}{(\omega_2^2 - \omega_1^2)^2} \left\{ \omega_1 \omega_2 \sum_{n,m=1}^{\infty} (m^2 \omega_1^2 - n^2 \omega_2^2) \times \right. \\ \left. \times \left[\left(\frac{n}{\hbar\omega_1} \right)^2 \frac{\omega_1^2 - \Omega^2}{\omega_1^2} \gamma_1(n) - \left(\frac{m}{\hbar\omega_2} \right)^2 \frac{\omega_2^2 - \Omega^2}{\omega_2^2} \gamma_2(m) \right] + \frac{\pi}{\hbar^2 \omega_1 \omega_2} \sum_{n=1}^{\infty} n \times \right. \\ \left. \times \left[\left(\frac{\pi n \omega_2}{\omega_1} \gamma_1 - \gamma_3 \right) \frac{\omega_1^2 - \Omega^2}{\omega_1^2} + \left(\frac{\pi n \omega_1}{\omega_2} \gamma_2 - \gamma_4 \right) \frac{\omega_2^2 - \Omega^2}{\omega_2^2} \right] \right\}, \quad (18)$$

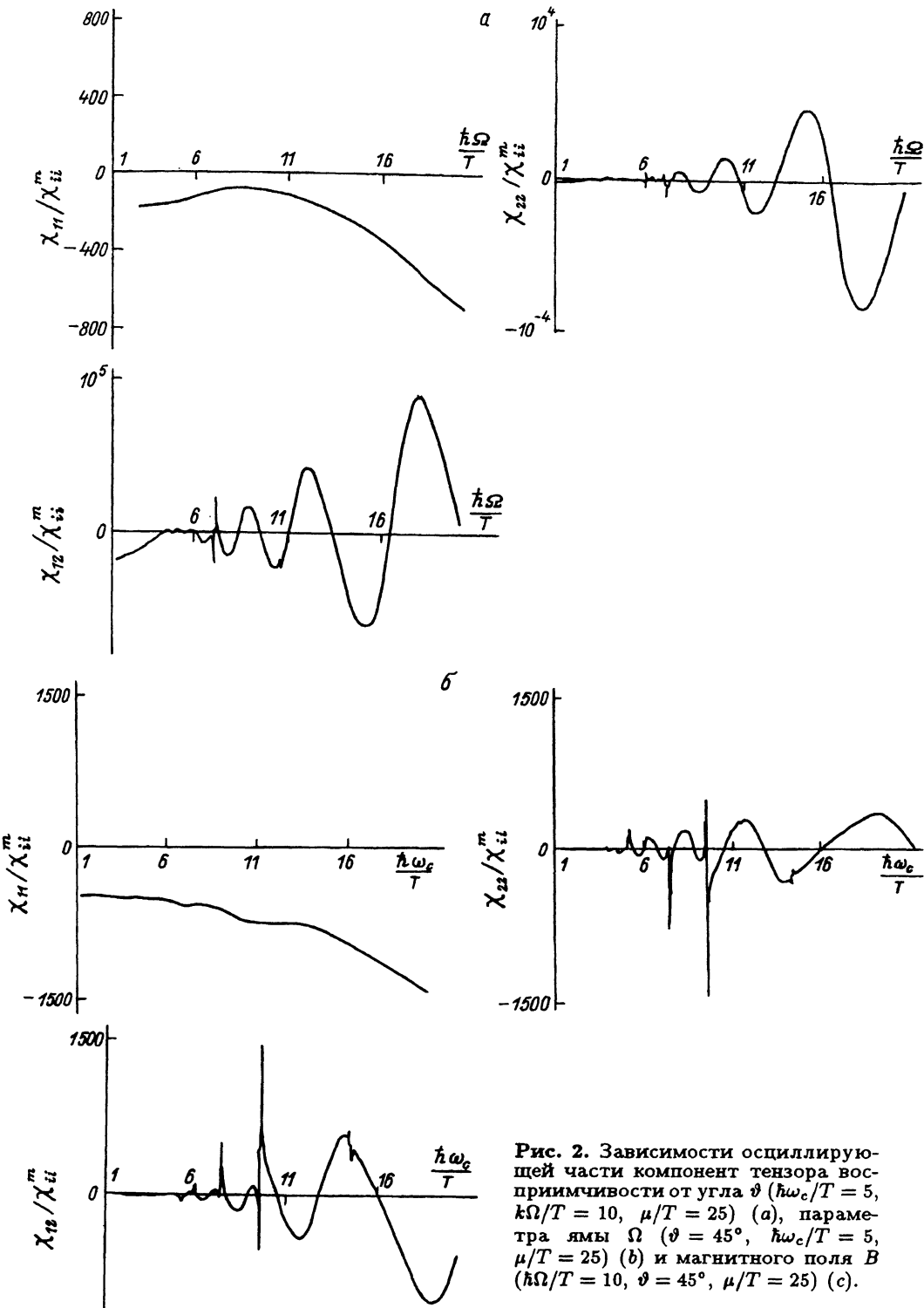


Рис. 2. Зависимости осциллирующей части компонент тензора восприимчивости от угла ϑ ($\hbar\omega_c/T = 5$, $k\Omega/T = 10$, $\mu/T = 25$) (а), параметра ямы Ω ($\vartheta = 45^\circ$, $\hbar\omega_c/T = 5$, $\mu/T = 25$) (б) и магнитного поля B ($\hbar\Omega/T = 10$, $\vartheta = 45^\circ$, $\mu/T = 25$) (с).

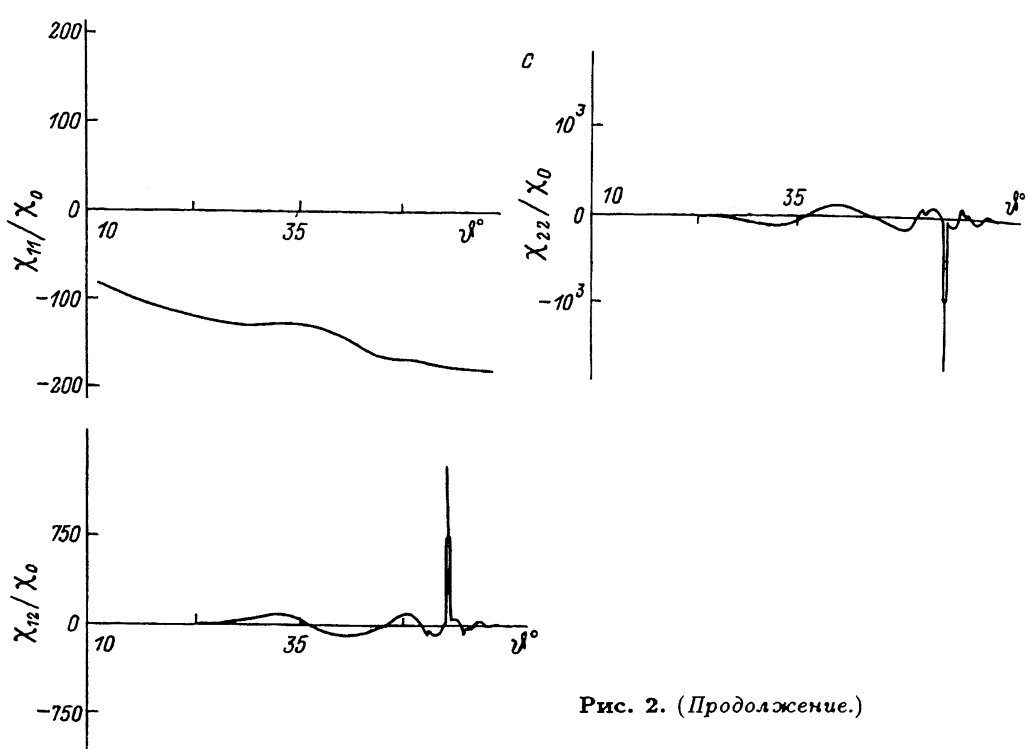


Рис. 2. (Продолжение.)

где введены обозначения

$$\begin{aligned}
 \gamma_1(n) &= \text{sh}^{-1} (2\pi^2 nT/\hbar\omega_1) \sin [\pi n (2\mu - \hbar\omega_1 - \hbar\omega_2) / \hbar\omega_1], \\
 \gamma_2(n) &= \text{sh}^{-1} (2\pi^2 nT/\hbar\omega_2) \sin [\pi n (2\mu - \hbar\omega_1 - \hbar\omega_2) / \hbar\omega_2], \\
 \gamma_3(n) &= \text{sh}^{-1} (2\pi^2 nT/\hbar\omega_1) \cos [\pi n (2\mu - \hbar\omega_1 - \hbar\omega_2) / \hbar\omega_1], \\
 \gamma_4(n) &= \text{sh}^{-1} (2\pi^2 nT/\hbar\omega_2) \cos [\pi n (2\mu - \hbar\omega_1 - \hbar\omega_2) / \hbar\omega_2]. \quad (19)
 \end{aligned}$$

В малой окрестности точки, где $m\omega_1 = n\omega_2$, выражение (16) имеет вид

$$\begin{aligned}
 \Omega_0^{\text{osc}} &= -\frac{mS\omega_c T}{2\pi\hbar} \cos \vartheta \left\{ \sum_{n,m=1}^{\infty} \frac{2\Gamma(n,m)}{m\alpha + n\beta} + \right. \\
 &\left. + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\gamma_3 - \frac{\alpha}{\pi n\beta} \gamma_1 \right) + \left(\gamma_4 - \frac{\beta}{\pi n\alpha} \gamma_2 \right) \right] \frac{1}{n} \right\}, \quad (20)
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 \Gamma(n,m) &= \pi a \text{sh}^{-1} \left[\pi^2 \left(\frac{n}{\alpha} + \frac{m}{\beta} \right) a \right] \cos \left[\pi a \left(\frac{n}{\alpha} + \frac{m}{\beta} \right) \right] - \\
 &- \pi^2 \text{ch} \left[\pi^2 \left(\frac{n}{\alpha} + \frac{m}{\beta} \right) \right] \text{sh}^{-2} \left[\pi^2 \left(\frac{n}{\alpha} + \frac{m}{\beta} \right) \right] \sin \left[\pi a \left(\frac{n}{\alpha} + \frac{m}{\beta} \right) \right].
 \end{aligned}$$

Как видно из полученных в этом разделе выражений для магнитной восприимчивости, все они имеют немонотонный характер в зависимости от поля \mathbf{B} , угла ϑ и параметра Ω , которые обусловлены осциллирующими множителями под знаком сумм в $\gamma_i(n)$ или $\Gamma(n, m)$. Типичные зависимости приведены на рис. 2.

Из выражений (2) вытекает, что в области больших углов $\vartheta \simeq \pi/2$, когда поле почти параллельно плоскости конфайнмента, ω_2 также мало. В этой области нарушается условие квантования $\hbar\omega_2 \gg T$ и, следовательно, выражение (18) становится неприменимым. Очевидно, что для этой области необходимо провести отдельные вычисления, которые соответствуют случаю, когда B_z мало или равно нулю.

3. Случай параллельного поля

Энергетический спектр электронов в этом случае имеет вид [2]

$$\varepsilon(n, p_x, p_y) = \hbar\tilde{\omega}(n + 1/2) + \frac{1}{2m} \left(p_x^2 + \frac{\Omega^2}{\tilde{\omega}^2} p_y^2 \right), \quad (21)$$

где

$$\tilde{\omega}^2 = \omega_c^2 + \Omega^2.$$

Вычислим свободную энергию невырожденного газа в этом случае по формуле

$$F = -NT \ln \frac{e}{N} \sum_{n, p_x, p_y} \exp \left[-\frac{\varepsilon(n, p_x, p_y)}{T} \right]. \quad (22)$$

Суммируя (22), получим

$$F = -NT \ln \left[\left(\frac{eS}{4\pi^2 \hbar^2 N} \right) \left(\frac{4\pi\tilde{\omega}mT}{\Omega \operatorname{sh}(\hbar\tilde{\omega}/2T)} \right) \right]. \quad (23)$$

Из (23) вытекает, что $\chi_{12} = \chi_{22} = 0$, а χ_{11} определяется выражением

$$\frac{\chi^{11}}{\chi_0} = \left(\frac{2T}{\hbar\tilde{\omega}} \right)^2 \left\{ 1 - \frac{2\omega_c^2}{\tilde{\omega}^2} - \left(1 - \frac{\omega_c^2}{\tilde{\omega}^2} \right) \frac{\hbar\tilde{\omega}}{2T} \operatorname{cth} \left(\frac{\hbar\tilde{\omega}}{2T} \right) + \left(\frac{\hbar\omega_c}{2T} \right)^2 \operatorname{sh}^{-2} \left(\frac{\hbar\tilde{\omega}}{2T} \right) \right\}. \quad (24)$$

Монотонная часть, так же как и выше, вычисляется с помощью термодинамического потенциала Ω_0 , который вычислим по формуле

$$\Omega_0 = -T \sum_{n, p_x, p_y} \ln \left[1 + \exp \left(-\frac{\varepsilon(n, p_x, p_y)}{T} \right) \right]. \quad (25)$$

В пределе $T \rightarrow 0$ (25) переходит в выражение

$$\Omega_0 = -\frac{mS\tilde{\omega}}{4\pi\hbar^2\Omega} \sum_{n=0}^{n_0} [\mu - \hbar\tilde{\omega}(n + 1/2)]^2, \quad (26)$$

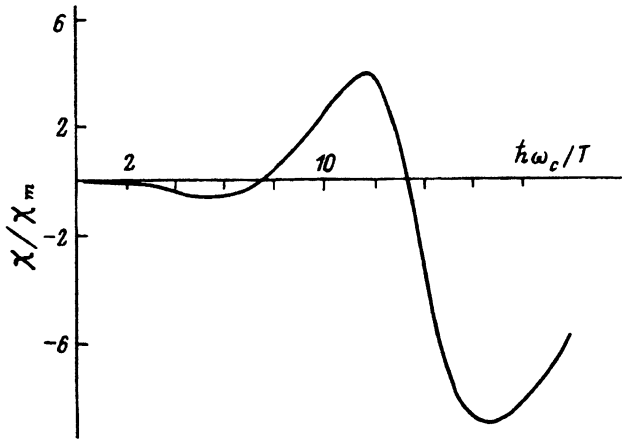


Рис. 3. Зависимость осциллирующей части восприимчивости для случая параллельного поля от B ($\hbar\Omega/T = 10$, $\mu/T = 25$).

где

$$n_0 = [(2\mu - \hbar\bar{\omega})/2\hbar\bar{\omega}],$$

[...] означает целую часть числа.

Пренебрегая малой дробной частью n_0 , получим

$$\Omega_0 = -\frac{mS\bar{\omega}^3}{24\pi\Omega} \left(\frac{2\mu}{\hbar\bar{\omega}} - \frac{1}{2}\right) \left(\frac{\mu}{\hbar\bar{\omega}} + \frac{1}{2}\right) \left(\frac{2\mu}{\hbar\bar{\omega}} - 1\right). \quad (27)$$

Вычислим χ_{11} по формуле ($\chi_{11} = \chi_{22} = 0$)

$$\chi_m = \chi_{11} = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial^2 \Omega_0}{\partial B^2}\right). \quad (28)$$

В первом порядке по $(\mu/\hbar\bar{\omega})^2$ из (28) получим

$$\chi_m = \left(\frac{e}{mc}\right)^2 \frac{m\mu^2\Omega}{24\pi\hbar^2\bar{\omega}^3} \sqrt{\frac{m\Omega}{\hbar}}. \quad (29)$$

Сравнивая χ_m в данном случае с монотонной частью объемной восприимчивости Ландау, получим

$$\frac{\chi_m}{\chi_L^m} = -\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \left(\frac{\mu}{\hbar\bar{\omega}}\right)^{3/2} \left(\frac{\Omega}{\bar{\omega}}\right)^{3/2}. \quad (30)$$

Как вытекает из (30), монотонная часть восприимчивости квазидвумерной системы в параллельном поле B является парамагнитной в отличие от объемной восприимчивости Ландау, которая диамагнитна.

Осциллирующая часть восприимчивости вычисляется на основе одномерной формулы Пуассона. Из (25) получаем осциллирующую часть термодинамического потенциала Ω_0 в виде

$$\Omega_0^{\text{osc}} = \frac{m\bar{\omega}ST}{4\pi^2\hbar\Omega} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \text{sh}^{-1} \left(\frac{2\pi^2 nT}{\hbar\bar{\omega}}\right) \sin(2\pi\mu n/\hbar\bar{\omega}). \quad (31)$$

Магнитная восприимчивость, как вытекает из (31), изотропна

$$\chi_{12}^{\text{osc}} = \chi_{22}^{\text{osc}} = 0,$$

$$\chi_{11}^{\text{osc}} = \chi^{\text{osc}} = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial^2 \Omega_0^{\text{osc}}}{\partial B^2} \right).$$

Вычисляя χ^{osc} , получим, используя (29),

$$\frac{\chi_{11}^{\text{osc}}}{\chi_{11}^m} = \frac{24\pi\omega_c^2 T}{\hbar\omega\Omega^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n \text{sh}^{-1} \left(\frac{2\pi^2 nT}{\hbar\omega} \right) \sin \left(\frac{2\pi n\mu}{\hbar\omega} \right). \quad (32)$$

Типичные графики этой зависимости приведены на рис. 3.

4. Обсуждение результатов

Полученные в предыдущих разделах выражения для угловых зависимостей тензора магнитной восприимчивости $\chi_{ij}(\vartheta)$, очевидно, имеют смысл лишь при выполнении условий квантования $\hbar\omega_2 \gg T (\omega_1 > \omega_2)$. Это условие дает ограничение для больших $\sim \frac{\pi}{2}$ углов

$$\cos^2 \vartheta \gg \left(\frac{T}{\hbar\omega_c} \right)^2 \left(1 + \frac{\omega_c^2}{\Omega^2} \right). \quad (33)$$

Если условие (33) не выполняется, необходимо пользоваться формулами раздела 3.

Результаты для невырожденного газа, полученные в разделе 1, могут представлять интерес только с точки зрения угловых зависимостей. Действительно, магнитная восприимчивость для образца в этом случае складывается из пара- и диамагнитной восприимчивости носителей заряда, восприимчивости решетки и дефектов. Однако все вклады в восприимчивости, не обусловленные квантованием движения электронов, не имеют, очевидно, угловой зависимости от ϑ и, следовательно, именно по угловой зависимости можно выделить вклад, рассчитанный в разделе 1. При этом интерес представляют только компоненты χ_{12} и χ_{22} , так как зависимость от угла ϑ в χ_{11} , как показывают численные расчеты, слаба (рис. 1). Интересно отметить, что, как показывают графики, построенные по формулам раздела 1 для различных B и Ω , компоненты χ_{ij} ведут себя по-разному. Так, χ_{11} всегда диамагнитна, а χ_{12} , χ_{22} , наоборот, всегда парамагнитны, причем зависимости χ_{12} и χ_{22} могут быть немонотонными при некоторых значениях параметров ω_c и Ω . Именно эти случаи и показаны на рис. 1.

В вырожденном случае монотонная часть χ_{ij}^m восприимчивости (13) не зависит ни от угла ϑ , ни от поля B и, как отмечалось в разделе 2, существенно ($\sim \mu/\hbar\Omega$) больше восприимчивости Ландау. Кроме того, χ_{ij} в этом случае вырождается в скаляр и является диамагнитной.

Отметим, что в случае параллельного или почти параллельного поля $\vartheta \simeq \pi/2$, как следует из (30), восприимчивость в отличие от трехмерного случая парамагнитна и ее величина существенно больше объемной восприимчивости.

Как следует из результатов разделов 2, 3, амплитуда колебаний восприимчивости при условии $\hbar\omega_c/T \sim 1$ велика по сравнению с монотонной частью и имеет порядок

$$\frac{\chi_{ij}}{\chi_m} \sim 24 \left(\frac{\mu}{\hbar\omega_c} \right) \left(\frac{T}{\hbar\omega_c} \right)^2 \frac{\Omega}{\omega_c}, \quad (34)$$

а в случае $\hbar\omega_c \gg T$ экспоненциально убывает $\sim \exp(-\pi^2 T/\hbar\omega_c)$ и становится пренебрежимо малой.

Заметим, что из результатов раздела 3 вытекает, что осциллирующая часть восприимчивости для поля, параллельного плоскости конфайнмента, имеет амплитуду колебаний (при $\hbar\omega_c/T \sim 1$) порядка

$$\frac{\chi^{\text{osc}}}{\chi_m} \sim 24 \frac{\pi\omega_c^2 T}{\Omega^2 \hbar\tilde{\omega}}, \quad (35)$$

т.е. велика по сравнению с монотонной частью. В случае $\hbar\omega_c \gg T$ амплитуда убывает по экспоненте как $\exp(-\pi^2 T/\hbar\tilde{\omega})$ и становится пренебрежимо малой. Отметим, что χ в этом случае изотропна.

Положение осцилляционных максимумов, как следует из (18), в наклонном поле определяется соотношениями

$$\begin{aligned} \mu &= \hbar\omega_1/2 + \hbar\omega_2(n+1/2), \\ \mu &= \hbar\omega_2/2 + \hbar\omega_1(n+1/2). \end{aligned} \quad (36)$$

Из (36) вытекает, что положение этих пиков зависит как от поля \mathbf{B} и угла ϑ , так и от параметра ямы Ω , поскольку от этих параметров зависят ω_1 и ω_2 .

В случае параллельного поля максимумы расположены в точках, где

$$\mu = \hbar\tilde{\omega}(n+1/2). \quad (37)$$

Положение осцилляционных пиков показано на рис. 2. Отметим, что размерный эффект в диамагнетизме Ландау для потенциала прямоугольной ямы изучался в [10-12].

Таким образом, в рассмотренном квазидвумерном случае при наклонном поле осцилляционные пики возникают от изменения как поля \mathbf{B} , так и угла ϑ . Кроме того, пики возникают не в точках пересечения уровней $\varepsilon(n_1, n_2)$ и химического потенциала, как можно было бы ожидать, а при более жестких условиях — в точках пересечения уровней $\varepsilon(0, n_2)$ или $\varepsilon(n_1, 0)$ с химическим потенциалом.

Рассмотрим случай поля, перпендикулярного плоскости конфайнмента ($\vartheta = 0$). Как следует из (2), в этом случае $\omega_1 = \omega_c$ и $\omega_2 = \Omega$. Из (6) вытекает, что в этом случае $\chi_{11} = \chi_{12} = 0$. В невырожденном случае

$$\frac{\chi_{22}}{\chi_0} = \frac{1}{2} \text{sh}^{-2} \left(\frac{\hbar\omega_c}{2T} \right).$$

В вырожденном случае χ_{ij}^m не зависит от угла ϑ , а следовательно, и в этом случае описывается формулой (13).

Осциллирующая часть восприимчивости описывается выражением (18), где надо положить $\vartheta = 0$. Поэтому $\chi_{11}^{\text{osc}} = \chi_{12}^{\text{osc}} = 0$, а для χ_{22} получим

$$\frac{\chi_{22}^{\text{osc}}}{\chi_m} = \frac{24\mu\Omega T}{\hbar^2\omega_c^2} \left(\Omega \sum_{n,m=1}^{\infty} (m^2\omega_c^2 - n^2\Omega^2)^{-1} n^2 \Gamma_1(n) + \frac{\pi}{\omega_c\Omega} \sum_{n=1}^{\infty} n (\pi n \Omega \Gamma_1(n) - \omega_c \Gamma(n)) \right), \quad (38)$$

где

$$\Gamma_1(n) = \text{sh}^{-1}(2\pi^2 n T / \hbar \omega_c) \sin [\pi n (2\mu - \hbar \omega_c - \hbar \Omega) / \hbar \omega_c],$$

$$\Gamma_2(n) = \text{sh}^{-1}(2\pi^2 n T / \hbar \omega_c) \cos [\pi n (2\mu - \hbar \omega_c - \hbar \Omega) / \hbar \omega_c].$$

В (38), как и в (18), не выписаны члены ряда, малые по $\hbar \omega_c / \mu$. Поскольку в перпендикулярном поле те члены рядов в χ_{22}^{osc} , которые $\sim \gamma_2(n), \gamma_4(n)$, содержат малый множитель $(\hbar \omega_c)^2 / \mu \Omega \ll 1$ (не входящий в член порядка $\gamma_1(n), \gamma_3(n)$), они опущены. Осцилляции, связанные с этим множителем, малы по сравнению с рассмотренным ниже. Из (38) вытекает, что положение осцилляционных максимумов определяется выражением

$$\mu = \frac{\hbar(\omega_c + \Omega)}{2} + n \hbar \omega_c. \quad (39)$$

Из вышесказанного следует интересный факт, что в случае поля, перпендикулярного плоскости конфайнмента, пики большой амплитуды возникают лишь при пересечении уровней Ландау, сдвинутых на $\hbar \Omega / 2$, и химического потенциала.

Поскольку температурные множители в γ_1, γ_2 и γ_3, γ_4 носят экспоненциальный характер, как и в трехмерном случае, учет столкновений качественно можно провести аналогично [13], т.е. добавить в осциллирующую часть χ_{ij} множитель Лингла $\exp(-2\pi^2 / \omega_c \tau)$.

Отметим, что в перпендикулярном поле осцилляции периодичны, как и в трехмерном случае, по $1/B$, а именно период $\Delta(1/B) = e \hbar / c m (\mu - \hbar \Omega / 2)$. При наклонном или параллельном плоскости конфайнмента поле периодичность по $1/B$ отсутствует.

Заметим, что квазидвумерные системы в наклонном поле исследовались экспериментально [3-8]. Изучение положения максимумов осцилляционных пиков в χ_{ij} от угла ϑ и поля \mathbf{B} позволяет определить параметры энергетического спектра носителей заряда в таких системах, а также применимость модели потенциала параболической ямы для описания таких систем.

Список литературы

- [1] Merlin R. // Solid State Commun. 1987. V. 64. P. 99.
- [2] Лифшиц И.М., Косевич А.М. // ДАН СССР. 1953. Т. 91. С. 795.
- [3] Beinvogl W., Koch G.F. // Phys. Rev. Lett. 1978. V. 40. P. 1736.
- [4] Brummel H.A., Hopkins M.K., Nicolas R.J., Portal J.C., Cheng K.Y., Cho A.Y. // J. Phys. C. 1986. V. 19. P. L107.

- [5] Wiech A.D., Maan J.C., Merkt U., Kotthaus J.P., Ploog K., Weimann G. // Phys. Rev. B. 1988. V. 35. P. 4145.
- [6] Huckestein B., Kummel R. // Phys. Rev. B. 1988. V. 36. P. 8215.
- [7] Meir V., Entin-Wohlman O., Gefen Y. // Phys. Rev. B. 1990. V. 42. P. 8351.
- [8] Markiewicz S., Meskoob M., Maheswaran B. // Surf. Sci. 1988. V. 196. P. 707.
- [9] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. Ч. I. М.: Наука, 1976.
- [10] Недорезов С.С. // ЖЭТФ. 1973. Т. 64. С. 624.
- [11] Недорезов С.С. // ЖЭТФ. 1974. Т. 67. С. 1544.
- [12] Недорезов С.С. // ФНТ. 1986. Т. 6. С. 924.
- [13] Абрикосов А.А. Теория металлов. М.: Наука, 1987.

Мордовский государственный
университет им. Н.П.Огарева
Саранск

Поступило в Редакцию
1 июля 1993 г.
В окончательной редакции
16 декабря 1993 г.

