

УДК 531.9; 536.42.1; 537.312.62

©1994

ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ФАЗОВЫХ ДИАГРАММ ОДНООСНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКОВ С НЕТРИВИАЛЬНЫМ СПАРИВАНИЕМ

Ю. М. Гуфан

Определены структуры и группы симметрии сверхпроводящих фаз, описываемых комплексным двухкомпонентным параметром порядка симметрии в тетрагональных кристаллах. Установлено, что с таким параметром порядка различных по симметрии фаз может быть семь для классов D_{4h} , D_{2d} , C_{4v} и D_4 и четыре для классов C_{4h} , C_4 и S_4 . Для самой низкосимметричной сверхпроводящей фазы в классах C_{4h} , C_4 и S_4 есть два типа антиизоструктурных фаз, внутри области устойчивости каждой из которых есть три типа изоструктурных фаз, обусловленных симметрией. Эти фазы граничат между собой по линиям переходов первого рода, заканчивающихся в общем случае критической точкой типа «жидкость-пар». Построены теоретические фазовые диаграммы в пространстве феноменологических параметров теории. Обсуждаются отличия результатов этой работы от результатов Воловика и Горькова [1⁰].

Целый ряд тройных редкоземельных халькогенидов молибдена, таких как $Du_{1.2}Mo_6S_8$ (кристаллохимическая группа симметрии $P6_3/m$) и тройных боридов родия типа $NdRh_4B_4$ ($J4_{1/acd}$), $SmRh_4B_4$ ($P4_2/m$) проявляют немонотонную (с изломами) зависимость верхнего критического поля H_{c2} от температуры T [1]. Аналогичные аномалии в зависимости $H_{c2}(T)$ для UPt_3 и UBe_{13} послужили основанием для более тщательного исследования [2-4]. В результате было обнаружено существование качественно различающихся сверхпроводящих фаз в UPt_3 и в UBe_{13} . Это в свою очередь показало, что по крайней мере одна из этих фаз соответствует сверхпроводящему состоянию, орбитальная часть волновой функции которого не обладает полной изотропией (имеет место так называемое нетривиальное спаривание). Сверхпроводящие состояния фаз Шевреля и боридов родия исследованы менее тщательно, однако и для них высказывалось предположение о том, что симметрия состояния пар, образующих бозе-конденсат, определяется ограничением симметрии состояния с отличным от нуля орбитальным моментом на кристаллографическую группу симметрии кристалла [1]. Существует обширная литература, утверждающая, что во многих высокотемпературных сверхпроводниках тоже имеет место нетривиальное спаривание [4-9]. Для экспериментального выявления типа спаривания необходимо знать 1) структуры тех фаз, которые могут существовать при близких термодинамических условиях, и 2) особенности

свойств каждой из фаз, соседствующих на фазовой диаграмме. Ответ на второй вопрос невозможен без ответа на первый.

Первый вопрос частично решен в работе Воловика и Горькова [10]. В ней приведен метод перечисления всех возможных сверхпроводящих классов и затем построены те сверхпроводящие классы симметрии, которые могут возникнуть переходом второго рода в голоэдрических классах кристаллов кубических, гексагональных и тетрагональных сингоний, если куперовские пары обладают отличным от нуля орбитальным моментом. Однако, во-первых, переходы в сверхпроводящее состояние не обязательно являются переходами второго рода [1,4], а во-вторых, возможна последовательная смена сверхпроводящих фаз. В последнем случае не обязательно проявляются только те фазы, в которые возможен переход второго рода непосредственно из высокосимметричной. Цель этой работы — на основе теоретико-группового подхода, используя целый рациональный базис инвариантов (ПРБИ), [11,12] и не предполагая малости величины параметра порядка (ПП), указать фазы и построить фазовую диаграмму для одного нетривиального примера — синглетного ($s = 0$) спаривания носителей в тетрагональном кристалле в состояние, которое с кристаллографической точки зрения описывается ПП, компоненты которого образуют базис для двумерного неприводимого представления.

Выше приведено несколько примеров тройных сплавов, относящихся к тетрагональным классам симметрии. К тетрагональным сверхпроводникам с нетривиальным спариванием относятся и широко обсуждаемые в литературе: CeCu_2Si_2 [13], USi_2Ru_2 [8] и U_6Fe [4], а также $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ [6,9] и $\text{BiSr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ [7]. Для удобства и краткости ниже, если это не оговорено особо, будут использованы обозначения из [10].

1. Симметрия сверхпроводящих фаз

Необходимо отметить, что в случае сильного кристаллического поля и в том случае, если волновые функции конденсата $\Delta(\mathbf{k})(s = 0)$ или $d(\mathbf{k})(s = 1)$ образуют базис для одномерного неприводимого представления группы симметрии кристалла, результаты феноменологической теории [11] с симметричной точки зрения совпадают с результатами, полученными Воловиком и Горьковым [10]. Поэтому ниже подробно рассмотрим только синглетное спаривание в состояние с нулевым суммарным импульсом, при котором волновая функция конденсата может быть представлена в виде линейной комбинации двух функций $\psi_1(\mathbf{k})$ и $\psi_2(\mathbf{k})$, образующих базис для неприводимого представления E_g кристаллографической группы D_{4h} . Будем, как и в [10], предполагать, что вид неравновесного потенциала Ландау $\Phi(\eta)$, определяющего возможные сверхпроводящие состояния кристалла, задается группой симметрии

$$\hat{\lambda} \equiv G_k \otimes \hat{R} \otimes \hat{U}_1(\alpha),$$

где $\hat{U}_1(\alpha)$ — группа градиентных преобразований; \hat{R} — группа, генерируемая R -операцией инверсии времени; G_k — кристаллографическая группа симметрии кристалла. При синглетном ($s = 0$) спаривании в

состояние с полным импульсом пар, равным нулю, и моментом импульса, отличным от нуля, волновые функции $\psi_1(\mathbf{k})$ и $\psi_2(\mathbf{k})$ образуют базис для представления E_g . Волновая функция конденсата $\hat{\Delta}(\mathbf{k})$, записанная в виде разложения по этим функциям, определит двухкомпонентный комплексный параметр порядка $\eta(\eta_1, \eta_2)$ [4,10]

$$\hat{\Delta}(\mathbf{k}) = \eta_1 \psi_1(\mathbf{k}) + \eta_2 \psi_2(\mathbf{k}). \quad (1)$$

Набор генераторов представления группы $\hat{\lambda}$, реализуемого на $\{\eta_1, \eta_2, \eta_2^*, \eta_1^*\}$, т.е. группа L_1 [11,12], имеет вид

η	l				
	U_2^{xy}	U_2^x	U_2^y	R	$U_1(\alpha)$
η_1	1	-1	1		$e^{i\alpha}$
η_2	1		-1	1	$e^{i\alpha}$
η_2^*		1	1	-1	$e^{-i\alpha}$
η_1^*		1	-1	1	$e^{-i\alpha}$

В (2) все диагональные матрицы записаны в виде столбцов; l — операции из L_1 , обозначенные соответствующими им операциями из $\hat{\lambda}$.

Из (2) следует, что все сверхпроводящие классы, которые возможны с этим ПП, относятся к «нетривиальным» [10], так как в ядро гомоморфизма (кери) представления (2)

$$\mathcal{K} \equiv \{E; J; C_2^z U_1(\pi); \sigma_h U_1(\pi)\} \quad (3)$$

входит нетривиальная операция — произведение кристаллографического поворота на угол π и градиентного преобразования с фазой π . Это обеспечивает линию нулей волновой функции (или щели в спектре элементарных возбуждений) на линии пересечения плоскости $k_z = 0$ с поверхностью Ферми во всех сверхпроводящих фазах, возможных с заданными ПП. Для дальнейшего будет удобно также ввести в рассмотрение еще одну группу $\tilde{\mathcal{K}} \equiv \{E, J\}$.

Из (2) следует, что

$$\Phi(\eta_1, \eta_2, \eta_2^*, \eta_1^*) \equiv F(J_1, J_2, J_3),$$

где

$$\eta_j = \xi_j \exp(i\Omega_j), \quad \varphi \equiv \Omega_1 - \Omega_2,$$

$$J_1 = \eta_1 \eta_1^* + \eta_2 \eta_2^* = \xi_1^2 + \xi_2^2,$$

$$J_2 = \eta_1 \eta_1^* \eta_2 \eta_2^* = \xi_1^2 \xi_2^2,$$

$$J_3 = \eta_1^2 \eta_2^{*2} = \eta_1^{*2} \eta_2^2 = 2\xi_1^2 \xi_2^2 \cos 2\varphi. \quad (4)$$

Здесь J_1, J_2, J_3 — компоненты ЦРБИ векторного представления группы L_1 в пространстве ε_4 компонент ПП [11,12].

Уравнения состояния, определяющие структуру ПП в возможных сверхпроводящих фазах, следуют из условия равенства нулю первого дифференциала $d\Phi$, т.е.

$$d\Phi = \sum_{j=1}^3 \sum_{l=1}^2 F_{j,l} \frac{\partial J_j}{\partial \eta_l} d\eta_l \equiv F_{j,j} \frac{\partial J_j}{\partial \eta_l} d\eta_l = 0. \quad (5)$$

Систему уравнений, следующую из (5) и независимости вариаций η_l , можно рассматривать как линейные однородные уравнения относительно $F_{j,k} = \partial F / \partial J_k$. Условия разрешимости этих однородных уравнений, соответствующие различным рангам матрицы $\partial J_j / \partial \eta_l$, позволяют установить структуру и симметрию разных сверхпроводящих фаз, т.е. решить «угловую задачу теории Ландау» [12]. Условие разрешимости системы (5) удобно записать в сферических координатах в пространстве ε_4 компонент ПП

$$\det \left(\frac{\partial J_l}{\partial \eta_j} \right) = -16 \xi_1^3 \xi_2^3 (\xi_1^2 - \xi_2^2) \sin 2\varphi = 0. \quad (6)$$

Уравнение (6) показывает, что, кроме нормальной фазы ($\xi_1 = \xi_2 = 0$) с заданным двухкомпонентным комплексным ПП, возможны еще семь различающихся по симметрии сверхпроводящих фаз. Группы симметрии наиболее симметричных из них имеют порядок 16.

I. $\xi_1 = 0$ (или $\xi_2 = 0$). В трехмерном пространстве орбит Σ_3 , в котором на осях декартовой системы координат отложены значения компонент ПРБИ (4) векторного в ε_4 представления группы L_1 , эта фаза занимает одномерное пространство: $J_2 = 0, J_3 = 0$ (рис. 1). Группа симметрии этой фазы H_1 есть прямое произведение трех групп, которые мы запишем, перечисляя их генераторы

$$H_1 = \{C_2^z U_1(\pi); U_2^x U_1(\pi)\} \otimes \{U_1(2\Omega)R\} \otimes \bar{K}. \quad (7)$$

Группа, генераторы которой объединены первой фигурной скобкой, в [10] названа $D_2(C_2^y)$, а второй фигурной скобкой — R . Фаза I ($\xi_1 = 0$) не

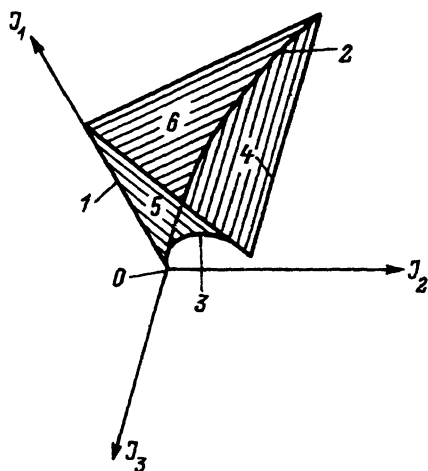


Рис. 1. Стратификация пространства орбит Σ_3 . Указаны области, занимаемые различными по симметрии сверхпроводящими фазами.

является магнитоактивной и изучалась в [10]. Нули волновой функции (в щели спектра возбуждений), как легко видеть из (7), лежат на линиях пересечения плоскостей $k_z = 0$ и $k_x = 0$ с поверхностью Ферми.

II. $\xi_1 = \xi_2$ ($\varphi = \pm\pi/2$). Этой фазе в пространстве Σ_3 тоже соответствует одномерное подпространство, определяемое условиями $J_3 = 2J_2$, $J_1^2 = 4J_2$ (рис. 1, а). Группа симметрии этой фазы есть

$$H_2 = \left\{ C_4^{1z} U_1 \left(\frac{\pi}{2} \right); R U_1 (-2\Omega_1 + \pi) U_2^x \right\} \otimes \tilde{K}. \quad (8)$$

Она обозначена в [10] $D_4(E)$ и соответствует магнитному сверхпроводящему классу. Из-за наличия в H_2 нетривиального элемента $C_4^{1z} U_1(\pi/2)$ к нулю в энергетической щели, расположенным по линии пересечения поверхности Ферми с плоскостью $K_z = 0$, добавляются нули, расположенные и на линии $k_x = k_y = 0$.

III. $\xi_1 = \xi_2$ ($\varphi = \pi n$). В пространстве орбит ей соответствует линия пересечения плоскости $J_2 = 2J_3$ и параболического цилиндра $J_1^2 = 4J_2$ при условиях $J_1 > 0$, $J_2 > 0$. Эта магнитная фаза тоже рассмотрена в [10], и ее симметрия есть

$$H_3 = \{ C_2^z U_1(\pi); U_2^{xy} U_1(\pi) \} \otimes \{ U_1(2\Omega_1) R \} \otimes \tilde{K} \equiv D_2(C_2^{xy}). \quad (9)$$

Волновая функция имеет нули на линиях пересечения плоскостей $k_z = 0$ и $k_x = k_y$ с поверхностью Ферми.

Согласно (5), возможны еще три фазы промежуточной симметрии, которые ранее не обсуждались [4]. Порядок соответствующих групп равен 8. Соответствующие им точки заполняют двумерные поверхности в Σ_3 .

IV. $\xi_1 = \xi_2$, $J_1^2 = 4J_2$, $|J_3| < 2J_2$. Это магнитоактивная фаза, симметрия которой определяется группой

$$H_4 = \{ C_2^z U_1(\pi); U_1(\Omega_1 + \Omega_2 - \pi) R U_2^{xy} \} \otimes \tilde{K}. \quad (10)$$

Волновая функция конденсата обращается в нуль на плоскости $k_z = 0$ и в точках на поверхности Ферми при $k_x = k_y = 0$.

V. $\sin \varphi = 0$, т.е. $\varphi = \pi n$. $J_3 = 2J_2$, $4J_2 < J_1^2$ (рис. 1). Нули волновой функции этой фазы расположены только на плоскости $k_z = 0$. Фаза не является магнитоактивной

$$H_5 = \{ C_2^z U_1(\pi) \} \otimes \{ U_1(2\Omega_1) R \} \otimes \tilde{K}. \quad (11)$$

VI. $\varphi = (\pi/2)(2n + 1)$. $J_3 = -2J_2$, $J_1^2 > 4J_2$ (рис. 1, а). Группа симметрии фазы VI

$$H_6 = \{ C_2^z U_1(\pi); R U_1(-2\Omega_1 + \pi) U_2^x \} \otimes \tilde{K} \quad (12)$$

показывает, что фаза магнитоактивна. Магнитный вектор входит и выходит из буждумов, расположенных на оси k_z . Нули волновой функции расположены и на линии пересечения плоскости $k_z = 0$ с поверхностью Ферми.

VII. Седьмая, самая низкосимметричная, сверхпроводящая фаза занимает объем в пространстве орбит, ограниченный всеми остальными стратами (рис. 1). Она магнитоактивна, характеризуется нулями только на линии пересечения поверхности Ферми плоскостью $k_z = 0$ и симметрией ядра гомоморфиза (3) представления (2).

2. Фазовая диаграмма

Условия устойчивости фазы с симметрией H_1 определяются тем, что решение уравнения состояния $F_{,1} = 0$, описывающее значение величины η_2 в фазе I, приводит к положительной определенности $F_{,11}$, $F_{,11} > 0$ при $F_{,1} = 0$. Выполнение $F_{,1} = 0$ и $F_{,11} = 0$ одновременно определяет границу устойчивости сверхпроводящей фазы I по отношению к высокосимметричной (нормальной). Условия $F_{,3} \geq 0$, $F_{,2} - 2F_{,3} \geq 0$ на корнях уравнения $F_{,1} = 0$ определяют устойчивость фазы I по отношению к флуктуациям ξ_1 с разностью фаз $\Omega_1 - \Omega_2 = \pm(\pi/2)(2n + 1)$. С другой стороны, область устойчивости фазы I по отношению к флуктуациям ξ_2 , синхронным или в противофазе к ξ_1 , ограничена условиями $F_{,3} \leq 0$ и $F_{,2} + 2F_{,3} \geq 0$ при $F_{,1} = 0$. Из фазы I возможен переход второго рода как непосредственно в нормальную фазу, так и в магнитоинертную фазу V или магнитоактивную фазу VI при выполнении выписанных предельных значений неравенств, определяющих устойчивость. Переход второго рода из фазы I в фазу VII возможен только в точке на p - T -диаграмме. Ни в фазу II, ни в фазу III или IV переход второго рода из фазы I не возможен. Заметим, что этот вывод можно, конечно, сделать и из сопоставления симметрий фаз.

Уравнения состояния в фазе VI имеют вид

$$F_{,1} = 0, \quad F_{,2} + 2F_{,3} = 0. \quad (13)$$

Развитие флуктуаций Ω ограничивается в фазе VI условием $F_{,3} < 0$. Это ограничение определяет возможную границу переходов второго рода между фазой VI и VII. Развитие флуктуаций $\xi_1 - \xi_2$ определяет границу i с фазой VI и II, а ξ_1 (или ξ_2) — границу с фазой I. Обе эти границы тоже могут проходить по линии переходов второго рода и определяются условием

$$16\xi_1^2 \xi_2^2 (\xi_1^2 - \xi_2^2) \left\{ F_{,11}(F_{,22} + 4F_{,23} + 4F_{,33}) - (F_{,12} + 2F_{,13})^2 \right\} \geq 0, \quad (14)$$

которое при выполнении (13) определяет три гиперповерхности в пространстве феноменологических параметров.

Фаза II однопараметрическая, и соответственно ее состояние (величина компонент параметра порядка) определяется одним уравнением

$$2\xi(F_{,1} = \xi^2 F_{,2} + 2\xi^2 F_{,3}) = 0. \quad (15)$$

Условие $F_{,3} \leq 0$ ограничивает в этой фазе возможное развитие флуктуаций φ , т.е. границу с фазой IV, а условие $F_{,2} + 2F_{,3} \leq 0$ определяет границу с фазой VI, на которой теряется устойчивость фазы II относительно флуктуаций $\xi_1 - \xi_2$. Граница с высокосимметричной (нормальной) фазой определяется условием

$$F_{,2} + 2F_{,3} + 2 \left[F_{,11} + 2\xi^2(F_{,12} + 2F_{,13}) + \xi^4(F_{,22} + 4F_{,23} + 4F_{,33}) \right] \geq 0. \quad (16)$$

Все три межфазные границы могут отвечать переходам второго рода. Еще переход второго рода из фазы II возможен только в фазу VII,

причем не более чем в изолированной четырехфазной [14] точке на p - T плоскости.

Состояние фазы IV определяется двумя уравнениями

$$F_{,3} = 0, \quad F_{,1} + \xi^2 F_{,2} = 0. \quad (17)$$

При этом условие $\sin(2\varphi)F_{,33} \geq 0$ определяет устойчивость фазы IV по отношению как к флуктуациям $\Omega_1 - \Omega_2$, так и к флуктуациям $\Omega_1 - \Omega_2 - \pi/2$. Условие $F_{,2} \leq 0$ определяет границу фазы IV с самой низкосимметричной сверхпроводящей фазой VII. Границы фаз III-IV, II-IV, VI-VII могут быть переходами второго рода. Переход фазы IV в нормальное состояние может протекать как переход второго рода только в изолированной точке на p - T диаграмме, в которой

$$F_{,1}|_{\xi=0} = 0, \quad \sin^2 2\varphi|_{\xi=0} = 0.$$

Условия устойчивости фаз III и V полностью аналогичны условиям устойчивости фаз II и VI с заменой J_3 на $-J_3$, $\partial/\partial J_3$ на $-\partial/\partial J_3$.

3. Примитивная модель перехода в сверхпроводящее состояние

Общие рассуждения, приведенные в разделе 2, удобно проиллюстрировать расчетами в рамках простейшего структурно-устойчивого потенциала Ландау [15]. Согласно [12], если максимальная степень инвариантов, входящих в ЦРБИ, равна четырем, то минимальная степень потенциала Ландау должна быть равна восьми. Вблизи максимально вырожденной точки такого потенциала (восьмифазной точки [14]) в качестве структурно-устойчивого потенциала можно принять

$$F = a_1 J_1 + a_2 J_1^2 + b_1 J_2 + b_2 J_2^2 + C_1 J_3 + C_2 J_3^2. \quad (18)$$

Потребовав глобальную минимальность потенциала модели (18), необходимо положить $a_2 > 0$, $b_2 > 0$ и $c_2 > 0$, после чего по результатам раздела 2 получаем фазовую диаграмму в пространстве A_3 феноменологических параметров потенциала (18) (a_1 , b_1 , c_1) (пространство деформаций [15,16]). Эта фазовая диаграмма, точнее области лабильности фаз I, VI, II, IV и нормальной фазы, приведена на рис. 2. Фазы V и III расположены, согласно модели (18), симметрично по отношению к фазам VI и II и на рис. 2 не приведены. Дадим пояснения к рис. 2. Область фазы I соответствует $b_1 \geq 0$ и ограничена тремя плоскостями: $a_1 = 0$, $b_1 = 2c_1$, $b_1 = -2c_1$. Фаза VI ограничена двумя плоскостями: $b_1 = -2c_1$, $2c_2 b_1 = b_2 c_1$ (границей перехода второго рода с фазой VII), а также границей переходов второго рода с фазой II (σ_2)

$$(b_1 + 2c_1) \otimes 8a_2^2 = -a_1^2(b_2 + 4c_2).$$

Фаза II вплоть до линии трикритических точек $b_1 + 2c_1 + 4a_2 = 0$, $a_1 = 0$ имеет границу переходов второго рода с нормальной фазой, проходящую по плоскости $a_1 = 0$. С фазой IV фаза II граничит по поверхности переходов второго рода

$$a_1 + (4a_2 + b_1) \left(-\frac{c_1}{4c_2}\right)^{1/2} + 2b_2 \left(-\frac{c_1}{4c_2}\right)^{3/2} = 0, \quad c_1 < 0. \quad (19)$$

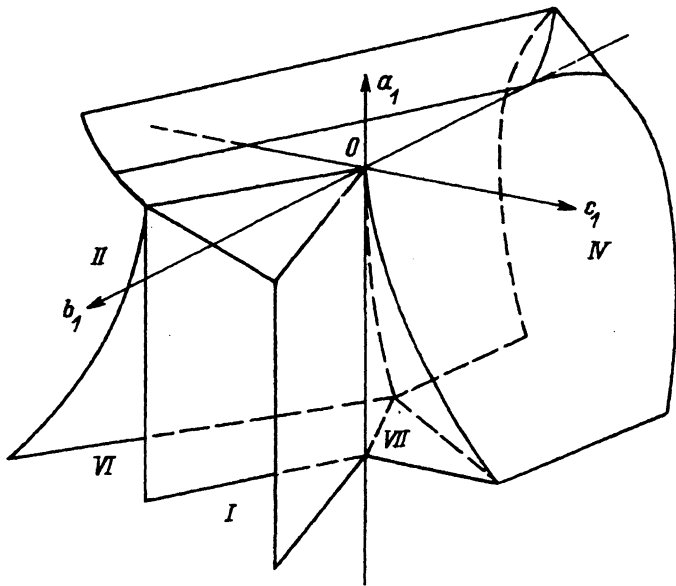


Рис. 2. Расположение различных сверхпроводящих фаз по отношению к нормальной (фаза 0) и друг к другу согласно примитивной модели (18).

Фаза IV граничит с фазой III по поверхности

$$a_1 + (4a_2 + b_1) \left(\frac{c_1}{4c_2} \right)^{1/2} + 2b_2 \left(\frac{c_1}{4c_2} \right)^{3/2} = 0, \quad c_1 > 0. \quad (20)$$

Кроме того, фаза IV граничит с фазой VII по поверхности $3a_2b_1 = -b_2a_1^2$. Поверхности (19) и (20) пересекаются по линии границ фазы IV и нормальной $c_1 = 0$.

Для полноты картины на рис. 3 представлено сечение теоретической фазовой диаграммы в пространстве феноменологических коэффициентов A_3 плоскостью $a_1 = -|a_1| = \text{const}$. Известно [12], что такое сечение дает возможность судить о фазовой диаграмме, которая будет следовать из более полной модели, чем (18), например допускающей переходы первого рода из фаз IV, V и VI в нормальную фазу. Из рис. 3 видно, что фазы, которые в принципе нельзя описать в теории, оперирующей потенциалом четверной степени, занимают значительный объем фазовой диаграммы. Следовательно, переход из нормальной фазы непосредственно в эти фазы при переходах, близких ко второму роду, столь же вероятен, сколь и в фазы, описанные в [10]. Две магнитоактивные фазы, а именно VI и IV, по всем своим низкотемпературным свойствам подобны фазе II, тоже магнитоактивной. Переход же между фазами III и V, I и V должен сопровождаться скачком коэффициента при T^2 в электронной части теплоемкости. Заметим, что если переходы второго рода между сверхпроводящими фазами считать более вероятными, чем переходы первого рода, то при смене сверхпроводящих фаз одна из них наиболее вероятно будет фазой IV, V или VI.

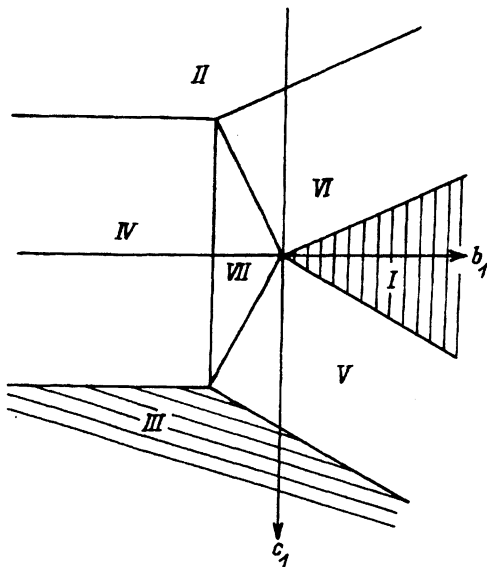


Рис. 3. Трансверсальное сечение трехмерной фазовой диаграммы, соответствующей модели (18).

Вид фазовой диаграммы с точностью до непрерывных смещений и деформаций линий совпадает с тем, который должен проявляться на эксперименте при заданном III. Заштрихованы области стабильности фаз, обсуждавшихся в [2-4, 10].

4. Анизотропная сверхпроводимость в неголоэдрических классах тетрагональной сингонии

Поскольку симметрия основной массы сверхпроводящих кристаллов тетрагональной сингонии не принадлежит к кристаллическому классу D_{4h} , кратко опишем, как изменятся полученные выше результаты, если кристаллический класс имеет симметрию D_4 , C_{4v} , D_{2d} , C_{4h} , C_4 или S_4 .

В случае, если класс симметрии D_4 , C_{4v} или D_{2d} , то группа L , отражающая абстрактную симметрию III в ϵ_4 , в точности совпадает с (2)

$$L(D_{2d}) = L(D_4) = L(C_{4v}) = L(D_{4h}).$$

Это означает, что число и вид инвариантов в ПРБИ останутся теми же, что и для класса D_{4h} . Из этого следует, что число фаз, их вид в компонентах III, расположение в Σ_3 и вид фазовой диаграммы (рис. 2,3) тоже сохраняются. Понизится только симметрия сверхпроводящих фаз за счет понижения симметрии ядра гомоморфизма \tilde{K} , в частности $\tilde{K} \Rightarrow \{E\}$. Это приведет к тому, что для D_4 запись H_i сохранится такой же, как в (7)–(12). Для класса D_{2d} в (7)–(12) операции U_2^{xy} и $U_2^{\bar{x}y}$ следует заменить на σ^{xy} и $\sigma^{\bar{x}y}$ (соответственно C_4^z на S_4^{1z} , C_4^{3z} на S_4^{3z}), а для класса C_{4v} еще и U_2^x , и U_2^y следует заменить на σ^x и σ^y .

Для класса C_{4h} группа L_2 определяется первым, четвертым и пятым генераторами из (2). Следовательно, ПРБИ для L_2 (C_{4h}), кроме трех инвариантов (4), содержит четвертый инвариант шестой степени

$$J_4 = 2(\xi_1^2 - \xi_2^2)\xi_1^2\xi_2^2 \sin 2\varphi, \quad (21)$$

причем

$$J_4^2 = (J_1^2 - 4J_2)(4J_2^2 - J_3^2), \quad (22)$$

и, следовательно,

$$\Phi(\eta_1, \eta_2, \eta_2^*, \eta_1^*) = \tilde{F}(J_1, J_2, J_3, J_4) = F(J_1, J_2, J_3) + J_4 \Psi(J_1, J_2, J_3). \quad (23)$$

Условия разрешимости уравнений состояния, полученные из $d\Phi = 0$, приобретают вид системы четырех уравнений

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= 32\xi_1^5 \xi_2^5 (\xi_1^2 - \xi_2^2) \sin^2 2\varphi = 0, \\ \Delta_2 &= 32\xi_1^3 \xi_2^3 \{(\xi_1^2 - \xi_2^2)^2 - 2\xi_1^2 \xi_2^2 \sin^2 2\varphi\} = 0, \\ \Delta_3 &= 16\xi_1^3 \xi_2^3 (\xi_1^2 - \xi_2^2)^2 \cos 2\varphi = 0, \\ \Delta_4 &= -16\xi_1^3 \xi_2^3 (\xi_1^2 - \xi_2^2) \sin 2\varphi. \end{aligned} \quad (24)$$

Если учесть, что ядро гомоморфизма $\mathcal{K}(C_{4h}) = \mathcal{K}(D_{4h})$, то становится очевидным, что возможны всего четыре различные симметрии сверхпроводящих фаз. Три фазы повышенной симметрии характеризуются следующими значениями параметров:

$$\begin{aligned} \text{I.} \quad & \xi_1 = 0, \\ \text{II.} \quad & \xi_1 = \xi_2, \quad \Omega_1 = \Omega_2 + \frac{\pi}{2}(2n + 1), \\ \text{III.} \quad & \xi_1 = \xi_2, \quad \Omega_1 - \Omega_2 = \pi n, \end{aligned}$$

где $n = 0, \pm 1, \dots$. Во всех трех фазах $J_4 = 0$ и $\partial J_4 / \partial \eta_i = 0$, т.е. эти фазы расположены в гиперплоскости Σ_3 , определяемой условием $J_4 = 0$ в Σ_4 . Их расположение в Σ_3 такое же, как и на рис. 1. Из формальных условий (24) следует, что влияние нарушающего симметрию $L(D_{4h})$ взаимодействия, описываемого J_4 , сводится к тому, что оно понижает симметрию фаз IV, V и VI до симметрии фазы VII.

Из структуры зависимости \tilde{F} от функций, входящих в ЦРБИ, видно, что формально $\Psi(J_1, J_2, J_3)$ в уравнениях состояния играет роль эффективного поля, понижающего симметрию нерегулярных фаз, в которых

$$J_4 \neq 0, \quad \partial J_4 / \partial x_i,$$

где

$$x_i = \xi_1, \xi_2, \Omega.$$

Симметрия регулярной фазы, как всегда, определяется ядром гомоморфизма $L: \mathcal{K}$. Из структуры сизигии (22) видно, что симметрия понижается вдвое. Очевидно также, что слабое эффективное поле не может изменить общее число экстремумов $\Phi(x_i)$, определяющих уравнениями состояния, следующими из $d\Phi = 0$ для D_{4h} . В частности, число эквивалентных минимумов, соответствующих одному и тому же состоянию регулярной фазы, равно

$$t_i = |L|/|H_i|,$$

где $|L|$ и $|H_i|$ — порядки групп L и H_i соответственно. С кристаллографической (геометрической) точки зрения, это число доменов в пространстве компонент III. Отсюда следует, что в фазе VII (C_{4h})

есть всего 8 минимумов, описывающих эквивалентные состояния, — домены. Еще 8 минимумов из 16 эквивалентных в фазе VII (D_{4h}) также описывают эквивалентные между собой состояния с симметрией VII (C_{4h}). Они соответствуют разным знакам J_4 при заданном J_3 , т.е. соответствуют антиизоструктурным фазам [12]. Назовем их VII ($1C_{4h}$) и VII ($2C_{4h}$) соответственно. Потенциал (23) в областях пространства термодинамических параметров A , в которых стабильна фаза VII ($1C_{4h}$), имеет еще 16 дополнительных минимумов, соответствующих двум типам фаз, изоструктурных с VII ($1C_{4h}$). Они произошли за счет слабого искажения полем Ψ (23) симметрии фаз VI (D_{4h}) и IV (D_{4h}) при $\sin 2\varphi < 0$. Каждой из этих фаз соответствует по 8 минимумов в соответствии с числом доменов фазы VI (D_{4h}) и IV (D_{4h}). Заметим, что разные по знакам φ «ориентационные» в ε_4 домены IV (D_{4h}) разделились на два антиизоструктурных типа, расположенных в Σ_4 по разные стороны гиперплоскости $J_4 = 0$. Аналогично возможны три принципиально разных типа изоструктурных фаз, соответствующих VII ($2C_{4h}$). Для определения областей существования этих одинаковых по симметрии фаз необходимо задать неравновесный потенциал и по уравнениям состояния, которые представим в виде, аналогичном (5)

$$d\Phi = \tilde{F}_{,k} dJ_k + dJ_4 \Psi + J_4 \Psi_{,k} dJ_k = 0, \quad (25)$$

определить отображение гиперповерхности

$$(4J_2^2 - J_3^2) \left\{ (J_1^2 - 4J_2)^2 - 4(J_1^2 - 4J_2)(J_1^2 - 2J_2) - 4J_3^2 \right\} \quad (26)$$

из Σ_4 в пространство A_4 коэффициентов потенциала (23). Для примитивной модели

$$\Phi = \alpha_1 J_1 + \alpha_2 J_2 + \alpha_3 J_3 + \alpha_4 J_4 + \beta_1 J_1^2 + \beta_2 J_2^2 + \beta_3 J_3^2 + \beta_4 J_4^2 \quad (27)$$

областей сосуществования антиизоструктурных фаз нет. В четырехмерном пространстве деформации (27) — A_4 ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$) гиперповерхность, ограничивающая четырехмерную область сосуществования изоструктурных фаз VII ($1C_{4h}$) и VII ($2C_{4h}$), может быть записана в параметрическом виде

$$\begin{aligned} -\alpha_1 &= 2\beta_1 J_1 + \lambda J_1 (4J_2^2 - J_3^2), \\ -\alpha_2 &= 2\beta_2 J_2 + 2\lambda [(J_3^2 - 4J_2^2) + 2(J_1^2 - 4J_2) J_2], \\ -\alpha_3 &= 2\beta_3 J_3 - \lambda J_3 (J_1^2 - 4J_2), \\ -\alpha_4 &= (2\beta_4 - \lambda) J_4, \end{aligned} \quad (28)$$

где J_1, J_2, J_3, J_4 — функции вида (4), (21) трех параметров x_1, ξ_1, ξ_2 и Ω , а λ_i — один из корней уравнения $\det(\partial\alpha_i/\partial x_i)$. Здесь мы отметим только одно общее для всех моделей свойство поверхности (28). В четырехмерном пространстве A_4 у нее есть двумерные ребра возврата, соответствующие областям расположения орбит (точек в Σ_4), отвечающих фазам I (C_{4h}), II (C_{4h}), III (C_{4h}). Это означает, что при не

имеющем своих модельных особенностей отображении из Σ_4 в A_4 ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$) на регулярном (т.е. трансверсальном) двумерном сечении A_4 область сосуществования изоструктурных фаз имеет критическую точку типа «жидкость-пар», причем эта область сосуществования сужается по мере приближения к области стабильности фаз I (C_{4h}), II (C_{4h}) или III (C_{4h}). Заметим также, что при «сильно» нелинейном, точнее имеющем свои особенности, отображении из Σ_4 в A_4 на двумерных (например, p - T) фазовых диаграммах, конечно, возможны и тройные точки сосуществования двух антиизоструктурных фаз и одной фазы повышенной симметрии [16,17]. Однако этот анализ выходит за рамки данной работы.

Таким образом, очевидно, что результаты феноменологической теории, полно учитывающей симметрию задачи, предоставляют значительно более широкие возможности для обсуждения эксперимента, чем это делалось до сих пор [2,4].

Автор выражает глубочайшую признательность Г.М. Верешкову за полезные дискуссии, без которых выполнение данной работы затянулось бы на неопределенный срок.

Список литературы

- [1] Фишер Э., Мейпл М. Сверхпроводимость тройных соединений / Под ред. Э. Фишера и М. Мейпла. М.: Мир, 1985. С. 13-44.
- [2] Hess D.W., Tokuyasu T.A., Sauls J.A. // J. Phys.: Cond. Matter 1. 1989. P. 8135-8145; Physica B. 1990. V. 163. P. 720-726.
- [3] Anupam Gang // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 69(4). P. 676-679.
- [4] Sigrist M., Ueda K. // Rev. Mod. Phys. 1991. V. 63 (2). P. 239-311.
- [5] Braunisch W., Knauf N., Kataev V., Neuhausen S., Grutz A., Kock A., Roden B., Khomskii D., Wohlleben D. // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 68 (12). P. 1908-1911.
- [6] Li Q.P., Koltenbax B.E.C., Joynt R. // Phys. Rev. B. 1993. V. 47 (1). P. 530-533.
- [7] Shen Z.X., Dessau D.S., Wells B.O., King D.M., Spicer W.E., Arko A.I., Marshall D., Lombardo L.W., Kapitulnik A., Dickenson P., Doulach S., diCario J., Loezer T., Park C.H. // High T_c Update. 1993. V. 7 (5) (submitted in Phys. Rev. Lett.).
- [8] Hasselbach K., Kirtley J.R., Flonquet J. // Phys. Rev. B. 1993. V. 47 (1). P. 509-512.
- [9] Hardy W.N. // High T_c Update. 1993. V. 7. N 4.
- [10] Воловик Г.Е., Горьков Л.П. // ЖЭТФ. 1985. Т. 88 (4). С. 1412-1428.
- [11] Гуфан Ю.М. // ФТТ. 1971. Т. 13. № 1. С. 225-231.
- [12] Гуфан Ю.М. Структурные фазовые переходы. М.: Наука, 1982. С. 302.
- [13] Steglich F., Aarts J., Bredl C.D., Lieke W., Meschede D., Franz W., Schafer H. // Phys. Rev. Lett. 1982. V. 43. P. 1982-1985.
- [14] Гуфан Ю.М., Сахненко В.П. // ЖЭТФ. 1975. Т. 69 (4). С. 1420-1429.
- [15] Прохоров А.М., Гуфан Ю.М., Ларин Е.С., Рудашевский Е.Г., Широков В.Б. // ДАН СССР. 1984. Т. 277 (6). С. 1369-1371.
- [16] Гуфан Ю.М., Дмитриев В.П., Рошаль С.Б., Снежков В.И. Фазы Ландау в плотноупакованных структурах. Ростов-на-Дону: Изд-во РГУ, 1991.
- [17] Гуфан Ю.М., Ларин Е.С. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1979. Т. 43 (8). С. 1567-1585.

Северо-Кавказский
научный центр высшей школы
Ростов-на-Дону

Поступило в Редакцию
16 сентября 1993 г.