

Сравнительный анализ механизмов закрепления доменной стенки в нанопроволоке

© А.А. Иванов¹, В.А. Орлов²

¹ Сибирский федеральный университет,
Красноярск, Россия

² Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева,
Красноярск, Россия

E-mail: orlhome@rambler.ru

(Поступила в Редакцию 14 апреля 2011 г.)

На основе модели поликристаллической нанопроволоки проводится сравнительный анализ влияния случайных флуктуаций кристаллографической анизотропии и шероховатостей поверхности на закрепление доменной стенки в нанопроволоке. Вычислены начальная кривая намагничивания и коэрцитивная сила для этих механизмов закрепления. Сформулирован критерий, при выполнении которого неоднородности поверхности нанопроволоки играют основную роль в процессе закрепления доменной стенки. Аналитические результаты проверены с помощью компьютерного моделирования.

1. Введение

В настоящее время теоретически и экспериментально установлено, что в нанопроволоках разных толщин возникает доменная структура. Процесс перемагничивания таких проволок вдоль их длинной оси осуществляется путем смещения доменных границ [1,2]. Движению доменной стенки препятствуют неоднородности структуры в виде флуктуаций поля кристаллографической анизотропии, неоднородностей поверхности, обмена и пр. В настоящей работе мы сравниваем влияние случайной анизотропии и неровностей поверхностей на потенциал закрепления доменной стенки в цилиндрической нанопроволоке, длина которой L много больше ее диаметра.

Современные методы прямого наблюдения магнитной структуры [1,2] позволяют получить достаточно детальную информацию о процессе зарождения и характере движения доменных стенок в нанопроволоках. При включении магнитного поля вдоль проволоки зародыш обратной намагниченности возникает на торце проволоки и далее разрастается вдоль нее за счет движения 180° доменной стенки. Дефекты магнитной структуры создают потенциальные барьеры на пути движения стенки. При отрыве от барьеров стенка совершает скачки Баркгаузена. Характерный силовой профиль и механизм скачков показаны на рис. 1.

Из рис. 1 видно, что при нулевом внешнем магнитном поле доменная стенка находится в положении A . При приложении малого внешнего поля она совершает обратимое смещение. Положение B является обратимо достижимым (если магнитное поле уменьшить до нуля, то доменная стенка возвратится в исходное состояние A). При достижении внешним полем значения локального максимума силового поля доменная стенка оказывается в неустойчивом положении C . Происходит срыв, и она перемещается в новое положение D , совершая скачок Баркгаузена. Если теперь магнитное поле уменьшать, то доменная стенка не возвратится в исходное положение.

Перемещение во время скачка является необратимым. Освобождаемая во время скачка энергия частично уносится электромагнитной волной, а частично передается кристаллической решетке.

Исследуем характер движения доменной стенки при приложении внешнего магнитного поля H вдоль оси проволоки. Для теоретического анализа начального этапа движения доменной стенки продуктивной является теория выбросов случайных функций [3,4]. Средняя величина перемещения доменной стенки при увеличении магнитного поля от нуля до H близка к средней длине провала случайной функции $F(z)$ под уровень $2HM_S S$ [5] (M_S — намагниченность насыщения материала проволоки, S — площадь сечения проволоки). Согласно [3,4], среднее расстояние между выходами случайной гауссовской функции $F(z)$ на уровень $2HM_S S$ равно

$$\langle \Delta z' \rangle = \xi \exp \frac{(2HM_S S)^2}{2\sigma_F^2}, \quad (1)$$

где $\xi = \sqrt{\sigma_F^2 \langle (dF/dz)^2 \rangle^{-1}}$ — средняя длина волны функции $F(z)$, $\sigma_F^2 = \langle F^2 \rangle$ — дисперсия силы. Область, в которой выполняется неравенство $2HM_S S < F(z)$, является выбросом случайной функции $F(z)$ за уровень $2HM_S S$. Согласно теореме Фубини [3,4], отношение

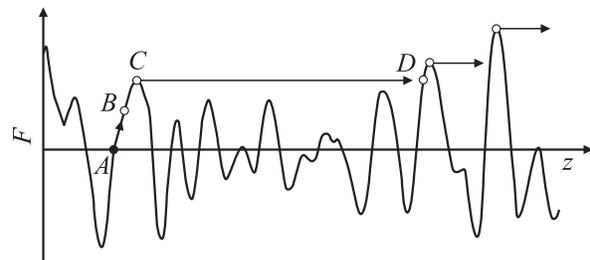


Рис. 1. Сила, действующая на доменную стенку при ее движении вдоль нанопроволоки.

средней длины провала к среднему расстоянию между соседними выбросами равно вероятности того, что функция $F(z)$ в заданной точке идет ниже уровня $2HM_S S$, т. е. равно функции ошибок

$$\Phi\left(\frac{2HM_S S}{\sqrt{\sigma_F^2}}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{2HM_S S/\sqrt{\sigma_F^2}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt. \quad (2)$$

Следовательно, среднее расстояние $\langle \Delta z \rangle$ между входом и выходом случайной функции на уровень $2HM_S S$ (средняя длина провала) задается уравнением

$$\begin{aligned} \langle \Delta z \rangle &= \langle \Delta z' \rangle \Phi\left(\frac{2HM_S S}{\sqrt{\sigma_F^2}}\right) \\ &= \xi \Phi\left(\frac{2HM_S S}{\sqrt{\sigma_F^2}}\right) \exp\left(\frac{2HM_S S}{2\sqrt{\sigma_F^2}}\right). \end{aligned} \quad (3)$$

При $2HM_S S \approx \sqrt{\langle F^2 \rangle}$ средняя длина скачка много больше корреляционной длины функции $F(z)$, поэтому поток выходов можно считать пуассоновым. Но при малых значениях внешнего поля, когда доменная стенка совершает обратимые перемещения, данные условия не выполняются. При случайном выбрасывании функции $F(z)$ на координатную сетку начало координат с равной вероятностью может оказаться в области выброса и в области провала. При этом одинаково часто намагниченность нанопроволоки окажется как отрицательной, так и положительной. Для учета этого обстоятельства следует ввести поправку в полученную формулу, а именно

$$\langle \Delta z \rangle = \xi \left[\Phi\left(\frac{2HM_S S}{\sqrt{\sigma_F^2}}\right) \exp\left(\frac{(2HM_S S)^2}{2\sigma_F^2}\right) - \frac{1}{2} \right]. \quad (4)$$

Изменение намагниченности проволоки в результате одного скачка стенки прямо пропорционально средней величине этого скачка. Таким образом, зависимость $\langle \Delta z \rangle$ от поля H с точностью до размерного коэффициента описывает начальную кривую намагничивания $M(H)$.

Стенка под действием внешнего магнитного поля проходит всю длину нанопроволоки при выполнении условия

$$2HM_S S \geq F_{\max}. \quad (5)$$

Среднее значение максимальной силы закрепления F_{\max} на длине пробега L выражается через дисперсию случайного поля σ_F^2 [2,4]

$$F_{\max} = \sqrt{\sigma_F^2 \ln\left(\frac{L}{\xi}\right)}. \quad (6)$$

Неравенство (5) совместно с (6) позволяет написать выражение для среднего значения коэрцитивной силы

$$H_C = \frac{1}{2M_S S} \sqrt{\sigma_F^2 \ln\left(\frac{L}{\xi}\right)}. \quad (7)$$

Важно заметить, что вид кривой намагничивания (4) и значение коэрцитивной силы (7) задаются двумя определяющими параметрами силового профиля: σ_F^2 и ξ . Эти параметры зависят от характеристик магнитного материала, из которого изготовлена нанопроволока, и определяются механизмом возникновения силового профиля. Далее рассмотрим две причины возникновения силового рельефа: случайные флуктуации поля кристаллографической анизотропии и шероховатости поверхности нанопроволоки, которые создают поля рассеяния на пути движения стенки.

2. Неоднородности локальной анизотропии

Иследуем процесс закрепления доменной стенки на флуктуациях локальной анизотропии. В рассматриваемой модели нанопроволока представляет собой одномерную цепочку плотноупакованных ферромагнитных кристаллов, длина и диаметр которых не выходят за пределы критерия однодоменности: $a, \sqrt{S} \ll \delta_0$. Здесь $\delta_0 = \sqrt{A/K}$, A и K — константы обмена и анизотропии соответственно, a — длина кристаллита. Намагниченность как функция координат слабо изменяется внутри кристаллитов вследствие малости их размеров. Тогда сила взаимодействия доменной стенки (центр которой находится в точке с координатой z) с флуктуациями поля анизотропии представляется в виде

$$F(z) = \frac{d}{dz} \sum_n K_n V_n (\mathbf{e}_n \mathbf{m}_n)^2. \quad (8)$$

Здесь \mathbf{e}_n и \mathbf{m}_n — единичные векторы направления локальной оси анизотропии (ЛОА) и намагниченности соответственно, V_n — объем n -го кристаллита; суммирование производится по всем кристаллитам, охваченным доменной стенкой.

Выражение (8) можно представить в виде

$$\begin{aligned} F(z) &= 2 \sum_n V_n K_n (\mathbf{e}_n \mathbf{m}_n) \\ &\times \left(e_{nx} \frac{dm_{ny}}{dz} + e_{ny} \frac{dm_{nx}}{dz} + e_{nz} \frac{dm_{nz}}{dz} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Как известно [6], в тонкой нанопроволоке реализуются стенки неелевского типа с плавным изменением полярного угла намагниченности, отсчитываемого от оси проволоки z по закону Ландау–Лифшица,

$$\cos\left(\frac{\vartheta(z)}{2}\right) = \tanh\left(\frac{z}{\delta_w}\right). \quad (10)$$

Здесь $\vartheta(z)$ — полярный угол намагниченности, δ_w — ширина доменной стенки в поликристаллической нанопроволоке. Система координат рассматриваемой модели показана на рис. 2.

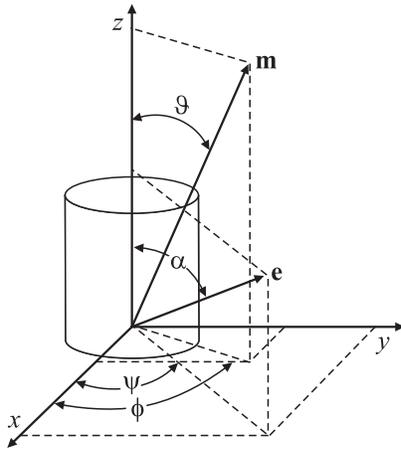


Рис. 2. Модель цилиндрического кристаллита в составе нанопроволоки и система координат.

В выбранной системе координат для силы (9) можно записать

$$F(z) = \sum_n V_n K_n \left[\left[\sin^2 \alpha_n \cos^2 (\phi_n(z) - \psi_n) + \cos^2 \alpha_n \right] \times \sin 2\vartheta_n(z) + \sin 2\alpha_n \cos (\phi_n(z) - \psi_n) \cos 2\vartheta_n(z) \right] \frac{d\vartheta_n}{dz}. \quad (11)$$

Здесь $\vartheta(z)$ задается распределением (10).

Поиск профиля кривой намагничивания (4) и коэрцитивной силы (7) сводится к вычислению параметров σ_F^2 и ξ на основе суммы (11).

Учтем, что объемы, локальные константы и направления ЛОА независимы как внутри одного кристаллита, так и между соседями. Для дальнейших расчетов положим, что направления ЛОА равномерно распределены по сфере, а размеры кристаллитов и локальные константы не флуктуируют. Тогда после суммирования (11) с учетом (10) для дисперсии силы будем иметь приближенное выражение

$$\sigma_F^2 = \langle F^2 \rangle \approx 3.23 \frac{\langle V^2 \rangle \langle K^2 \rangle}{\langle a \rangle^2 N_W} = 3.23 \frac{S^2 K^2}{N_W}. \quad (12)$$

Здесь $N_W = \delta_w/a$ — число кристаллитов в составе доменной стенки.

Аналогично вычисляется средняя длина волны закрепляющей силы

$$\xi = \sqrt{\frac{\sigma_F^2}{\langle (dF/dz)^2 \rangle}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \langle a \rangle N_W = \frac{1}{\sqrt{3}} \delta_w. \quad (13)$$

С учетом (12) и (13) для кривой намагничивания (4) и коэрцитивной силы (7) получим

$$\Delta M(H) = 2M_S \frac{\langle \Delta z \rangle}{L} = 2M_S \frac{\delta_w}{L\sqrt{3}} \times \left[\Phi \left(\frac{2HM_S}{K} \sqrt{\frac{N_W}{3.23}} \right) \exp \left(\left(\frac{2HM_S}{K} \right)^2 \frac{N_W}{6.46} \right) - \frac{1}{2} \right], \quad (14)$$

$$H_{CK} = \frac{K}{2M_S} \sqrt{\frac{3.23}{N_W} \ln \left(\frac{L}{\delta_w} \sqrt{3} \right)} = \frac{K}{2M_S} \sqrt{3.23 \frac{a}{\delta_w} \ln \left(\frac{L}{\delta_w} \sqrt{3} \right)}. \quad (15)$$

Для проверки справедливости изложенных выше рассуждений мы провели компьютерное моделирование процесса движения доменной стенки в нанопроволоке. В основе моделирования лежит численное решение уравнения равновесия намагниченности, которое получаем из выражения для энергии

$$W = \int_V \left(A(\nabla m_x)^2 + A(\nabla m_y)^2 + A(\nabla m_z)^2 - K(\mathbf{m}\mathbf{e}(z))^2 - M_S \mathbf{m} \mathbf{H}^{\text{eff}}(z) \right) d^3 \mathbf{r}. \quad (16)$$

Здесь \mathbf{H}^{eff} — эффективное поле, в котором находится намагниченность кристаллитов, включающее в себя внешнее магнитное поле и наведенное эффективное поле магнитостатического взаимодействия.

Вследствие выполнения условия $a \ll \delta_0$ функцию $\mathbf{m}(z)$ на протяжении одного кристаллита можно разложить до второго порядка малости по координате z (квадратичное приближение). Тогда выражение (16) можно представить суммой энергий по всем кристаллитам [7,8]

$$W = AV \sum_{n=1}^N \left[\left(\frac{\vartheta_{n+1} - \vartheta_n}{a} \right)^2 + \sin^2 \vartheta_{0n} \left(\frac{\phi_{n+1} - \phi_n}{a} \right)^2 - K(\mathbf{m}_n \mathbf{e}_n)^2 - M_S \mathbf{m}_n \mathbf{H}_n^{\text{eff}} \right]. \quad (17)$$

Здесь $\{\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_n, \dots, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n, \dots\}$ — полярные и азимутальные углы намагниченности на границах зерен, $\vartheta_{0n} = (\vartheta_n + \vartheta_{n+1})/2$, $\mathbf{H}_n^{\text{eff}}$ — эффективное поле, в котором находится n -й кристаллит. На основе (17) получена система равновесных уравнений для граничных углов $\{\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_n, \dots, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n, \dots\}$, решение которой проводилось численно методом градиентного спуска.

Согласно [3,4], выражения (4) и (7) будут тем точнее, чем ближе процесс $F(z)$ к гауссовому. Поэтому было проведено предварительное статистическое исследование распределения силы закрепления.

Функция $F(z)$ является суммой большого числа близких по величине статистически независимых слагаемых (11), поэтому в соответствии с центральной предельной теоремой должна быть распределена по нормальному закону. Среднее функции $F(z)$ равно нулю, а дисперсия равна сумме дисперсий слагаемых. Основной вклад в силу закрепления дают кристаллиты, которые охвачены доменной стенкой. При всех правдоподобных значениях констант обмена, анизотропии и намагниченности насыщения внутрь доменной стенки попадает порядка десятка кристаллитов. Один из результатов моделирования движения стенки в силовом рельефе показан на рис. 3. Видно, что распределение $F(z)$ хорошо описывается законом Гаусса. Незначительные отклонения имеют место для больших значений силы.

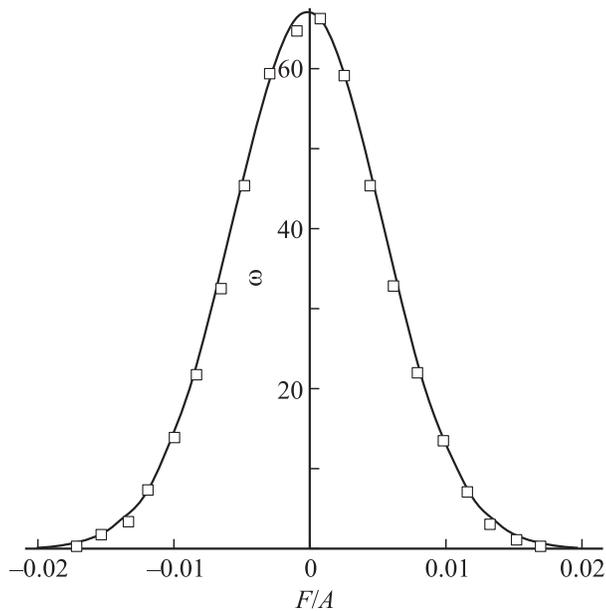


Рис. 3. Гистограмма распределения закрепляющей силы. Сравнение с распределением Гаусса (гладкая кривая) при $b \approx a/\delta_0 = 0.1$.

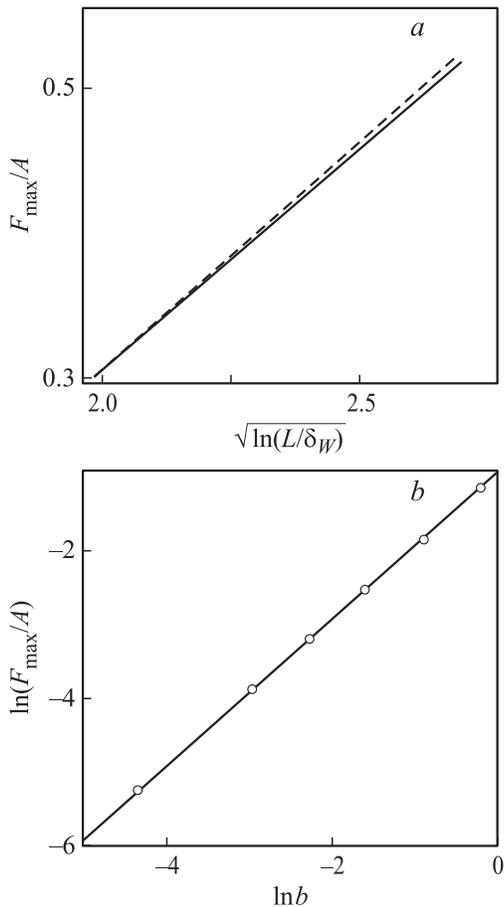


Рис. 4. Зависимость среднего значения закрепляющей максимальной силы от длины проволоки (а) и от безразмерной длины кристаллита b (б). На части а результаты моделирования показаны сплошной линией, теоретическая зависимость (6) — штриховой. На части б результаты моделирования показаны точками.

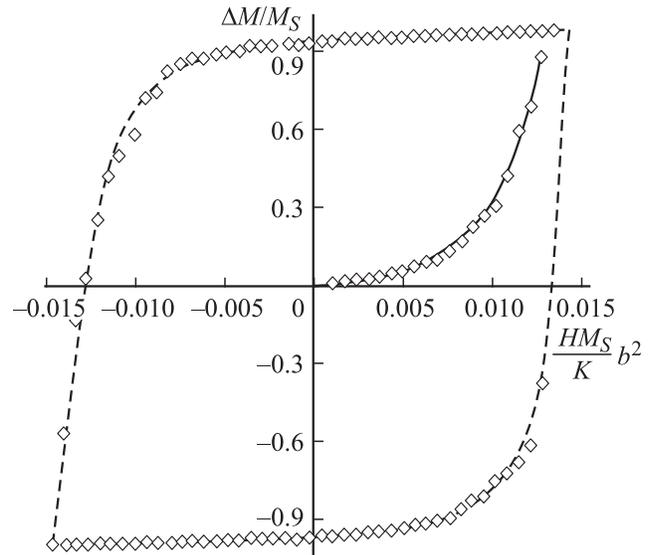


Рис. 5. Петля гистерезиса и начальная кривая намагничивания массива из 60 нанопроволок по результатам численного моделирования.

Поскольку коэрцитивная сила определяется максимальным значением силы закрепления F_{\max} , представляет интерес исследование зависимости F_{\max} от параметров нанопроволоки. Результаты численного расчета в сравнении с (6) показаны на рис. 4. Как видно, моделирование дает хорошее согласие с аналитическими оценками. Несколько замедленный рост максимальной силы как функции длины проволоки (в сравнении с теорией), полученный при моделировании, мы связываем с отклонением распределения силы от нормального. Действительно, сумма (11) при любых мыслимых значениях магнитных параметров имеет верхний предел, тогда как область определения распределения Гаусса не ограничена. Поэтому отклонение от предсказанной зависимости (6) наблюдается в области больших сил или больших длин проволок. Это подтверждается реальным экспериментом для нанопроволок, длина которых значительно превышает корреляционный радиус намагниченности [9,10].

На рис. 5 показана частная кривая намагничивания, полученная при компьютерном моделировании и усредненная по 60 проволокам. Фактически это частная кривая намагничивания массива параллельно расположенных нанопроволок. Теоретическая зависимость (14) показана сплошной линией. Согласие компьютерного моделирования и аналитических расчетов удовлетворительное.

3. Неоднородности поверхности нанопроволоки

Вследствие малого радиуса нанопроволоки неровности поверхности играют существенную роль, создавая

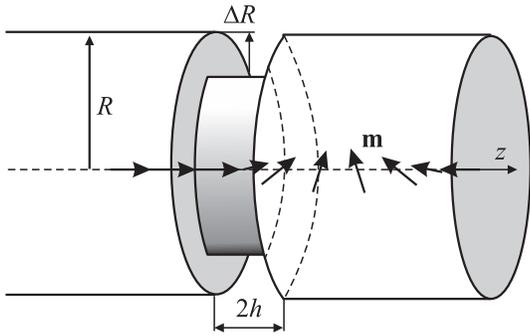


Рис. 6. Модельное представление шероховатости поверхности.

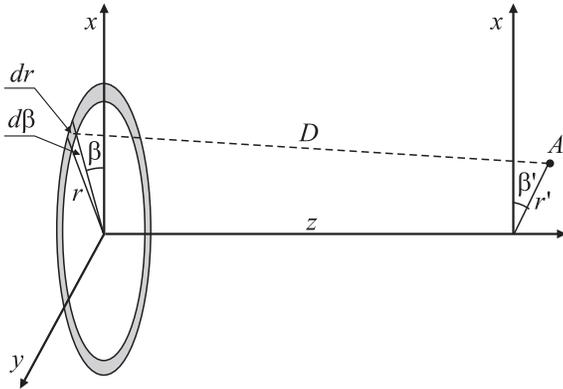


Рис. 7. Система координат и переменных для вычисления магнитостатического потенциала от заряженного кольца.

поля рассеяния, с которыми взаимодействует намагниченность доменной стенки. Поля рассеяния создаются магнитостатическими зарядами, возникающими на поверхности шероховатостей. Энергия взаимодействия стенки с полем магнитостатических зарядов зависит от координаты стенки, поэтому возникает сила взаимодействия стенки и шероховатости.

Вычислим величину силы взаимодействия стенки и шероховатости F_M и коэрцитивную силу H_{CM} . Используемая модель неоднородности на поверхности проволоки показана на рис. 6. Шероховатость в форме канавки прямоугольного сечения имеет глубину $\Delta R < R$ (R — радиус нанопроволоки), ширина канавки $2h$.

Можно выделить следующие слагаемые в энергии взаимодействия намагниченности доменной стенки и дефекта поверхности.

1) Взаимодействие поверхностного магнитостатического заряда боков канавки (колец) с поверхностными магнитостатическими зарядами стенки. Сила этого взаимодействия равна нулю. Действительно, в области доменной стенки плотность зарядов σ на поверхности проволоки распределена так, что напротив участков с положительной σ симметрично относительно оси z расположены участки с такой же по величине отрицательной σ . Вследствие этого сила взаимодействия по-

верхностного заряда с заряженными кольцами канавки отсутствует независимо от знака заряда колец.

2) Взаимодействие поверхностного заряда дна канавки (цилиндр) с объемным зарядом стенки. Это взаимодействие отсутствует из-за цилиндрической симметрии в распределении объемного заряда и зеркальной симметрии в распределении поверхностного заряда дна канавки (как в предыдущем пункте).

3) Взаимодействие поверхностного заряда боков канавки с объемными зарядами стенки.

4) Взаимодействие поверхностного заряда дна канавки с поверхностным зарядом стенки.

Рассмотрим пункты 3 и 4 подробнее. Сначала вычислим магнитостатический потенциал, создаваемый тонким заряженным кольцом в произвольной точке A (рис. 7). На этом рисунке введены следующие обозначения: z — расстояние по оси z между кольцом и точкой A ; r и dr — радиус и толщина заряженного кольца; β — азимутальный угол элемента кольца; $d\beta$ — угловой размер элемента кольца; r' и β' — расстояние от точки A до оси z и ее азимутальный угол; D — расстояние от элемента кольца до точки A .

Расстояние от выделенной площадки кольца до точки A

$$\begin{aligned} D^2 &= (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2 \\ &= z^2 + r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\beta - \beta'). \end{aligned} \quad (18)$$

Для потенциала маленького кусочка получим

$$d\Phi = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\sigma_h r dr d\beta}{\sqrt{z^2 + r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\beta - \beta')}}. \quad (19)$$

Здесь σ_h — поверхностная плотность магнитного заряда кольца. Тогда для потенциала, создаваемого кольцом с внутренним радиусом R_m и внешним R , получим

$$\Delta\Phi = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{R_m}^R \int_0^{2\pi} \frac{\sigma_h r dr d\beta}{\sqrt{z^2 + r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\beta - \beta')}}. \quad (20)$$

Для энергии взаимодействия рассмотренного кольца с объемным зарядом $\rho(z)$, расположенным в точке A , имеем

$$dW = \Delta\Phi \rho(z) dV = \Delta\Phi \rho(z) r' dr' d\beta' dz. \quad (21)$$

Энергия взаимодействия кольца и объемно заряженного диска толщиной dz принимает вид

$$\begin{aligned} \Delta W &= \frac{\mu_0 \sigma_h}{4\pi} \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_{R_m}^R \int_0^{2\pi} \frac{r dr d\beta \cdot \rho(z) r' dr' d\beta' dz}{\sqrt{z^2 + r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\beta - \beta')}} \\ &= \frac{1}{2} \mu_0 \sigma_h \rho(z) dz \int_0^R \int_{R_m}^R \int_0^{2\pi} \frac{r dr \cdot r' dr' \cdot d(\Delta\beta)}{\sqrt{z^2 + r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \Delta\beta}}. \end{aligned} \quad (22)$$

Здесь проведена замена переменной $\Delta\beta - \beta'$. Для объемной плотности заряда

$$\rho(z) = -\nabla \mathbf{m} = -\frac{\partial m_z}{\partial z} = -M_S \frac{\partial \cos \vartheta(z)}{\partial z}. \quad (23)$$

Для поверхностных зарядов на двух разноименно заряженных боках канавки

$$\begin{aligned} \sigma_h &= M_S \cos \vartheta(z - h), \\ \sigma_{-h} &= -M_S \cos \vartheta(z + h). \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь начало отсчета оси z помещено в середину выемки, поэтому координаты колец есть $\pm h$.

Для получения энергии взаимодействия двух колец со стенкой нужно проинтегрировать (22) с учетом (23), (24) и (10). Кроме того, в знаменателе (22) расстояние z следует заменить на $z - h$ и $z + h$ для двух колец и вычесть энергию взаимодействия с отсутствующей объемной плотностью заряда в самой выемке. В результате имеем

$$\begin{aligned} W_3(z) &= -\frac{1}{2} \mu_0 M_S^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^R \int_{R_{in}}^R \int_0^{2\pi} \frac{1}{\cosh^2(z' - z)} \\ &\times \left[\frac{\tanh(z - h)}{\sqrt{(z' - h)^2 + r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \Delta\beta}} \right. \\ &\left. - \frac{\tanh(z + h)}{\sqrt{(z' + h)^2 + r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \Delta\beta}} \right] r dr d(\Delta\beta) r' dr' dz' \\ &+ \frac{1}{2} \mu_0 M_S^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^R \int_{R_{in}}^R \int_0^{2\pi} \frac{1}{\cosh^2(z - z')} \\ &\times \left[\frac{\tanh(z - h)}{\sqrt{(z' - h)^2 + r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \Delta\beta}} \right. \\ &\left. - \frac{\tanh(z + h)}{\sqrt{(z' + h)^2 + r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \Delta\beta}} \right] r dr d(\Delta\beta) r' dr' dz'. \end{aligned} \quad (25)$$

Сила взаимодействия с N дефектами за счет этой энергии есть

$$F_3(z) = \sum_{n=1}^N f_3(z) = - \sum_{n=1}^N \frac{\partial W_3(z)}{\partial z}. \quad (26)$$

Рассмотрим взаимодействие поверхностного заряда дна канавки (цилиндрик) с поверхностными зарядами стенки. Обозначения и система координат показаны на рис. 8. Потенциал, создаваемый маленькой площадкой

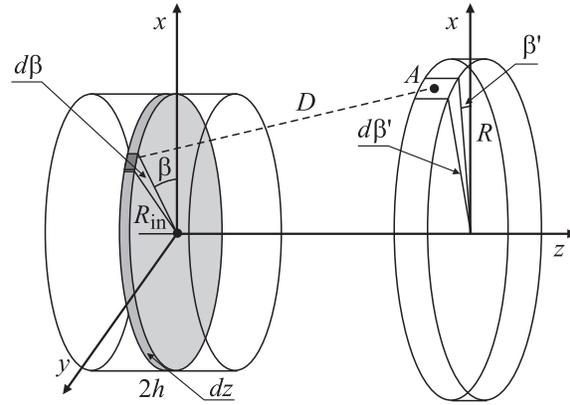


Рис. 8. Система координат и переменных для вычисления магнитостатического потенциала от заряженного цилиндра.

дна канавки в точке A равен

$$d\Phi = \frac{1}{4\pi} \frac{\mu_0 \sigma(z, z', \beta) R_{in} dz' d\beta}{\sqrt{(z'' - z')^2 + R_{in}^2 + R^2 - 2R_{in}R \cos(\beta - \beta')}}. \quad (27)$$

Здесь z — координата тонкого выделенного колечка на дне канавки, а поверхностная плотность заряда является не только функцией координат z и z' , но и азимутально-го угла β

$$\sigma(z, z', \beta) = M_S \sin \vartheta(z') \cos(\beta - \phi(z')). \quad (28)$$

Здесь $\vartheta(z')$ и $\phi(z')$ — полярный и азимутальный углы намагниченности на выделенном тонком колечке (на расстоянии $(z - z')$ от центра стенки).

Тогда для потенциала всего кольца получим

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &= \frac{\mu_0 M_S R_{in}}{4\pi} \\ &\times \int_{-h}^h \int_0^{2\pi} \frac{\sin \vartheta(z') \cos(\beta - \phi(z')) dz' d\beta}{\sqrt{(z'' - z')^2 + R_{in}^2 + R^2 - 2R_{in}R \cos(\beta - \beta')}}. \end{aligned} \quad (29)$$

С учетом (28) для энергии поверхностных зарядов всей стенки в поле дна канавки имеем

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{4} \mu_0 M_S^2 R R_{in} \\ &\times \left[\int_{z=-\infty}^{-h} \int_{-h}^h \int_0^{2\pi} \frac{\sin \vartheta(z'') \sin \vartheta(z') \cos \Delta\beta dz' d(\Delta\beta)}{\sqrt{(z'' - z')^2 + R_{in}^2 + R^2 - 2R_{in}R \cos \Delta\beta}} dz \right. \\ &\left. + \int_h^{z+\infty} \int_{-h}^h \int_0^{2\pi} \frac{\sin \vartheta(z'') \sin \vartheta(z') \cos \Delta\beta dz' d(\Delta\beta)}{\sqrt{(z'' - z')^2 + R_{in}^2 + R^2 - 2R_{in}R \cos \Delta\beta}} dz \right]. \end{aligned} \quad (30)$$

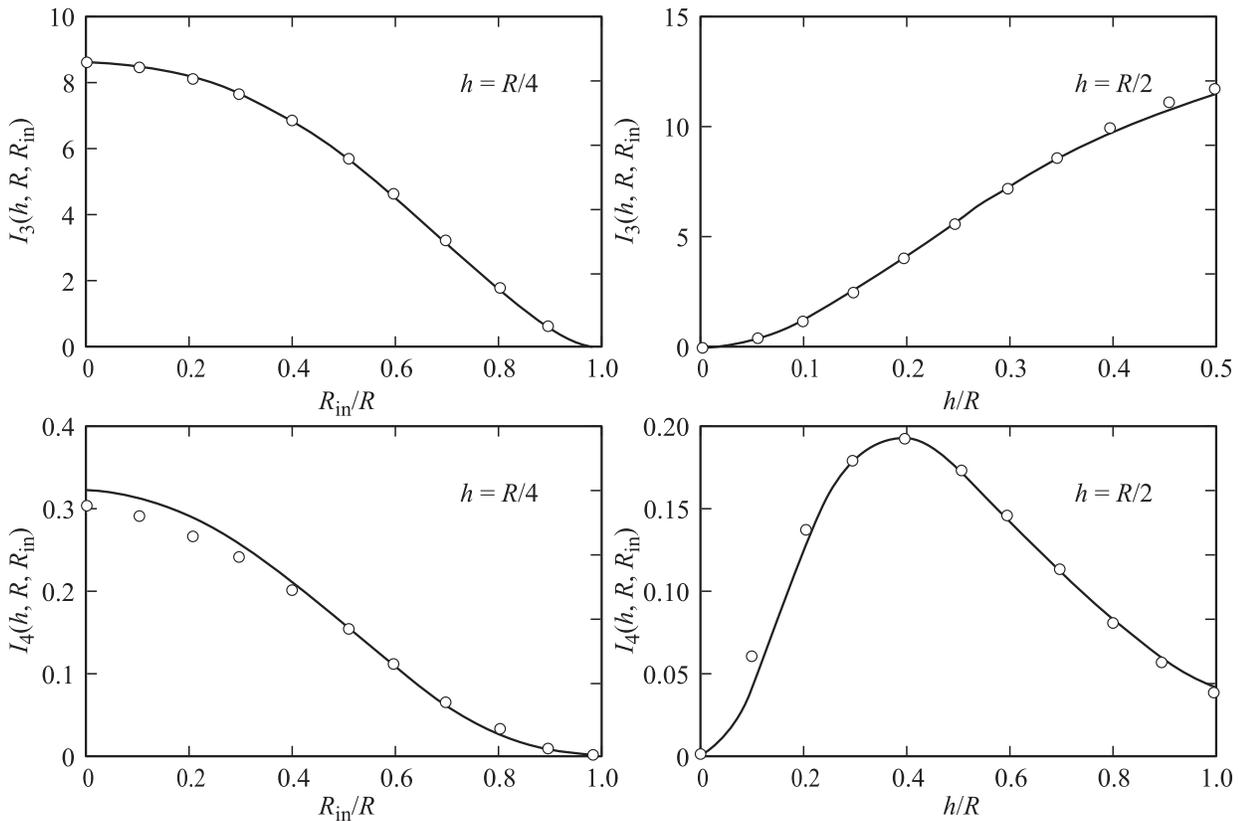


Рис. 9. Сравнение численных расчетов безразмерных компонент дисперсий σ_3^2 и σ_4^2 (сплошные линии) с модельными функциями (34) и (35) (точки).

Но это не вся энергия, отсюда мы должны вычесть энергию взаимодействия стенки с колечком радиуса R . В результате получим

$$\begin{aligned}
 W_4 = & \frac{1}{4} \mu_0 M_S^2 R \\
 & \times \left[\int_{z=-\infty}^{-h} \int_{-h}^h \int_0^{2\pi} \left[\frac{R_{in}}{\sqrt{(z'' - z')^2 + R_{in}^2 + R^2 - 2R_{in}R \cos \Delta\beta}} \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{R}{\sqrt{(z'' - z')^2 + 2R^2 - 2R^2 \cos \Delta\beta}} \right] \right. \\
 & \times \frac{\cos \Delta\beta}{\cosh(z'' - z) \cosh(z' - z)} dz' dz'' d(\Delta\beta) \\
 & + \int_h^{z-\infty} \int_{-h}^h \int_0^{2\pi} \left[\frac{R_{in}}{\sqrt{(z'' - z')^2 + R_{in}^2 + R^2 - 2R_{in}R \cos \Delta\beta}} \right. \\
 & \left. - \frac{R}{\sqrt{(z'' - z')^2 + 2R^2 - 2R^2 \cos \Delta\beta}} \right] \\
 & \times \frac{\cos \Delta\beta}{\cosh(z'' - z) \cosh(z' - z)} dz' dz'' d(\Delta\beta) \Big]. \quad (31)
 \end{aligned}$$

Сила взаимодействия с N дефектами за счет этой энергии есть

$$F_4(z) = \sum_{n=1}^N f_4(z) = - \sum_{n=1}^N \frac{\partial W_4(z)}{\partial z}. \quad (32)$$

Полная сила магнитоэстатического взаимодействия с дефектами

$$F_M(z) = F_3(z) + F_4(z). \quad (33)$$

После вычисления дисперсии силы (33) и средней длины волны ξ_M магнитоэстатической силы закрепления можно записать выражения для коэрцитивной силы и кривой намагничивания (7), (4).

Аналитический расчет по выражениям $\langle F_M^2 \rangle$ и ξ_M на основе (25), (31) и (33) практически невозможен из-за громоздкости интегралов. Поэтому указанные характеристики рассчитывались численно. По результатам численного расчета дисперсий $\langle F_3^2 \rangle = \sigma_3^2$ и $\langle F_4^2 \rangle = \sigma_4^2$ удалось подобрать удовлетворительные аппроксимирующие функции

$$\begin{aligned}
 \sigma_3^2 \approx & 117\rho(\mu_0 M_S^2)^2 \frac{h^2}{\delta_W^5 (\delta_W^2 + h^2)} \left[\delta_W R^2 (R^2 - R_{in}^2) \right. \\
 & \left. - h(R^2 - R_{in}^2)^2 \right]^2 = 0.45\rho\delta_W^5 (\mu_0 M_S^2)^2 \cdot I_3(h, R, R_{in}). \quad (34)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_4^2 &\approx 0.11\rho(\mu_0 M_S^2)^2 \frac{h^2 R^4}{\delta_W^5 (\exp(h^2/\delta_W^2) - 0.82)^2} \\ &\times \left[2.15R(R_{in} - R) + (R_{in} - R)^2 \right]^2 \\ &= 0.5\rho\delta_W^5 (\mu_0 M_S^2)^2 \cdot I_4(h, R, R_{in}). \end{aligned} \quad (35)$$

Все расчеты проведены для равномерной плотности распределения дефектов $\nu = N/L = 1/a$ (каждый кристаллит — дефект). Численный расчет показал, что $\xi_M \approx \delta_W$, $\langle F_3 F_4 \rangle \ll \langle F_3^2 \rangle, \langle F_4^2 \rangle$. Для дисперсий были построены зависимости при разных значениях параметров R, R_{in}, h . Некоторые из них показаны на рис. 9.

Из формулы (7) с учетом (34) и (35) для коэрцитивной силы получим приближенное выражение

$$\begin{aligned} H_{CM} &= \frac{1}{2M_S S} \sqrt{\sigma_F^2 \ln\left(\frac{L}{\xi}\right)} \\ &\approx \frac{1}{2M_S S} \sqrt{(\sigma_3^2 + \sigma_4^2) \ln\left(\frac{L}{\delta_W}\right)} \\ &\approx 1.4\mu_0 M_S \frac{V_d}{\delta_W^3} \sqrt{\frac{\delta_W}{a} \ln\left(\frac{L}{\delta_W}\right)}. \end{aligned} \quad (36)$$

Здесь мы положили, что линейные размеры дефекта поверхности невелики по сравнению с радиусом проволоки, т.е. $\Delta R = R - R_{in} \ll R$ и $h \ll R$, V_d — объем дефекта.

4. Заключение

Сравним коэрцитивные силы, создаваемые неоднородностями анизотропии и неоднородностями поверхности. Для этого найдем отношение выражений (36) и (15)

$$\eta = \frac{H_{CM}}{H_{CK}} \approx 1.56 \frac{\mu_0 M_S^2}{K} \frac{V_d}{\delta_W^3 a} \approx 4.9 \left(\frac{\mu_0 M_S^2}{K} \right)^2 b^2 \left(\frac{\Delta R}{a} \right)^2. \quad (37)$$

Здесь под ΔR понимаем характерный линейный размер дефекта.

Значение параметра $\eta = 1$ можно считать критерием при определении основного механизма пиннинга стенки. На рис. 10 показаны области, в которых основным является или механизм закрепления на неоднородностях локальной анизотропии, или магнитостатический механизм. Кривая, разграничивающая эти области, описывает случай, когда оба механизма оказывают одинаковое влияние на процесс закрепления стенки ($\eta = 1$). Горизонтальными штриховыми линиями указаны значения отношения $\mu_0 M_S^2/K$ для чистых ферромагнитных материалов по данным [11]. Для указанных на рис. 10 веществ характерные значения размеров шероховатостей, при которых происходит смена механизмов, отмечены точками на разграничивающей кривой. При этом отношение $\Delta R/a$ составляет для железа ~ 0.056 , для никеля

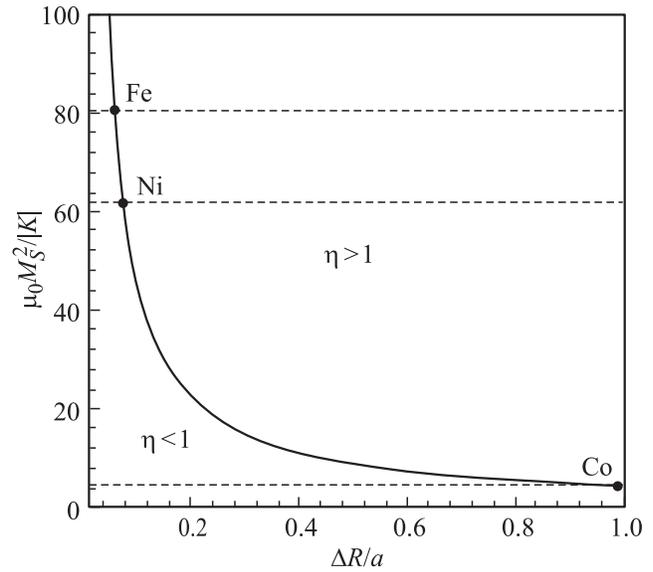


Рис. 10. Диаграмма, разграничивающая области с преобладанием магнитостатического ($\eta > 1$) и кристаллографического ($\eta < 1$) механизмов пиннинга. Кривая построена для $b = 0.1$.

~ 0.072 , для кобальта ~ 1 . Заметим, что отношение $\Delta R/a$ в реальных нанопроволоках [1,12] может достигать значений существенно больших, чем указанные выше критические.

При сравнении с экспериментом [9,13] выражение (15) дает заниженное значение коэрцитивной силы: для железных нанопроволок — в 5–7 раз, для никелевых — в 10 раз; для кобальтовых — получается сравнимый результат. Это позволяет сделать вывод, что в исследованных в [9,13] образцах флуктуации кристаллографической анизотропии играют не основную роль в создании силового профиля. Сравнение указывает на то, что чем меньше $\mu_0 M_S^2/K$, тем больший вклад в коэрцитивную силу вносят флуктуации анизотропии (15). При больших значениях отношения $\mu_0 M_S^2/K$ или соответствующих размерах шероховатостей поверхности (рис. 10) основную роль играет магнитостатический механизм закрепления доменных стенок. Действительно, учет выражения (36) при расчетах коэрцитивной силы дает результаты, сопоставимые с результатами прямых измерений.

Список литературы

- [1] Y. Henry, A. Iovan, J.-M. George, L. Piraux. Phys. Rev. B **66**, 184 430 (2002).
- [2] M. Bahiana, F.S. Amaral, S. Allende, D. Altbir. Phys. Rev. B **74**, 174 412 (2006).
- [3] В.И. Тихонов. Выбросы случайных процессов. Наука, М. (1970). 392 с.
- [4] Я.А. Фомин. Теория выбросов случайных процессов. Связь, М. (1980). 216 с.
- [5] А.А. Иванов. ФММ **38**, 14 (1974).

- [6] А.А. Иванов, В.А. Орлов. ФТТ **53**, 1266 (2011).
- [7] А.А. Иванов, В.А. Орлов, Г.О. Патрушев, Н.Н. Подольский. ФММ **109**, 130 (2010).
- [8] А.А. Иванов, В.А. Орлов, Г.О. Патрушев. ФТТ **41**, 1432 (1999).
- [9] D.J. Sellmyer, M. Zheng, R. Skomski. J. Phys.: Cond. Matter **13**, R433 (2001).
- [10] D.S. Xue, J.L. Fu, H.G. Shi. J. Magn. Magn. Mater. **308**, 1 (2007).
- [11] Физические величины. Справочник / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. Энергоатомиздат, М. (1991). 1232 с.
- [12] V. Langlais, S. Arrii, L. Pontonnier, G. Tourillon. Scripta Mater. **44**, 1315 (2001).
- [13] B. Kruger, D. Pfannkuche, M. Bolte, G. Meier, U. Merkt. Phys. Rev. B **75**, 054421 (2007).