

©1994

## ЗАМКНУТЫЕ ДИСПЕРСИОННЫЕ КРИВЫЕ ДЛЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ТЕ-ВОЛН В НЕЛИНЕЙНОЙ ПЛЕНКЕ

Н.Н.Белецкий, Е.А.Гасан

Построена теория нелинейных ТЕ-волн в твердотельной пленке со скачкообразным изменением диэлектрической проницаемости, граничащей с плазмподобной средой. Определены условия существования и найдены спектры нелинейных симметричных и антисимметричных волноводных мод. Предсказан ряд новых физических явлений: наличие замкнутых дисперсионных кривых, возможность трансформации нелинейных волн в линейные, распространение нелинейных волн в более высокочастотном интервале частот по сравнению с соответствующими линейными модами.

Хорошо известно, что нелинейные поверхностные и объемные электромагнитные волны обладают рядом интересных свойств: многозначными дисперсионными характеристиками, зависимостью фазовой скорости от амплитуды электрического поля на границе раздела сред, наличием порогового значения потока энергии, требуемого для их возбуждения [1-10].

В настоящей работе предсказаны новые явления, возникающие при распространении ТЕ объемных (волноводных) электромагнитных волн в твердотельной нелинейной пленке: наличие замкнутых дисперсионных кривых, возможность трансформации нелинейных волн в линейные, существование нелинейных волн на частотах, лежащих как выше, так и ниже частоты соответствующих линейных мод, распространение линейных и нелинейных электромагнитных волн в неперекрывающихся частотных интервалах.

Рассмотрим нелинейную пленку со скачкообразным изменением диэлектрической проницаемости [6,11-13]

$$\epsilon = \begin{cases} \epsilon_2, & |E| > E_s, \\ \epsilon_1, & |E| < E_s, \end{cases} \quad (1)$$

занимающую область пространства  $0 < z < d$  и помещенную в плазмподобную среду с диэлектрической проницаемостью

$$\epsilon_s = \epsilon_0 (1 - \omega_p^2 / \omega^2). \quad (2)$$

Здесь  $E_s$  — поле скачкообразного изменения диэлектрической проницаемости пленки (поле переключения),  $\epsilon_0$  — фоновая диэлектрическая

проницаемость плазмоподобной среды,  $\omega$  — частота волны,  $\omega_p$  — плазменная частота электронов.

Если для  $TE$ -волн, распространяющихся вдоль оси  $x$ , отличные от нуля компоненты электромагнитного поля представить в виде ( $k$  — волновой вектор волны)

$$\{E_y, H_x, H_z\} = \{\mathcal{E}_y(z), \mathcal{H}_x(z), \mathcal{H}_z(z)\} \exp(i(kx - \omega t)), \quad (3)$$

то первый интеграл уравнений Максвелла в каждой из сред запишется как

$$\left\{ \frac{d\mathcal{E}_y}{dz} \right\}^2 = q_2^2 \mathcal{E}_y^2, \quad z < 0, \quad z > d, \quad (4)$$

$$\left\{ \frac{d\mathcal{E}_y}{dz} \right\}^2 = \begin{cases} -q_2^2 \mathcal{E}_y^2 + C_2, & |\mathcal{E}_y| > E_s, \\ q_1^2 \mathcal{E}_y^2 + C_1, & |\mathcal{E}_y| < E_s, \end{cases} \quad 0 < z < d, \quad (5a, b)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  — постоянные интегрирования,

$$q_2^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 - k^2, \quad (6)$$

$$q_1^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1, \quad (7)$$

$$q_s^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_s > 0. \quad (8)$$

Пусть амплитуда электрического поля на границах пленки  $E_0 = |\mathcal{E}_y(0)| = |\mathcal{E}_y(d)|$  удовлетворяет условию  $E_0 < E_s$ . Тогда диэлектрическая проницаемость приграничных областей пленки равна  $\varepsilon_1$  и из условий непрерывности электрического поля и его первой производной на границе  $z = 0$  находим

$$C_1 = \frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon_1 - \varepsilon_s) E_0^2. \quad (9)$$

В интервале частот  $\varepsilon_s > \varepsilon_1$  ( $C_1 < 0$ ) из уравнения (5b) находим

$$\mathcal{E}_y(z) = \pm \left( \sqrt{|C_1|} / |q_1| \right) \begin{cases} \text{sh } q_1(z - z_I), & q_1^2 > 0, \\ \sin |q_1|(z - z_I), & q_1^2 < 0, \end{cases} \quad (10, 11)$$

а в интервале частот  $\varepsilon_s < \varepsilon_1$  ( $C_1 > 0$ ,  $q_1^2 > 0$ ) решение уравнения (5b) имеет вид

$$\mathcal{E}_y(z) = \pm \left( \sqrt{C_1} / q_1 \right) \text{ch } q_1(z - z_I). \quad (12)$$

Величина  $z_I$  определяет или экстремум ( $C_1 > 0$ ), или узел ( $C_1 < 0$ ) поля во внутренних слоях нелинейной пленки, характеризующихся диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_1$ .

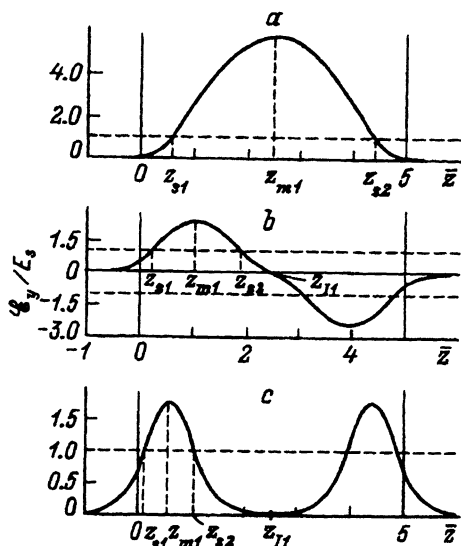


Рис. 1. Зависимости  $\mathcal{E}_y(\bar{z})/E_s$  в нелинейной пленке безразмерной толщины  $a = 5.0$  для  $N = 0$ ,  $e = 0.1$ ,  $\zeta = 7.0$  (a),  $N = 1$ ,  $e = 0.5$ ,  $\zeta = 3.0$  (b),  $N = 2$ ,  $e = 0.7$ ,  $\zeta = 5.0$  (c).

Постоянная интегрирования  $C_2$  определяется из условия непрерывности электрического поля и его первой производной в точках  $z = z_s$ , в которых  $|\mathcal{E}_y(z_s)| = E_s$

$$C_2 = C_1 + (q_1^2 + q_2^2) E_s^2. \quad (13)$$

Будем считать, что  $\epsilon_2$  превышает как  $\epsilon_1$ , так и  $\epsilon_s$ , а  $q_2^2 > 0$ . Тогда величина  $C_2$  всегда положительна и решение уравнения (5a) имеет вид

$$\mathcal{E}_y(z) = \pm \left( \sqrt{C_2}/q_2 \right) \cos q_2(z - z_m), \quad (14)$$

где  $z_m$  — постоянная интегрирования, определяющая положение экстремума поля в среде с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_2$ .

Используя условия непрерывности электромагнитного поля и его первой производной на границах пленки и в точках  $z = z_s$ , можно построить решения, как симметричные ( $C_1 > 0$ ) относительно плоскости, проходящей через центр нелинейной пленки, так и антисимметричные ( $C_1 < 0$ ).

Будем считать, что порядок моды  $N$  равен числу экстремумов электрического поля в нелинейной пленке, уменьшенному на единицу. В зависимости от  $N$  нелинейная пленка разбивается на строго определенное число чередующихся областей с диэлектрическими проницаемостями  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ .

На рис. 1 представлены профили полей  $\mathcal{E}_y(\bar{z})$  (в единицах  $E_s$ ;  $\bar{z} = zw_p/c$  — безразмерная координата) для первых трех нелинейных волноводных мод  $N = 0, 1, 2$ . Без ограничения общности мы полагаем, что  $\mathcal{E}_y(0) > 0$ .

Так как в первой точке переключения  $z = z_{s1}$  электрическое поле должно удовлетворять условию  $\mathcal{E}_y(z_{s1}) = E_s$ , то в качестве дисперсионного уравнения для нелинейных волноводных мод можно взять следующее уравнение:

$$\cos q_2 d_2 = E_s/E_{\max},$$

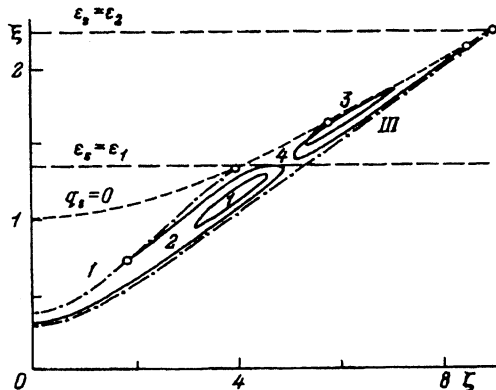


Рис. 2. Спектры нелинейных волноводных мод для  $\epsilon_0 = 20$ ,  $\epsilon_2 = 16$  и  $\epsilon_1 = 9$ .  
 $N$ ,  $a$ ,  $\epsilon$ : 1 — 1, 5, 0.20; 2 — 1, 5, 0.3; 3 — 0, 2, 0.16; 4 — 0, 4, 0.001.

где  $E_{\max} = \sqrt{C_2}/q_2$  — максимальное значение электрического поля в пленке,  $d_2 = |z_{m1} - z_{s1}|$  — полутолщина слоя с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_2$ .

Введем  $d_1 = |z_{l1} - z_{s1}|$  — полутолщину внутреннего слоя с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_1$ , расположенного между двумя точками переключения. Тогда для четных (симметричных) мод  $N$ -го порядка число областей толщины  $d_2$  в нелинейной пленке равно  $N + 2$ , а число областей толщины  $d_1$  равно  $N$ . Для нечетных (антисимметричных) мод число областей толщины  $d_2$  равно  $2(N + 1)$ , а число областей толщины  $d_1$  равно  $2N$ . Таким образом,

$$d_2 = \begin{cases} \frac{1}{N+2} (d - 2z_{s1} - Nd_1), & N = 0, 2, \dots, \\ \frac{1}{2(N+1)} (d - 2z_{s1} - 2d_1N), & N = 1, 3, \dots, \end{cases} \quad (15, 16)$$

где

$$d_1 = \frac{1}{|q_1|} \begin{cases} \operatorname{arth} \sqrt{1 - |C_1|/q_1^2 E_s^2}, & q_1^2 > 0, \quad N = 0, 2, \dots, \\ \operatorname{arth} (C_1/q_1^2 E_s^2 + 1)^{-1/2}, & q_1^2 > 0 \\ \operatorname{arctg} (C_1/|q_1|^2 E_s^2 - 1)^{-1/2}, & q_1^2 < 0 \end{cases} \quad N = 1, 3, \dots, \quad (17a, b, c)$$

$$z_{s1} = d_1 - \frac{1}{|q_1|} \begin{cases} \operatorname{arth}(q_s/q_1), & q_1^2 > 0, \quad N = 0, 2, \dots, \\ \operatorname{arth}(q_1/q_s), & q_1^2 > 0 \\ \operatorname{arctg}(|q_1|/q_s), & q_1^2 < 0 \end{cases} \quad N = 1, 3, \dots, \quad (18a, b, c)$$

На рис. 2 приведены дисперсионные кривые нелинейных волноводных мод нулевого  $N = 0$  и первого  $N = 1$  порядков в плоскости безразмерных величин ( $\xi = \omega/\omega_p$ ,  $\zeta = kc/\omega_p$ ) для различных безразмерных значений  $a = d\omega_p/c$  и  $e = E_0/E_s$  при  $\epsilon_0 = 20$ ,  $\epsilon_2 = 16$  и  $\epsilon_1 = 9$ . Штрихпунктирные линии представляют собой законы дисперсии линейных волноводных мод в пленке безразмерной толщины  $a = 5$  в предположении, что все пространство пленки заполнено или средой с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_1$  (кривая I,  $N = 1$ ), или средой с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_2$  (кривые II,  $N = 1$  и кривые III,  $N = 0$ ).

Нелинейные моды как для четного, так и для нечетного порядков возникают начиная с некоторого порогового значения  $\epsilon$ , и их дисперсионные кривые являются замкнутыми (кривые 1 и 3).

Для нечетных волноводных мод левый край замкнутой дисперсионной кривой с увеличением  $\epsilon$  смещается к оси  $\zeta = 0$  и затем касается ее. При дальнейшем увеличении  $\epsilon$  дисперсионные кривые становятся незамкнутыми: они начинаются на линии  $\zeta = 0$ , монотонно возрастают, в некоторой точке поворачиваются обратно и оканчиваются сначала на линии  $\zeta = 0$ , а затем на дисперсионной кривой линейных волноводных мод  $I$ . Точка трансформации нелинейной моды в линейную лежит в области  $q_1^2 < 0$ , и ее координаты определяются из уравнения  $C_1 = |q_1|^2 E_s^2$  (при этом  $E_{\max} = E_s$ ,  $|q_1|d_1 = \pi/2$ ) и закона дисперсии линейных несимметричных мод в слое с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_1$  толщины  $a$

$$\operatorname{tg} \left( \epsilon a \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_0) \xi^2 + \epsilon_0 / 2} \right) = -\epsilon / \sqrt{1 - \epsilon^2}. \quad (19)$$

При  $\epsilon \rightarrow 1$  точка трансформации нелинейной моды в линейную стремится к точке отсечки линейной моды ( $q_s = 0$ ), координаты которой равны

$$\xi = \left( \frac{\epsilon_0 - \epsilon_N}{\epsilon_0 - \epsilon_1} \right)^{1/2}, \quad \zeta = \left( \epsilon_0 \frac{\epsilon_1 - \epsilon_N}{\epsilon_0 - \epsilon_1} \right)^{1/2}. \quad (20)$$

Здесь

$$\epsilon_N = N^2 \pi^2 / a^2, \quad N = 1, 3, \dots$$

Дисперсионная кривая 3 для основной моды  $N = 0$  четных нелинейных волноводных мод с увеличением  $\epsilon$  становится разомкнутой, и ее концы располагаются на линии  $q_s = 0$  (форма этой кривой становится аналогичной форме дисперсионной кривой 4). При дальнейшем росте  $\epsilon$  эта дисперсионная кривая распадается на две ветви, берущие начало на линии  $\epsilon_s = \epsilon_1$  и имеющие точки окончания на линии  $q_s = 0$ . Одна из ветвей располагается вблизи линии  $q_s = 0$ , а другая — вблизи дисперсионной кривой линейной моды III. При  $\epsilon \rightarrow 1$  первая ветвь исчезает, а вторая практически совпадает с кривой III. Увеличение толщины нелинейной пленки приводит к существенному уменьшению порогового значения  $\epsilon$  (дисперсионная кривая 4).

Интересно, что дисперсионные кривые нелинейных четных мод более высокого порядка могут пересекать дисперсионные кривые для соответствующих линейных мод в пленке с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_2$  и существовать на более высоких частотах, чем линейные. С уменьшением  $a$  точка отсечки  $q_s = 0$  для линейных четных волноводных мод смещается в более низкочастотную область. Поэтому начиная с некоторого значения  $a$  линейные и нелинейные четные волноводные моды существуют в неперекрывающихся частотных интервалах, и при дальнейшем уменьшении  $a$  в интервале частот  $\epsilon_s > \epsilon_1$  могут распространяться лишь четные нелинейные моды.

В заключение подчеркнем, что отмеченные особенности распространения нелинейных ТЕ-волн могут найти широкое практическое использование в твердотельных лазерах, оптических компьютерах, разнообразных управляющих, преобразующих и направляющих устройств твердотельной интегральной оптики.

## Список литературы

- [1] Агранович В.М., Бабиченко В.С., Черняк В.Я. // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 32. № 8. С. 532-535.
- [2] Maradudin A.A. // Z. Phys. 1981. V. B41. N 4. P. 341-344.
- [3] Yu. M.Y. // Phys. A. 1983. V. 28. N 3. P. 1855-1856.
- [4] Seaton C.T., Valera J.D., Svenson B., Stegemann G.I. // Optics Letters. 1985. V. 10. N 3. P. 149-150.
- [5] Boardman A.D., Egan P. // IEEE J. Quant. Electron. 1986. V. QE-22. N 2. P. 319-324.
- [6] Хаджи П.И., Федоров Л.В. // ЖТФ. 1991. Т. 61. № 5. С. 110-113.
- [7] Корнеев В.И., Ахмедиев Н.Н., Кузьменко Ю.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 4. С. 456-461.
- [8] Langbein U., Lederer F., Peschel T., Ponath H.-E. // Optics Letters. 1985. V. 10. N 11. P. 571-573.
- [9] Langbein U., Lederer F., Ponath H.-E., Trutschel U. // Applied Physics B. 1985. V. 38. N 2. P. 263-268.
- [10] Белецкий Н.Н. // ФТТ. 1992. Т. 34. № 5. С. 1592-1598.
- [11] Хаджи П.И., Славов Ю.Д. // УФЖ. 1988. Т. 33. № 6. С. 824-827.
- [12] Kaplan A.E. // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 55. N 12. P. 1291-1294.
- [13] Enns R.H., Rangnekar S.S., Kaplan A.E. // Phys. Rev. A. 1987. V. 36. N 1. P. 1270-1279.

Институт радиофизики и электроники/  
АН Украины

Поступило в Редакцию  
17 августа 1993 г.