

©1994

## НЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА В КВАНТОВЫХ ТОЧКАХ. ВЛИЯНИЕ КУЛОНОВСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

*А.О.Говоров, Л.И.Магарилл*

Изучается неупругое рассеяние света в параболических квантовых точках с двумя взаимодействующими электронами в присутствии магнитного поля. Показано, что спектр деполаризованного рамановского рассеяния в длинноволновом приближении дает информацию об электрон-электронном взаимодействии: магнитополевая зависимость сдвига частоты оказывается скачкообразной функцией с особенностями при тех значениях магнитного поля, при котором основное состояние испытывает синглет-триплетные осцилляции.

1. В последнее время квантовые точки (КТ)—квазиульмерные системы, получаемые из двумерного электронного газа в результате ограничения движения электронов в плоскости системы, — привлекают повышенное внимание исследователей. Экспериментально КТ изучались пока главным образом методом спектроскопии инфракрасного поглощения [1–3]. К сожалению, измерение инфракрасного поглощения не позволяет исследовать влияние межэлектронного взаимодействия на энергетический спектр системы. Это является следствием обобщенной теоремы Кона [4–6], согласно которой резонансные частоты КТ с параболическим латеральным потенциалом в дипольном приближении не зависят от электрон-электронного взаимодействия и определяются соответствующими одночастичными величинами.

Недавно появились теоретические работы [7–9], в которых изучается энергетический спектр КТ с малым числом электронов в магнитном поле, перпендикулярном плоскости точки. В этих работах показано, что учет кулоновского взаимодействия приводит к необычному поведению системы — с ростом магнитного поля происходят скачки полного углового момента, соответствующего основному состоянию КТ. В частности, в работе [9], в которой рассматривался случай КТ с двумя электронами, основное состояние испытывают фазовые переходы, названные спин-синглет–спин-триплетными осцилляциями. В работах [7,9] показано также, что в магнитополевых зависимостях теплоемкости и намагниченности КТ при достаточно низких температурах могут проявляться эффекты кулоновского взаимодействия. Так, например, намагниченность КТ оказывается осциллирующей функцией магнитного поля  $B$  с особенностями при тех значениях  $B$ , для которых угловой момент основного состояния меняется.

В настоящем сообщении мы обращаем внимание на то, что кулоновское взаимодействие электронов в КТ может проявляться также при

исследовании резонансного рамановского рассеяния (РР) света. Будет показано, что деполаризованный спектр РР двухэлектронной КТ отражает синглет-триплетные осцилляции основного состояния.

2. Рассмотрим резонансное РР и КТ с двумя взаимодействующими электронами. Делаем обычное предположение, что латеральный потенциал, ограничивающий движение электрона в плоскости системы, имеет параболический вид  $m^* \omega_0^2 r_{\parallel}^2 / 2$ , где  $r_{\parallel}$  — координата электрона в этой плоскости,  $m^*$  — его эффективная масса. Считаем, что в направлении оси  $z$ , перпендикулярной плоскости КТ, электроны локализованы потенциалом  $W(z)$  и находятся в нижней подзоне поперечного размерного квантования. Эффективный размер  $d$  системы в  $z$ -направлении значительно меньше характерного размера латерального потенциала  $l_0 = 1/\sqrt{m\omega_0}$  (полагаем здесь и в дальнейшем  $\hbar = 1$ ).

Сечение РР определяется выражением (см., например, [10])

$$\frac{d^2 \sigma}{d\Omega d\omega} = \frac{\omega_2 e^4}{\omega_1 c^4} \left\langle \sum_F \left| \dot{M}_{FI} \right|^2 \delta(E_F - E_I - \omega) \right\rangle, \quad (1)$$

где  $E_{F(I)}$  — конечная (начальная) энергия системы,  $\omega = (\omega_1 - \omega_2)$  — сдвиг частоты, угловые скобки означают термодинамическое усреднение по начальным состояниям.

Оператор  $\dot{M}$ , описывающий резонансное РР, дает выражение вида [11]

$$\dot{M} = \sum_{\alpha, \alpha'} \gamma_{\alpha, \alpha'} \hat{c}_{\alpha}^{\dagger} \hat{c}_{\alpha'}, \quad (2)$$

$$\gamma_{\alpha, \alpha'} = \sum_{\beta} \left\{ \frac{\langle \alpha | \mathbf{e}_1 \mathbf{v} \exp(i\mathbf{k}_1 \mathbf{r}) | \beta \rangle \langle \beta | \mathbf{e}_2^* \mathbf{v} \exp(-i\mathbf{k}_2 \mathbf{r}) | \alpha' \rangle}{\varepsilon_{g\beta} - \omega_1} + \frac{\langle \alpha | \mathbf{e}_2^* \mathbf{v} \exp(-i\mathbf{k}_2 \mathbf{r}) | \beta \rangle \langle \beta | \mathbf{e}_1 \mathbf{v} \exp(i\mathbf{k}_1 \mathbf{r}) | \alpha' \rangle}{\varepsilon_{g\beta} + \omega_1} \right\}. \quad (3)$$

Здесь  $\alpha, \alpha'(\beta)$  — квантовые числа одночастичных состояний для электронов в зоне проводимости (валентной зоне);  $\hat{c}_{\alpha}^{\dagger}(\hat{c}_{\alpha'})$  — операторы рождения (уничтожения);  $\omega_{1,2}$ ,  $\mathbf{k}_{1,2}$  и  $\mathbf{e}_{1,2}$  — частоты, волновые векторы и векторы поляризаций падающей и рассеянной световых волн;  $\mathbf{v}$  — оператор скорости электрона;  $\varepsilon_{g\beta}$  — соответствующая ширина запрещенной зоны.

Определяемый из (2),(3) оператор  $\dot{M}$  описывает межзонное резонансное рассеяние света, схематически показанное на рис. 1. Необходимо отметить, что выражение (3) для  $\dot{M}$  получено в предположении, что характерные одночастичные и коллективные энергии малы по сравнению с  $|\varepsilon_g - \omega_1|$  и при  $|\omega| \ll \omega_1$ .

Мы будем рассматривать резонансы между нижними подзонами поперечного размерного квантования электронов в зоне проводимости и в валентной зоне, пренебрегая смешиванием состояний валентной зоны (т.е. считая, что потенциал  $W(z)$  приводит к строго двумерной системе). Используя полноту огибающих волновых функций, переписать (3)

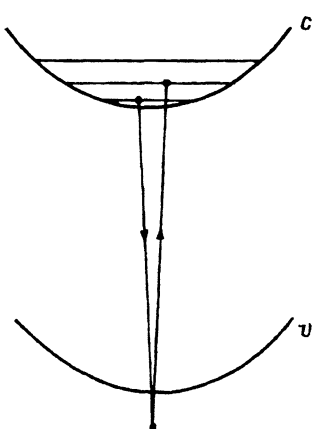


Рис. 1. Схема межзонных переходов для резонансного РР.

В случае адиабатического латерального потенциала промежуточные состояния в валентной зоне делокализованы в плоскости системы.

в предположении  $|\varepsilon_{gi} - \omega_1| \ll 1/m^*d^2$  в виде  $(\langle \alpha | \hat{\gamma}_i | \alpha' \rangle \equiv \gamma_{\alpha\alpha'})$ ; индекс  $i$  принимает значения  $hh$ ,  $lh$  или  $so$ , соответствующие резонансам между зоной проводимости и зоной тяжелых дырок, зоной легких дырок или спин-отщепленной зоной)

$$\hat{\gamma}_{hh} = \frac{3}{2} D_{hh} e^{i\mathbf{k}_{\parallel} \mathbf{r}_{\parallel}} [\mathbf{e}_{1\parallel} \mathbf{e}_{2\parallel}^* - i\sigma_z a_z], \quad (4)$$

$$\hat{\gamma}_{lh} = \frac{1}{2} D_{lh} e^{i\mathbf{k}_{\parallel} \mathbf{r}_{\parallel}} [\mathbf{e}_{1\parallel} \mathbf{e}_{2\parallel}^* + 4e_{1z} e_{2z}^* - 2ia_{\parallel} \sigma_{\parallel} + i\sigma_z a_z], \quad (5)$$

$$\hat{\gamma}_{so} = D_{so} e^{i\mathbf{k}_{\parallel} \mathbf{r}_{\parallel}} [\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2^* + ia\boldsymbol{\sigma}]. \quad (6)$$

Здесь  $D_i = (2/3)\varepsilon_{gi}P^2 / (\varepsilon_{gi}^2 - \omega_1^2)$ ,  $P$  — межзонный матричный элемент в модели Кейна,  $\mathbf{a} = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2^*]$ ,  $\boldsymbol{\sigma}$  — матрицы Паули,  $\mathbf{k}_{\parallel} = \mathbf{k}_{\parallel 1} - \mathbf{k}_{\parallel 2}$ ,  $\varepsilon_{gi}$  — ширина запрещенной зоны для соответствующего резонанса (при  $i = hh$  под  $\varepsilon_{gi}$  нужно понимать  $\varepsilon_g + \varepsilon_{e1} + \varepsilon_{hh1}$ , где  $\varepsilon_{e1}$  ( $\varepsilon_{hh1}$ ) — нижние уровни поперечного размерного квантования для электрона (тяжелой дырки) и т.п.). В результате сечение РР определяется выражением (1), в котором оператор  $\hat{M}$  является суммой операторов вида (4), (5) или (6) (в зависимости от типа резонанса) по двум электронам.

Для примера рассмотрим подробнее случай  $so$ -резонанса. При этом для  $\hat{M}$  в пределе  $kl \ll 1$  ( $l = l_0 \sqrt{\omega_0/\tilde{\omega}}$  — характерный размер волновой функции) имеем

$$\hat{M}_{so} = iD_{so} \sum_{j=1,2} \{\mathbf{a}\boldsymbol{\sigma}_j + \mathbf{k}\mathbf{r}_j [\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2^* + ia\boldsymbol{\sigma}_j]\}. \quad (7)$$

В (7) опущено постоянное слагаемое. Далее не будем писать значок  $\parallel$  у векторов  $\mathbf{r}_{\parallel}$  и  $\mathbf{k}_{\parallel}$ .

3. Если ввести координаты центра масс  $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$  и относительного движения  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ , гамильтониан двух взаимодействующих

электронов в КТ с параболическим латеральным потенциалом в присутствии магнитного поля  $\mathbf{B}$ , перпендикулярного плоскости системы  $z = 0$ , может быть записан как [8]

$$H = \frac{(\mathbf{P} + Q\mathbf{A}(\mathbf{R}))^2}{2M^*} + \frac{M^*\omega_0 R^2}{2} + \frac{(\mathbf{p} + q\mathbf{A}(\mathbf{r}))^2}{2\mu} + \frac{\mu\omega_0 r^2}{2} + \frac{e^2}{\epsilon r} + g^*\mu_B B \hat{S}_z. \quad (8)$$

Здесь  $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = (B/2)(-y, x, 0)$  — векторный потенциал магнитного поля,  $\mathbf{P} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$ ,  $\mathbf{p} = (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)/2$  ( $\mathbf{p}_{1,2}$  — операторы импульса),  $M = 2m^*$ ,  $\mu = m^*/2$ ,  $Q = 2e$ ,  $q = e/2$  ( $e$  — абсолютная величина заряда электрона),  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость,  $g^*$  — эффективный фактор Ланде,  $\mu_B$  — магнетон Бора,  $\hat{S}_z = (\sigma_{1z} + \sigma_{2z})/2$  — оператор  $z$ -компоненты полного спина. Структура гамильтониана (8) позволяет представить двухчастичную волновую функцию в виде  $\Psi(\mathbf{R})\psi(r)e^{im\varphi}\chi_S$ , где  $\chi_S$  — спиновая часть волновой функции;  $r, \varphi$  — полярные координаты вектора  $\mathbf{r}$ ;  $m$  — азимутальное квантовое число. Так как полная волновая функция должна быть антисимметричной, то четные  $m$  соответствуют синглетным, а нечетные — триплетным состояниям системы.

Энергетический спектр гамильтониана (8) состоит из двух частей: энергии центра масс и энергии относительного движения. Для первой имеется точное выражение (см., например, [8])

$$E_{NM} = \tilde{\omega}(2N + |M| + 1) + \frac{\omega_c}{2}M, \quad (9)$$

$\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 + \omega_c^2/4}$ ;  $\omega_c$  — циклотронная частота;  $N = 0, 1, 2, \dots$ ;  $M = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Энергии относительного движения  $\epsilon_{nm}$  численно найдены в [8,9]. В этих работах показано, что с ростом  $B$  происходит переход основного состояния из синглетного в триплетное или из триплетного в синглетное ( $m \rightarrow m - 1$ ;  $m = 0, -1, -2, \dots$ ). Конечные значения  $g$ -фактора приводят при достаточно высоких  $B$  к триплет-триплетным фазовым переходам основного состояния ( $m \rightarrow m - 2$ ) [9]. Кроме того, в [9] показано, что такое поведение основного состояния может быть получено уже в рамках теории возмущений, справедливой при  $(l/a^*)^2 \equiv [1 + (\omega_c/2\omega_0)^2]^{-1/2} (l_0/a^*)^2 \ll 1$ .

Преследуя цель показать принципиальную возможность проявления двухчастичных состояний в спектрах РР, воспользуемся для  $\epsilon_{nm}$  результатами теории возмущений первого порядка по кулоновскому взаимодействию. При этом

$$\epsilon_{nm} = E_{nm} + E_{nm}^c,$$

где  $E_{nm}$  — собственные значения электрон-электронного взаимодействия, а кулоновские поправки находятся с помощью волновых функций нулевого приближения. Энергии  $E_{nm}$  даются выражением (9) с заменой  $N, M$  на  $n, m$ . Величины  $E_{n=0,m}^c$  выписаны в [9]. Приведем необходимое для наших целей более общее выражение

$$E_{nm}^c = E_c \frac{(2n-1)!!(2|m|-1)!!}{(2|m|)!!(2n)!!} {}_3F_2(-n, |m|+1/2, 1/2; |m|+1, -1/2; 1), \quad (10)$$

$E_c \equiv E_{00}^c = e^2 \sqrt{2m^* \tilde{\omega} \pi} / 2\epsilon$ ,  ${}_3F_2$  — гипергеометрическая функция. Спин электронов приводит к дополнительному слагаемому  $g^* \mu_B B S_z$  ( $S_z = 0, \pm 1$ ) в полной энергии.

4. С использованием координат  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{r}$  эффективный оператор РР (7) переписывается в виде

$$\hat{M} = \hat{M}_1 + \hat{M}_2,$$

$$\hat{M}_1 = 2i D_{so}(\mathbf{kR})(\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2^*), \quad (11)$$

$$\hat{M}_2 i D_{so} \left[ 2(\mathbf{aS}) + 2i(\mathbf{kR})(\mathbf{aS}) + i(\mathbf{kr})(\mathbf{a}\tilde{\mathbf{S}}) \right], \quad (12)$$

$\mathbf{S} = (\sigma_1 + \sigma_2)/2$  — оператор полного спина,  $\tilde{\mathbf{S}} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ . С помощью операторов  $\hat{M}_1$  и  $\hat{M}_2$  можно описать соответственно поляризованное ( $\mathbf{e}_1 \parallel \mathbf{e}_2^*$ ) и деполаризованное ( $\mathbf{e}_1 \perp \mathbf{e}_2^*$ ) РР.

Рассмотрим сначала случай геометрии  $\mathbf{e}_1 \parallel \mathbf{e}_2^*$ . Оператор  $\hat{M}_1$  подобно оператору взаимодействия с длинноволновым электромагнитным полем зависит только от координат центра масс. Он изменяет лишь квантовые числа  $N$  и  $M$ . В результате спектр поляризованного РР содержит только две частоты

$$\omega_{1,2} = \omega_{\pm} \equiv \tilde{\omega} \pm \omega_c/2. \quad (13)$$

Таким образом, спектр РР в геометрии  $\mathbf{e}_1 \parallel \mathbf{e}_2^*$  в пределе  $kl \ll 1$  не содержит информации о кулоновском взаимодействии. Здесь мы сталкиваемся с еще одним следствием обобщенной теоремы Кона. Используя известные волновые функции  $\Psi(\mathbf{R})$ , получаем выражение для сечения

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega d\omega} = \frac{\omega_2 e^4}{\omega_1 c^4} D_{so}^2 k^2 |\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2^*| \frac{2}{m^* \tilde{\omega}} \delta(\omega - \omega_{\pm}). \quad (14)$$

Это сечение соответствует переходам из основного состояния  $N = M = 0$  в состояние  $N' = 0, M' = \pm 1$ .

Обратимся теперь к случаю  $\mathbf{e}_1 \perp \mathbf{e}_2^*$ . Оператор  $\hat{M}_2$  зависит от координаты  $\mathbf{r}$  относительного движения и, кроме того, содержит операторы спина. Поэтому он может изменять квантовые числа  $n, m$ , а также спиновое состояние. Для вычисления матричных элементов от  $\hat{M}_2$  мы будем использовать волновые функции  $\psi$  в нулевом порядке теории возмущений. Как известно, при этом функции  $\psi$  совпадают с функциями  $\Psi$  с точностью до замены характерного размера. Матричные элементы координаты приведены, например, в работе [8]. Предполагаем температуру равной нулю, т.е. рассматриваем переходы из основного состояния ( $N = M = n = 0, m; S_z$ ) в состояние ( $N', M', n', m'; S'_z$ ). Сдвиги частоты зависят от ориентации поляризационного вектора  $\mathbf{a}$  относительно нормали. Выпишем их для двух случаев:  $\mathbf{a} \perp \mathbf{z}$  и  $\mathbf{a} \parallel \mathbf{z}$  ( $\mathbf{z}$  — орт нормали).

Первое слагаемое в (12) приводит при нечетных  $m$  (т.е. для перехода из нижнего уровня триплета с  $S_z = 1$  ( $g^* < 0$ )) в геометрии  $\mathbf{a} \perp \mathbf{z}$  к спин-флип возбуждению с частотой  $\omega_s = |g^*| \mu_B B$ . При этом  $N' = M' = n' = 0, m' = m, S'_z = 0$ . Второе и третье слагаемые в зависимости от четности  $m$  и ориентации вектора  $\mathbf{a}$  вызывают различные переходы.

В случае  $\mathbf{a} \parallel \mathbf{z}$  и нечетных  $m$  происходят переходы

$$(0, 0, 0, m; 1) \rightarrow (0, \pm 1, 0, m; 1). \quad (15)$$

Для четных  $m$  имеем три типа переходов

$$\begin{aligned} (0, 0, 0, m; 0) &\rightarrow (0, 0, 0, m \pm 1; 0), \\ (0, 0, 0, m; 0) &\rightarrow (0, 0, 1, m + 1; 0) \quad (m \leq -2), \end{aligned} \quad (16)$$

в геометрии  $\mathbf{a} \perp \mathbf{z}$  для нечетных  $m$

$$\begin{aligned} (0, 0, 0, m; 1) &\rightarrow (0, 0, 0, m \pm 1; 0), \\ (0, 0, 0, m; 1) &\rightarrow (0, 0, 1, m + 1; 0), \end{aligned} \quad (17)$$

для четных  $m$

$$\begin{aligned} (0, 0, 0, m; 0) &\rightarrow (0, 0, 0, m \pm 1; S'_z), \\ (0, 0, 0, m; 0) &\rightarrow (0, 0, 1, m + 1; S'_z) \quad (m \leq -2). \end{aligned} \quad (18)$$

В переходах (18)  $S'_z = \pm 1$  и знак здесь не связан со знаком в  $m' = m \pm 1$ . При этом для  $S'_z = \mp 1$  сечение РР пропорционально  $|a_{\pm}|^2$ , где  $a_{\pm} = (a_x \pm ia_y)/\sqrt{2}$ . Частоты определяются выражением

$$\omega = E_{0,0,0,m;S_z}^{\text{tot}} - E_{N',M',n',m';S'_z}^{\text{tot}}, \quad (19)$$

где

$$E_{N,M,n,m;S_z}^{\text{tot}} \equiv E_{NM} + \varepsilon_{nm} + g^* \mu_B B S_z$$

— полная энергия системы в состоянии  $(N, M, n, m; S_z)$ .

Выражение (19) показывает, что в геометрии  $\mathbf{e}_1 \perp \mathbf{e}_2^*$  сдвиги частоты как функции магнитного поля имеют особенности при тех значениях  $B$ , когда основное состояние испытывает синглет-триплетный ( $m \rightarrow m-1$ ) или триплет-триплетный переход ( $m \rightarrow m-2$ ). Наиболее отчетливо это видно в случае  $\mathbf{a} \parallel \mathbf{z}$ . При этом в областях магнитного поля, соответствующих нечетным  $m$ , частоты перехода (19) совпадают с частотами  $\omega_{1,2}$  (13) для геометрии  $\mathbf{e}_1 \parallel \mathbf{e}_2^*$ , в то время как в соседних (синглетных) областях они содержат добавку, обусловленную межэлектронным взаимодействием. Это обстоятельство связано со спиновой поляризацией системы. Действительно,  $\tilde{S}_z \chi_S = 0$  для состояния со спиновой ориентацией  $S_z = 1$ . Следовательно, третье слагаемое в (12), которое содержит внутренние переменные  $\mathbf{r}$ , не дает вклада. Ранее проявление коллективных возбуждений в деполаризованных спектрах РР однородной 2D магнетоплазмы с ненулевым средним спином рассматривалось в работе [12].

На рис. 2 показано полученное на основе выражений (19) и (10) поведение частот переходов (15), (16) в первых трех областях магнитного поля, которые соответствуют  $m = 0, -1, -2$ .

Правила отбора (15)–(18) были записаны для волновых функций внутреннего движения в нулевом порядке теории возмущений по параметру  $E_c/\tilde{\omega}$ . Анализируя ряд теории возмущений для функций  $\psi(\mathbf{r})$ ,

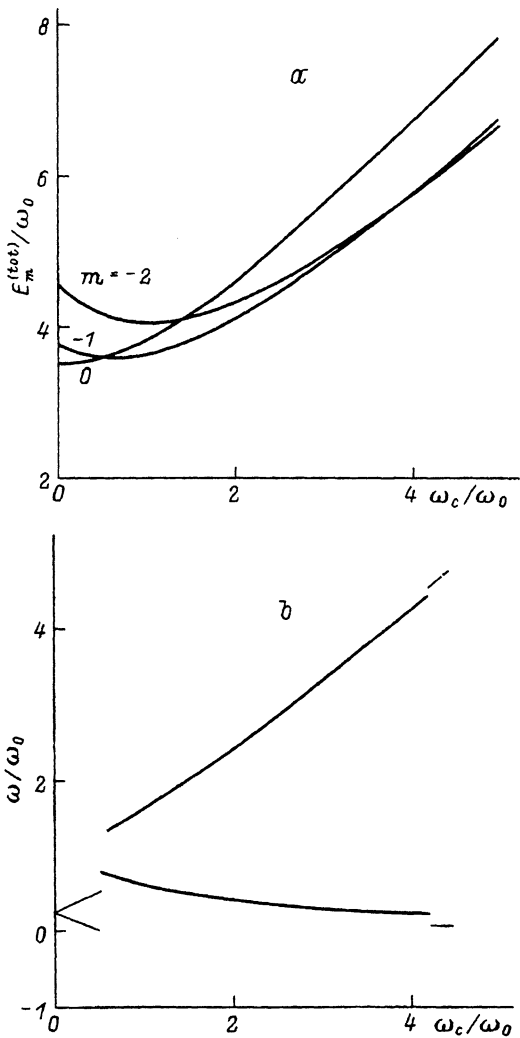


Рис. 2. Энергетический спектр КТ для состояний  $(0, 0, 0, m; S_z)$ ,  $m = 0, -1, -2$  (а) и спектр РР в геометрии  $\mathbf{e}_1 \perp \mathbf{e}_2^*$ ,  $\mathbf{a} \parallel \mathbf{z}$  (б) как функции магнитного поля, полученные по теории возмущений.

$$l_0/a^* = 1.2, \quad m^* = 0.067m_0, \quad g^* = -0.44, \quad E_m^{\text{tot}} \equiv E_{0,0,0,m;S_z}^{\text{tot}}, \quad S_z^{(m)} = (1 - (-1)^m)/2.$$

можно показать, что в геометрии  $\mathbf{e}_1 \perp \mathbf{e}_2^*$  присутствуют дополнительные линии, интенсивность которых в первом порядке теории возмущений пропорциональна  $(E_c/\bar{\omega})^2$ . Эти линии для спектра РР в скрещенных поляризациях соответствуют переходам  $(0, 0, 0, m) \rightarrow (0, 0, n, m \pm 1)$ , где  $n = 2, 3 \dots$ , а также переходу из  $(0, 0, 0, m)$  в  $(0, 0, 1, m - 1)$ .

Воспользовавшись выражениями (5) и (4), можно получить правила отбора и частоты возбуждений для  $lh$ - и  $hh$ -резонансов. Легко видеть, что в первом случае в спектре РР присутствуют те же частоты, что и для  $so$ -резонанса. Что касается  $hh$ -резонанса, в этом случае, во-

первых, отсутствует спин-флип возбуждение, а во-вторых, при  $e_1 \perp e_2$  переходы есть только для  $a \parallel z$ .

Таким образом, мы показали, что в деполяризованном спектре РР проявляется электрон-электронное взаимодействие. Исследование неупругого рассеяния света может быть методом изучения электронных состояний в квантовых точках.

Авторы благодарят фонд «Сорос-Академгородок» и фонд «Университеты России» (грант № 93-7.1-74) за поддержку данной работы.

### Список литературы

- [1] Sikorski Ch., Merkt U. // Phys. Rev. Lett. 1989. V. 62. N 18. P. 2164-2167; 1990. V. 64. N 25. P. 3100-3101; Surf. Sci. 1990. V. 229. N 1-3. P. 282-286.
- [2] Lorke A., Kotthaus J.P., Ploog K. // Phys. Rev. Lett. 1990. V. 64. N 21. P. 2559-2562
- [3] Demel T., Heitmann D., Grambow P., Ploog K. // Phys. Rev. Lett. 1990. V. 64. N 7. P. 788-791.
- [4] Brey L., Johnson N., Halperin B. // Phys. Rev. B. 1989. V. 40. N 15. P. 10647-10649.
- [5] Peeters F.M. // Phys. Rev. B. 1990. V. 42. N 2. P. 1486-1487.
- [6] Говоров А.О., Чаплик А.В. // Письма в ЖЭТФ. 1990. Т. 52. № 1. С. 681-683; ЖЭТФ. 1991. Т. 99. № 6. С. 1853-1870.
- [7] Maksym P.A., Chakraborty T. // Phys. Rev. Lett. 1990. V. 65. N 3. P. 108-111; Phys. Rev. B. 1992. V. 45. N 4. P. 1947-1950.
- [8] Merkt U., Huser J., Wagner M. // Phys. Rev. B. 1991. V. 43. N 2. P. 7320-7323.
- [9] Wagner W., Merkt U., Chaplik A.V. // Phys. Rev. B. 1992. V. 45. N 4. P. 1951-1954.
- [10] Hamiltin D.C., McWhorter A.L. // Light Scattering Spectra of Solids / Ed. G.B.Wright. New York, 1969. P. 309-316.
- [11] Blum F.A. // Phys. Rev. B. 1970. V. 1. N 3. P. 1125-1135.
- [12] Govorov A.O., Chaplik A.V. // Sol. State Comm. 1993. V. 85. N 9. P.827-828.

Институт физики полупроводников СО РАН  
Новосибирск

Поступило в Редакцию  
18 мая 1993 г.