

05.1  
©1993

**ЭФФЕКТЫ ГРАНИЧНОЙ ЧАСТОТЫ  
И СКИН-СЛОЯ  
ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ВОЛНЫ  
ДЕВИАТОРА НАПРЯЖЕНИЙ  
В КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ СРЕДЕ  
С ДИСЛОКАЦИЯМИ**

*В.Л.Попов*

В [1] было показано, что наличие дальнодействующих полей напряжений вокруг дислокаций в кристалле инерционных свойств дислокаций, выражавшихся в их эффективной массе, приводит к возможности коллективных колебаний дислокационных ансамблей, аналогичных длинноволновым колебаниям в плазме.

Наличие в плазме ленгмюровских колебаний с плазменной частотой  $\omega_p$  приводит к тому, что в глубь среды могут распространяться только электромагнитные волны с частотой, превышающей частоту  $\omega_p$ . Волны с меньшей частотой экспоненциально затухают в глубь среды в тонком поверхностном слое (скин-слое). Покажем, что в упругопластической среде имеется аналогичный эффект экспоненциального затухания в глубь среды волн девиатора напряжений с частотой ниже частоты "плазменных колебаний" дислокационного ансамбля.

Количественный анализ этого эффекта может быть проведен на основе динамической калибровочной теории кристаллических сред с дислокациями, учитывающей как упругие взаимодействия дислокаций, так и их инерционные свойства. В рамках этой теории динамические уравнения среды с дислокациями имеют вид [1,3]:

$$\rho \ddot{u}_i = \partial \sigma_{ik} / \partial x_k, \quad (1)$$

$$B \ddot{\beta}_{ij} = \sigma'_{ij} 2\eta \dot{\beta}_{ij}, \quad (2)$$

где

$$\sigma_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \beta_{ij} - \beta_{ji} \right) + \lambda \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \quad (3)$$

— тензор упругих напряжений в среде,

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} + C \left( \frac{\partial^2 \beta_{ij}}{\partial x_k \partial x_k} - \frac{\partial^2 \beta_{kj}}{\partial x_k \partial x_i} \right) - \gamma \delta_{ij}. \quad (4)$$

$$\gamma = \left( \lambda + \frac{2}{3} \mu \right) \frac{\partial u_k}{\partial x_k} - \frac{C}{3} \frac{\partial^2 \beta_{ki}}{\partial x_k \partial x_i}. \quad (5)$$

В (1-5)  $u_i$  — вектор полного смещения,  $\rho$  — плотность среды,  $\lambda$  и  $\mu$  — коэффициенты Ламе,  $\beta_{ij}$  — тензор пластической дисторсии,  $B$  и  $C$  — константы, имеющие размерность и физический смысл соответственно эффективной массы и конфигурационной энергии единицы длины дислокации,  $\eta$  — коэффициент динамической вязкости; по повторяющимся индексам подразумевается суммирование.

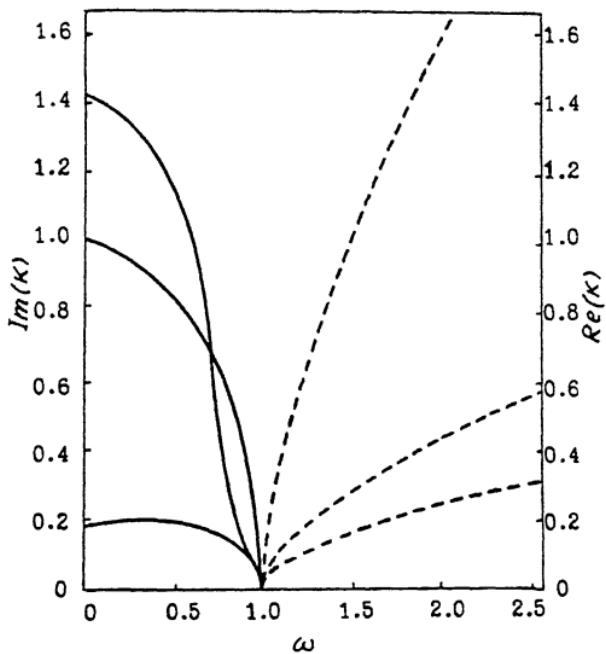
Как было показано в [1,3], закон дисперсии такой среды имеет четыре акустические и пять оптических ветвей. Анализ конфигураций нормальных колебаний показывает, что в длинноволновом пределе все акустические ветви не связаны с возникновением девиатора напряжений: три из них описывают при  $k \rightarrow 0$  кристаллографические повороты, с которыми вообще не связаны никакие напряжения, а одна ветвь соответствует волне упругого сжатия при полной релаксации девиатора напряжений. Напротив, оптическим ветвям при  $k \rightarrow 0$  соответствуют колебания девиатора тензора пластической деформации, с которым связаны колебания девиатора упругих микронапряжений в среде.

На рисунке представлены зависимости мнимой и действительной частей волнового вектора от частоты для оптических ветвей спектра, найденные с помощью решения характеристического уравнения системы (1-5). Видно, что при  $\omega < \omega_0 = \sqrt{\frac{2\mu}{B}}$  волновой вектор является чисто мнимой величиной, а при  $\omega > \omega_0$  — действительной. Это значит, что в глубь среды могут проникать только волны девиатора напряжений с частотой выше частоты  $\omega_0$ , которая, таким образом, имеет смысл порога прозрачности среды по отношению к возмущениям названного типа. При  $\omega \rightarrow 0$  мнимая часть волнового вектора для всех трех “оптических ветвей” колебаний стремится к фиксированным пределам. Решение характеристического уравнения системы (1-5) дает для этих предельных значений следующие аналитические выражения

$$k_1 = i \sqrt{\frac{6\mu}{C} \frac{\lambda + (2/3)\mu}{\lambda + 2\mu}} \quad \text{при } \omega = 0, \quad (6)$$

$$k_{2,3} = i \sqrt{\frac{2\mu}{C}} \quad \text{при } \omega = 0, \quad (7)$$

$$k_{4,5} = i \sqrt{\frac{\rho}{B}} \quad \text{при } \omega = 0. \quad (8)$$



Зависимости мнимой (сплошные кривые) и действительной (пунктирные кривые) частей волнового вектора от частоты для оптических ветвей нормальных колебаний кристаллической среды с дислокациями.

Волновой вектор измеряется в единицах  $\sqrt{2\mu/C}$ , частота — в единицах  $\sqrt{2\mu/B}$ .

Отметим, что если глубины скин-слоя, соответствующие волновым векторам  $k_1$  и  $k_{2,3}$ , при типичных значениях коэффициентов Ламе отличаются примерно в  $\sqrt{2}$  раз, то глубина проникновения, соответствующая волновому вектору  $k_{4,5}$ , имеет иное аналитическое выражение и может иметь другой порядок величины. Речь идет, таким образом, даже не об одном, а о двух поверхностных слоях, один из которых имеет чисто статическую природу (его глубина зависит только от “силовых констант”  $\mu$  и  $C$ ), а другой — динамическую (глубина зависит от “инерционных констант”  $\rho$  и  $B$ ).

До сих пор мы рассматривали гипотетическую модель бездиссипативной среды. Учет диссипации, связанной с движением дефектов, как было показано автором совместно с Н. В. Чертовой в [2], не приводит к существенному изменению закона дисперсии для оптических ветвей спектра. При наличии диссипации затухание волн в глубь среды имеет место как при  $\omega < \omega_0$ , так и при  $\omega > \omega_0$ , однако при частоте  $\omega_0$  имеет место резкое падение величины затухания, так что смысл частоты  $\omega_0$  как порога прозрачности среды по

отношению к волнам девиатора напряжений сохраняется и в этом случае.

Описанные эффекты существенны для правильного понимания режимов высокоскоростной обработки материалов и прохождения ударных волн через кристаллические материалы, а также может иметь существенное значение для понимания механизмов формирования поверхностного слоя при трении и механизмов зарождения трещин на поверхности.

### Список литературы

- [1] Попов В.Л. // Вестник МГУ. Сер. 3. Физика, астрономия. 1991. Т. 32. № 5. С. 23–27.
- [2] Попов В.Л., Чертова Н.В. // Изв. вузов. Физика. 1992. № 4. С. 81–93.
- [3] Popov V.L. // Int. J. Engng. Sci. 1992. V. 30. N 3. P. 329–334.

Институт физики прочности  
и материаловедения СО РАН,  
Томск

Поступило в Редакцию  
19 июня 1993 г.  
В окончательной редакции  
12 сентября 1993 г.

---