

01;09
©1993

РЕГУЛЯРНЫЕ И ХАОТИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ УПРАВЛЯЕМОГО ПО ЧАСТОТЕ АВТОГЕНЕРАТОРА

А.А.Алексеев

Известно, что расширение возможностей излучателей, датчиков и других устройств современной технической физики, основанных на использовании автоколебательных систем, может быть достигнуто введением специального контура управления по частоте [1,2]. Это приводит к усложнению их поведения и появлению новых динамических эффектов [3]. В настоящей работе приведены результаты аналогового моделирования одного из вариантов трехмерной модели подобной системы [4]. Динамика процессов в ней описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\tau} &= y, & \frac{dy}{d\tau} &= z, \\ \mu \frac{dz}{d\tau} &= \gamma - x - \Phi(x) - \lambda y - z, \end{aligned} \quad (1)$$

где τ — безразмерное время, x — безразмерная разность частот управляемого и опорного генераторов, $\Phi(x)$ — нелинейная характеристика дискриминатора, γ , μ , λ — параметры цепи управления. Нелинейность Φ аппроксимировалась функцией $\Phi(x) = \frac{2\beta x}{1+(\beta x)^2}$.

В силу физического смысла параметров μ , λ и симметрии системы рассматривались только значения параметров из области μ , λ , $\gamma > 0$. Координаты состояний равновесия системы (1), отвечающих синхронным режимам, находятся из условия:

$$y^* = z^* = 0, \quad \tilde{\gamma} - x^* = \Phi(x^*).$$

При $\beta < 4$ в системе существует единственный режим синхронизации, которому отвечает состояние равновесия системы (1) типа устойчивый узел. В случае $\beta > 4$ для $\gamma_1 < \gamma < \gamma_2$ (γ_1 , γ_2 — определяются из условия наличия двойного корня в уравнении (1)) существуют три состояния равновесия A_1 , A_2 , A_3 . Анализ корней характеристического уравнения показывает, что A_2 — всегда седло — фокус,

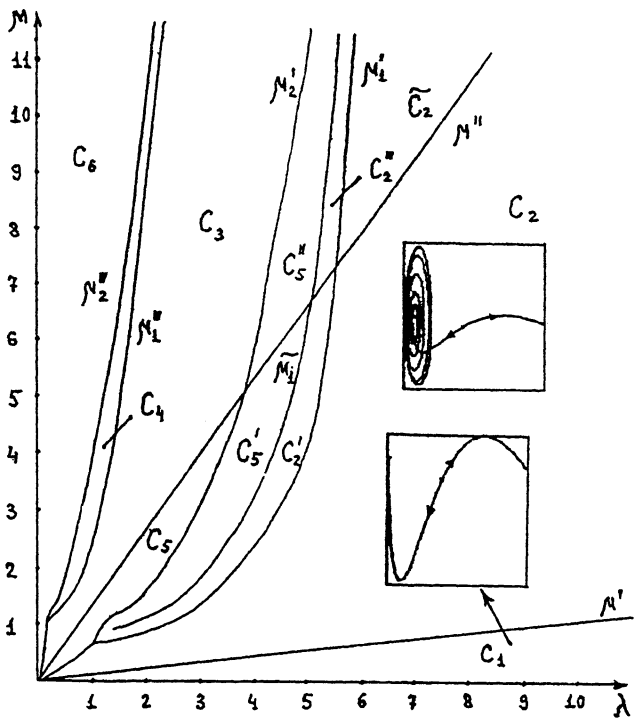


Рис. 1. Бифуркационная диаграмма режимов μ , λ и динамика системы в областях C_1 при $\mu = 0.1$, $\lambda = 3$ и C_2 при $\mu = 0.8$, $\lambda = 3$.

A_1 и A_3 — устойчивые фокусы при $\delta > 0$ и седло-фокусы при $\delta < 0$, где $\delta = \frac{\lambda - \mu(1 + \Phi'(x^*))}{\mu^2}$. Характер перехода через бифуркационную границу $\delta = 0$ определяется по знаку первой ляпуновской величины [5], которая в данном случае является отрицательной для обоих состояний равновесия. То есть, при переходе через бифуркационную границу в направлении $\delta < 0$ синхронные режимы A_1 и A_3 теряют устойчивость, в их окрестности возникают биения с периодически меняющейся во времени расстройкой частот опорного сигнала и управляемого генератора. В фазовом пространстве системы этим биениям отвечают устойчивые предельные циклы.

Аналоговое моделирование динамики системы с целью выделения в плоскости параметров μ , λ областей, отвечающих различным динамическим режимам, проводилось при фиксированных значениях параметров γ , β : $\gamma = 1$, $\beta = 8$, соответствующих наличию трех состояний равновесия системы (1) (см. рис. 1 и 2). В области C_1 $\{0 < \mu < \mu'\}$ состояния равновесия — устойчивые фокусы. В зависимости от начальных условий устанавливается один из воз-

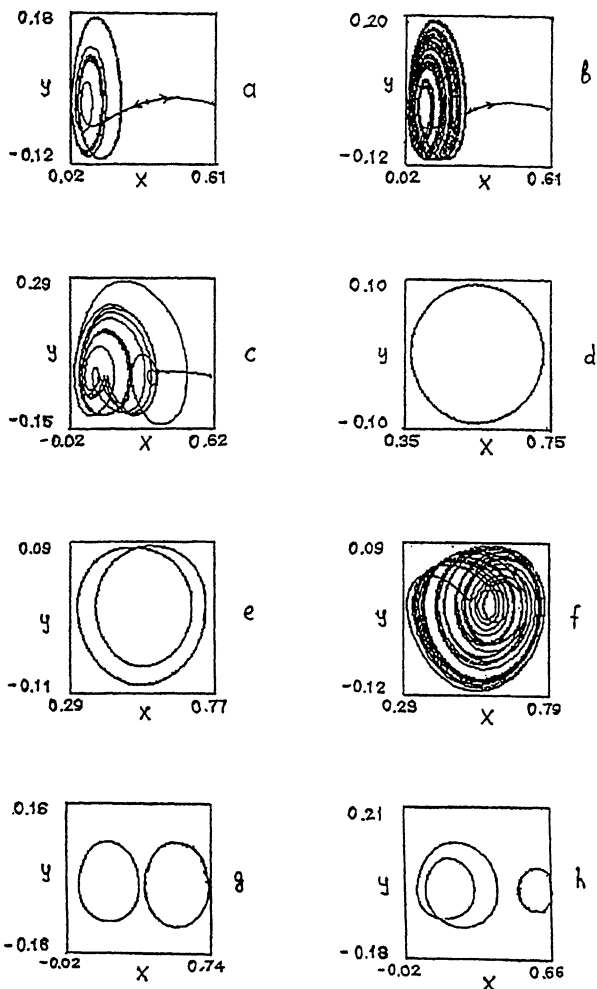


Рис. 2. Динамика системы в областях: a — C_2' : $\lambda = 3$, $\mu = 1.2$; b — C_5' : $\lambda = 3$, $\mu = 1.5$; c — C_5 : $\lambda = 3$, $\mu = 2.5$; d — C_3 : $\lambda = 3$, $\mu = 8$; e — C_4 : $\lambda = 1.5$, $\mu = 7.5$; f — C_4 : $\lambda = 1.5$, $\mu = 8.2$; g — \bar{C}_2 : $\lambda = 7$, $\mu = 20$; h — C_2' : $\lambda = 6.5$, $\mu = 18.5$.

возможных режимов синхронизации: эффективный A_1 — с малой остаточной расстройкой или неэффективный A_3 — с большой остаточной расстройкой. Прямая μ' соответствует отмеченной ранее бифуркации рождения устойчивого периодического режима в окрестности A_1 . В области $C_2 \{ \mu' < \mu < \min(\mu'_2, \mu'_1, \mu'') \}$ около A_1 существуют автоколебания, состояние равновесия A_3 остается устойчивым. На

кривой μ'_1 периодический режим испытывает удвоение — предельный цикл P_1 теряет устойчивость, в его окрестности рождается предельный цикл P_2 удвоенного периода. В области $C'_2 \{ \mu'_2 < \mu < \min(\tilde{\mu}_1, \mu'', \mu'_2) \}$ в окрестности A_1 имеют место колебания удвоенного, по сравнению с P_1 , периода, A_3 — по-прежнему устойчиво. Далее, на линии $\tilde{\mu}_1$ цикл P_2 испытывает удвоение, за которым следует целый каскад последующих бифуркаций, приводящих к рождению в окрестности A_1 странного аттрактора P_s . Таким образом, в области $C'_5 \{ \tilde{\mu}_1 < \mu < \min(\mu'_2, \mu'') \}$ существуют нерегулярные хаотические P_s или многопериодические режимы с периодами 3.5 и т.д. При дальнейшем увеличении μ аттрактор P_s сменяется последовательностью устойчивых многооборотных циклов, затем на линии μ'_2 возникает петля сепаратрисы седла-фокуса A_2 с положительной седловой величиной $\sigma = \theta_3 + \max \operatorname{Re} \theta_{1,2}$, где $\theta_{1,2,3}$ — корни характеристического уравнения системы (1) для A_2 . В соответствии с [6] окрестность μ'_2 имеет сложную структуру, содержащую счетное множество седловых предельных циклов и устойчивых циклов с малой областью притяжения. При небольшом превышении параметром μ значений, определяемых зависимостью μ'_2 и переходе в область $C_5 \{ \mu'_2 < \mu < \dots \}$ предельные циклы исчезают, система выходит на режим неэффективной синхронизации A_3 .

На прямой μ'' имеет место потеря устойчивости состоянием равновесия A_3 и рождение в его окрестности устойчивого периодического режима P'_1 . Аналогично тому, как это имеет место для A_1 на μ' . Таким образом, в области $\tilde{C}_2 \{ \mu'' < \mu < \mu'_1 \}$ одновременно существуют два автоколебательных режима P_1 и P'_1 . Динамика в области $C''_2 \{ \max(\mu'', \mu'_1) < \mu < \tilde{\mu}_1 \}$ отличается от динамики в C'_2 наличием автоколебаний на предельном цикле P'_1 в окрестности A_3 . Аналогичная ситуация имеет место соответственно в областях $C''_5 \{ \max(\mu'', \tilde{\mu}) < \mu < \mu'_2 \}$ и C'_5 . В области $C_3 \{ \max(\mu'_2, \mu'') < \mu < \min(\mu''_2, \mu'_1) \}$ единственным аттрактором системы является P'_1 . При переходе из C_3 в область $C_4 \{ \mu'_1 < \mu < \mu''_2 \}$ через линию μ'_1 цикл P'_1 испытывает удвоение, за которым следует последовательность бифуркаций, приводящая к рождению странного аттрактора P'_s в окрестности состояния равновесия A_3 . В области C_4 , помимо хаотических, существуют различные сложные периодические режимы. Линия μ''_2 отвечает кризису P'_s аналогичному для P_s на μ'_2 . В области $C_6 \{ \mu > \mu''_2 \}$ все фазовые траектории системы уходят на бесконечность.

Таким образом, полученная бифуркационная диаграмма показывает, что помимо синхронных режимов, которым от-

вечают состояния равновесия системы (1), динамика изучаемой автоколебательной системы с обратной связью по частоте может содержать и сложные асинхронные режимы бифуркаций как с периодической, так и с хаотической зависимостью во времени текущей расстройки частот опорного сигнала и управляемого генератора.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 93-02-15424).

Список литературы

- [1] Капранов М.В., Кулешов В.Н., Уткин Т.М. Теория колебаний в радиотехнике. М.: Наука. 1984.
- [2] Чернышев В.Н., Шереметьев А.Т., Кобзев В.В. Лазеры в системах связи. М.: Связь. 1966.
- [3] Пономаренко В.П. // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1980. В. 5. С. 177-182.
- [4] Заулин И.А., Пономаренко В.П. // Радиотехника и электроника. 1993. Т. 36. В. 5. С. 732-742.
- [5] Баутин Н.Н. Поведение динамических систем вблизи границ области устойчивости. М.: Наука. 1974.
- [6] Шильников Л.П. // Математический сборник. 1970. Т. 81 (123). В. 1. С. 92-103.

Нижегородский
государственный
университет
им.Н.И.Лобачевского

Поступило в Редакцию
21 августа 1993 г.

