

01;07  
©1993**ФОРМИРОВАТЕЛИ ВОЛНОВЫХ ФРОНТОВ***B.B.Котляр, С.В.Филиппов*

В задачах бесконтактного контроля формы асферических зеркал требуется синтезировать фазовые оптические элементы, формирующие в заданной плоскости пространства требуемые распределения фазы [1]. Такие оптические элементы, рассчитываемые методом лучевой оптики, называются компенсаторами и предназначены для формирования эталонного волнового фронта, который бы при отражении от исследуемой поверхности трансформировался в плоский фронт (или сходящийся сферический), если поверхность идеальная. Тогда по отклонению отраженного волнового фронта от плоского можно судить о качестве изготовления поверхности.

Расчет таких оптических элементов методом геометрической оптики [1] имеет ряд недостатков. Во-первых, не учитывается дифракция световой волны в свободном пространстве. Во-вторых, распределение интенсивности света в плоскости, в которой формируется заданный волновой фронт, из-за дифракции не будет постоянной, как предполагается в геометро-оптическом подходе. И, в-третьих, таким методом удалось решить ограниченный круг задач, например преобразование сферического волнового фронта в волновой фронт с поверхностью второго порядка (параболический).

Ниже рассматривается дифракционный метод расчета фазового оптического элемента, который формирует требуемое распределение фазы в некоторой плоскости, перпендикулярной оптической оси и расположенной на заданном расстоянии от элемента. Данный метод свободен от перечисленных выше недостатков. Он основан на модернизации известного итеративного алгоритма Герчберга–Секстона (ГС) [2], сходимость которого доказана в [3]. В работах [4,5] адаптивный вариант этого алгоритма использовался для расчета фазовых оптических элементов, фокусирующих лазерное излучение в заданные области пространства с требуемым распределением интенсивности. Ниже показано, что алгоритм ГС можно применять, если нужно сформировать не интенсивность, а фазу.

Итак, требуется методом последовательных приближений решить нелинейное интегральное уравнение скалярной дифракции света в приближении Френеля:

$$\psi_0(\xi, \eta) = \arg \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_0(x, y) e^{i\varphi(x, y)} e^{ik[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]/2z} dx dy \right], \quad (1)$$

где  $A_0(x, y)$  — амплитуда света, освещдающего элемент,  $\varphi(x, y)$  — искомая фаза,  $\psi_0(\xi, \eta)$  — требуемое распределение фазы в плоскости, отстоящей от элемента на расстоянии  $z$ ,  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число света с длиной волны  $\lambda$ ,  $\arg(a + ib) = \arctg(b/a)$ .

Алгоритм решения (1) следующий. Начальное приближение искомой фазы  $\psi_0(x, y)$  выбирается случайным. От функции  $A_0 e^{i\varphi_0}$  вычисляется преобразование Френеля с использованием алгоритма быстрого преобразования Фурье. Полученная функция  $F_n(\xi, \eta)$ ,  $n$  — номер итерации, заменяется на функцию  $F'_n(\xi, \eta)$  по правилу

$$F'_n(\xi, \eta) = |F_n(\xi, \eta)| \exp [i\psi_0(\xi, \eta)]. \quad (2)$$

От функции  $F'_n(\xi, \eta)$  вычисляется обратное преобразование Френеля и полученная функция  $f_n(x, y)$  в плоскости элемента заменяется на функцию  $f'_n(x, y)$  по правилу

$$f'_n(x, y) = \begin{cases} A_0(x, y) f_n(x, y) |f_n(x, y)|^{-1}, & (x, y) \in \Omega, \\ 0, & (x, y) \notin \Omega, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\Omega$  — форма апертуры оптического элемента. Этот процесс повторяется, пока ошибка  $\delta_\varphi$ :

$$\delta_\varphi = \left[ \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\psi_0(\xi, \eta) - \psi_n(\xi, \eta) - C]^2 d\xi d\eta}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_0^2(\xi, \eta) d\xi d\eta} \right]^{1/2} \quad (4)$$

не достигает заданной величины,  $\psi_n(\xi, \eta)$  — фаза, вычисленная на  $n$ -м шаге итераций,  $\psi_0(\xi, \eta)$  — требуемая фаза. Обе фазы выбираются в диапазоне  $[0, 2\pi]$ . Постоянная  $C = \psi_0(\xi_0, \eta_0) - \psi_n(\xi_0, \eta_0)$  добавляется в (4) потому, что приближенные фазы могут сходиться к фазе, отличной от заданной на постоянную.

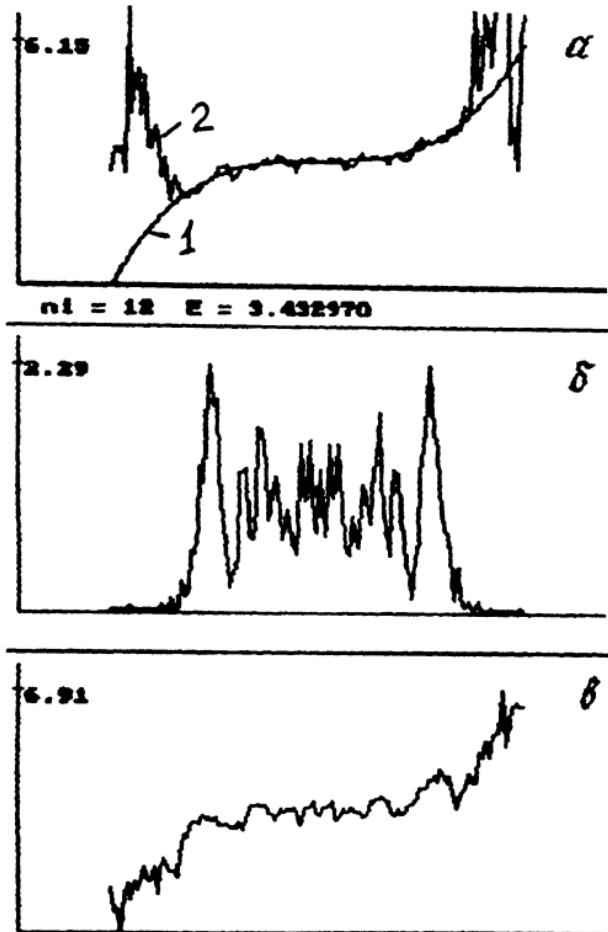


Рис. 1. Распределение фазы (а) и интенсивности (б), сформированные в зоне Френеля оптическим элементом с фазой (в), при освещении плоским пучком.

Предложенный метод был апробирован численно. Рассчитывалась фаза  $\varphi(x)$  оптического элемента, на который падает плоская волна  $A_0(x) = 1$  и который на расстоянии  $z = 21$  мм формирует требуемую фазу  $\psi_0(\xi) = \alpha\xi^3 + \alpha_0$ ,  $\alpha = 12$ ,  $\alpha_0 = 3$ . При этом  $k = 10^4 \text{ мм}^{-1}$ ,  $H = 10^{-2} \text{ мм}$  — дискретность отсчетов по  $x$ ,  $N = 128$  — общее число точек по осям  $x$  и  $\xi$ . На рис. 1, в показана рассчитанная за 12 итераций фаза формирователя волнового фронта. Оптический элемент с такой фазой, освещенный плоской волной, сформирует на заданном расстоянии световое поле с фазой, показанной на рис. 1, а (кривая 1 — требуемая фаза, 2 — рассчитанная фаза), и распределением интенсивности (рис. 1, б), которое далеко не однородное. Относительное среднеквадратичное отклонение рассчитанной фазы от заданной составило 3.4%. Ошибка вычислялась по формуле

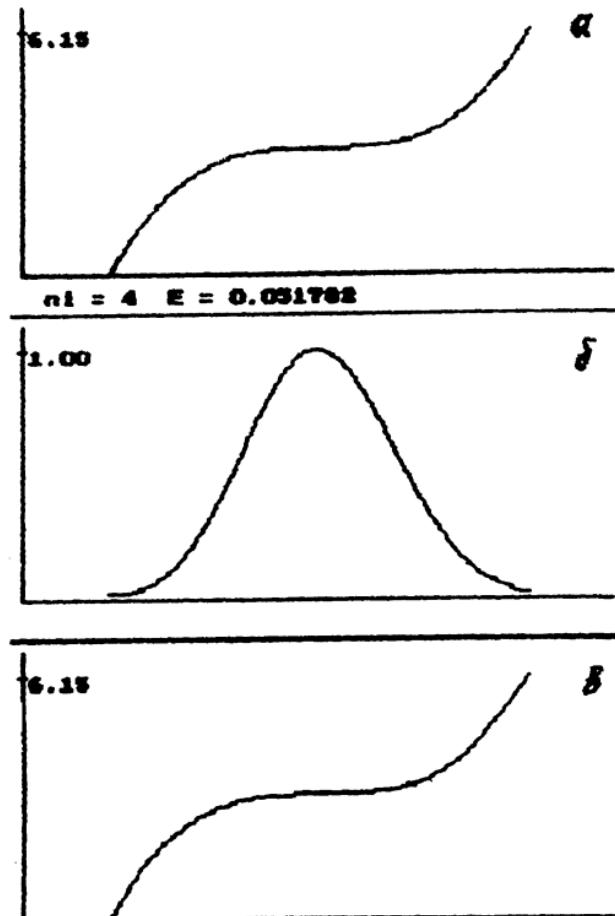


Рис. 2. Распределение фазы (а) и интенсивности (б), сформированные в зоне Френеля оптическим элементом с фазой (в), при освещении гауссовым пучком.

(4) на центральном отрезке значений переменной  $\xi$ , внутри которого значения интенсивности превышают 10% от максимального. Очевидно, что сильная модуляция интенсивности на рис. 1, б обусловлена дифракцией плоской волны на конечной апертуре оптического элемента. Чтобы избежать этого нежелательного эффекта, можно воспользоваться аподизирующим свойством гауссового пучка. Результат численного эксперимента для такого случая показан на рис. 2. На рис. 2, в показана рассчитанная за 4 итерации фаза оптического элемента, который расположен в перетяжке гауссового пучка. На рис. 2, а показана фаза, которая формируется на расстоянии  $z = 21$  мм от элемента и отличающаяся от требуемой фазы (кривая 1 на рис. 1, а) в среднем на 0.05%. При этом распределение интенсивности в этой плоскости (рис. 2, б) будет слабо отличаться от гауссового.

## Список литературы

- [1] Голуб М.А., Живописцев Е.С., Карпееев С.В., Прохоров А.М., Сусакян И.Н., Соффер В.А. // ДАН СССР. 1980. Т. 253. В. 5. С. 1104-1108.
- [2] Gerchberg R.W., Saxton W.D. // Optik. 1972. V. 35. N 2. P. 237-246.
- [3] Gallagher N.C., Liu B. // Appl. Opt. 1974. V. 13. N 11. P. 2470-2471.
- [4] Kotlyar V.V., Nikolsky I.V., Soifer V.A. // Optik. 1991. V. 88. N 1. P. 17-19.
- [5] Kotlyar V.V., Nikolsky I.V. // Opt. & Laser in Eng. 1991. V. 15. N 5. P. 323-330.

Институт систем обработки  
изображений РАН,  
Самара

Поступило в Редакцию  
16 мая 1993 г.

---