

01;04
©1993

ВЛИЯНИЕ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ В МПД ДВИГАТЕЛЕ

Н.А. Барбанов

В связи с наметившейся в последние годы тенденцией к созданию мощных космических энергоустановок наблюдается увеличение исследований магнитоплазодинамических (МПД) двигателей [1]. Одним из перспективных МПД двигателей является торцевой сильноточный двигатель (ТСД) с подачей рабочего тела через катод.

Анализ литературы, посвященной расчетам параметров плазмы в двигателях и ускорителях, показывает, что публикации относятся главным образом к ускорителям со стержневым катодом. Ряд исследований относится к таким режимам работы ускорителей с торцевым электродом, которые далеки от реальных условий эксперимента [2,3].

Предложенная в [4] методика расчета ТСД основывалась на решении квазиодномерных стационарных МГД уравнений. Было проведено сопоставление различных видов канонических потоков. Расчет параметров на основе нестационарной системы уравнений в отличие от [4] позволит получить решение в области перехода течения через скорость звука, исследовать влияние граничных условий.

Геометрия электродов и схема течения плазмы в двигателе изображены на рис. 1. Приэлектродные области из рассмотрения исключаются.

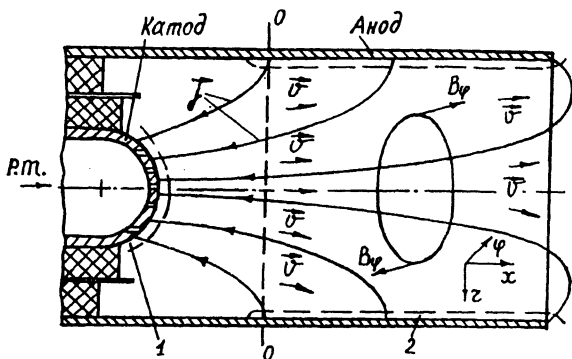


Рис. 1. 1,2 — приэлектродные области, 0-0 — начальное сечение.

Для получения исходной системы квазиодномерных уравнений необходимо провести осреднение общей системы МГД уравнений. В работе [5] изложены принципы проведения осреднения МГД уравнений и получена система уравнений гидравлического приближения. Как доопределение системы уравнений работы [5] примем постоянство по радиусу магнитной индукции B . Это допущение сделано с учетом исследования [4]. Тогда система безразмерных квазиодномерных уравнений будет иметь вид (дивергентная форма)

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial C}{\partial x} = D, \quad (1)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{1}{Re_{m0}} \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\sigma} \frac{\partial B}{\partial x} - \frac{\partial u B}{\partial x}, \quad (2)$$

где

$$A = \left[\rho, \rho u, p + \frac{\gamma - 1}{2} \rho u^2 \right],$$

$$C = \left[\rho u, \rho u^2 + p + \frac{A_0^2 B^2}{2}, \frac{\gamma - 1}{2} \rho u^3 + \gamma u p \right],$$

$$D = \left[0, 0, \frac{(\gamma - 1) A_0^2}{Re_{m0} \sigma} \left(\frac{\partial B}{\partial x} \right)^2 - (\gamma - 1) u \frac{\partial}{\partial x} \frac{A_0^2 B^2}{2} \right].$$

При обезразмеривании за масштабные величины скорости, плотности, давления, магнитной индукции, координаты x , времени t приняты соответственно: скорость звука a_0 , ρ_0 , $\rho_0 a_0^2$, B_0 , R_0 , R_0/a_0 , где индексом 0 обозначены параметры в начальном сечении, а R_0 — радиус начального сечения рассчитываемой области.

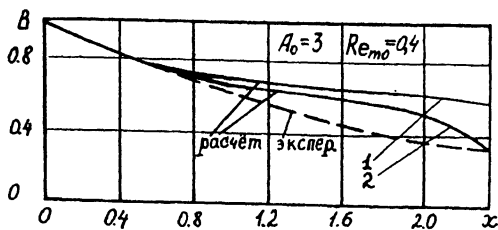


Рис. 2. 1 — $(\frac{\partial B}{\partial x})_L = -0.12$, 2 — $B_L = 0.3$.

Критерии подобия определяются следующим образом: $A_0 = \sqrt{B_0^2 / \mu_0 \rho_0 a_0^2}$ — число Альфвена, $Re_{m0} = \mu_0 \sigma_0 a_0 R_0$ — магнитное число Рейнольдса.

Уравнение состояния имеет вид: $p = \rho T / j$, j — показатель адиабаты, σ — проводимость, $\sigma = T^{3/2}$.

Граничные условия задачи формулируются путем анализа геометрии характеристик в плоскости \dot{x}, t . Необходимо отметить, что во многих исследованиях процессов в МПД ускорителях содержится не полный набор граничных условий, который предусматривал бы все возможные режимы течения плазмы в процесса установления. Параметры в начальном сечении отметим индексом 1:

$$\begin{cases} \text{Если } u_1 < a_1, & \text{тогда } \rho_1 = 1, p_1 = 1/\gamma, B_1 = 1; \\ \text{Если } u_1 > a_1, & \text{тогда } \rho_1 = 1, p_1 = 1/\gamma, B_1 = 1, u_1 = 1, 01; \\ \text{Если } -a_1 < u_1 < 0, & \text{тогда } p_1 = 1/\gamma, B_1 = 1. \end{cases} \quad (3)$$

Двигатель с цилиндрическим анодом исследовался экспериментально в квазистационарном режиме [6,7]. Средняя безразмерная зависимость $B(x)$, полученная в результате измерения магнитных полей в двигателе, приведена на рис. 2 (штриховая линия). Для B на правой границе можно задать или условие Дирихле $B_L = 0.3$, или условие Неймана $(\frac{\partial B}{\partial x}) = -0.12$. Индексом "L" отмечены параметры в выходном сечении. Граничные условия на выходе имеют вид

$$\begin{cases} \text{Если } u_L > a_L, & \text{граничные условия для } \rho, u, p \\ & \text{не ставятся, } B_L = 0.3; \\ \text{Если } u_L \leq a_L \text{ и } p_L > p_H, & \text{тогда } u_L = a_L, B_L = 0.3; \\ \text{Если } u_L < a_L \text{ и } p_L \leq p_H, & \text{тогда } p = p_H, B_L = 0.3, \end{cases} \quad (4)$$

где через p_H обозначено давление за срезом анода двигателя.

Уравнение (1) решалось методом Лакса-Вендроффа, а уравнение (2) методом прогонки. Для расчета граничных точек, не входящих в задаваемые граничные условия (3)–(4), применялась аппроксимация по схеме “четырёхугольник” [8]. Величина временного шага при $Re_{m0} \sim 1$ определяется по условию

$$\tau^{n+1} = K_\tau \cdot h / \max(|u_i^n| + a_i^n),$$

где h — величина шага по координате x , a_i^n — скорость звука, K_τ — число Куранта, $K_\tau = 0.8$.

В расчетах за начальное принималось сечение начала вытекания тока на анод, положение этого сечения известно из эксперимента [6,7].

На рис. 2 представлены распределения зависимостей $B(x)$ при использовании в качестве граничного для B условия типа Неймана $(\frac{\partial B}{\partial x})_L = -0.12$ и Дирихле $B_L = 0.3$ соответственно. Отличие расчетных кривых от экспериментальной наблюдается вблизи выходного сечения, причем расчетная кривая (2) качественно отличается от экспериментальной. Такое поведение кривой (2) вблизи выхода приводит к возрастанию температуры и скорости плазмы на срезе анода. Проведенные здесь расчеты, а также расчеты с двигателем с расширяющимся анодом, позволяют заключить, что условие типа Неймана предпочтительнее при наличии токов вывода условия типа Дирихле.

Изложенный метод позволяет провести качественный расчет распределения параметров плазмы в ТСД.

Список литературы

- [1] Sovey J.S., Manteniaks M.A. // J. of propulsion and power. 1991. V. 7. N 1. P. 71–83.
- [2] Бархатов Ю.Н., Поротников А.А., Сафонов И.Б. // Источники и ускорители плазмы. Харьков: ХАИ, 1980. В. 4. С. 53–63.
- [3] Савельев В.В. Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша. № 173. М., 1985. 16 с.
- [4] Затула Ю.А. Гагаринские научные чтения по космонавтике и авиации. 1983 и 1984 гг. М.: Наука, 1985. С. 217–218.
- [5] Ватажик А.Б., Любимов Г.А., Регирёр С.А. Магнитогидродинамические течения в каналах. М.: Наука, 1970. 672 с.
- [6] Затула Ю.А. // Источники и ускорители плазмы. Харьков: ХАИ, 1984. В. 8. С. 46–49.
- [7] Барабанов Н.А. Источники и ускорители плазмы. Харьков: ХАИ, 1984. В. 8. С. 41–45.
- [8] Кулагина О.В., Пирумов У.Г., Росляков Г.С. // Вычислительные методы и программирование. М.: МГУ, 1983. В. 38. С. 78–92.