01;04;09

КРИТЕРИИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ДИФРАКЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В ОСВЕЩЕННОЙ ОБЛАСТИ ПЛАВНО НЕОДНОРОДНЫХ ПЛАЗМЕННЫХ РАССЕИВАТЕЛЕЙ

В.А.Пермяков

Для исследования естественных и искусственных плазменных образований (ПО) широко используются радиолокационные наблюдения. Основным методом теоретического анализа рассеянных полей при этом служит метод геометрической оптики (ГО). Для применимости метода ГО должны выполняться известные условия медленности изменения амплитуды и модуля градиента фазы поля, а также показателя преломления плазмы на длине волны в среде [1]. При нарушении какого-либо из этих условий возникают дифракционные эффекты (ДЭ). Критерии возникновения ДЭ в освещенной области ранее обсуждались для частных случаев сферически слоистой плазмы [2] и нормального падения плоской волны на двумерно неоднородный цилиндр [3]. В связи с широким применением метода ГО для определения рассеянных ПО полей представляется важным сформулировать эти критерии в более общей форме. Предположим лишь, что плазму можно считать изотропной и что ее диэлектрическая проницаемость плавно и монотонно убывает от единичного значения на внешней границе ПО до отрицательных — во внутренней его части, причем поверхности $\varepsilon = \text{const}$ — выпуклы. Кроме того, ограничимся скалярным приближением.

Рассмотрим вначале случай трехмерно неоднородного ПО с двумя плоскостями симметрии ($x = 0$ и $y = 0$), предположив, что плоская волна падает вдоль оси z из $z = +\infty$. Представим диэлектрическую проницаемость ПО в окрестности точки $\boldsymbol{z}_t$ на оси z отрезком ряда

$$\varepsilon(x, y, z) = \varepsilon(0, 0z_t) + \varepsilon'_z(z - z_t) + 0.5\varepsilon''_{xx}x^2 + 0.5\varepsilon''_{yy}y^2 \ldots \qquad (1)$$

Здесь и далее штрихи означают частные производные по указанным переменным в точке $x = y = 0$, $z = z_t$. При этом поверхность $\varepsilon = \text{const}$ описывается выражением

$$z - z_t = 0.5(k_1 x^2 + k_2 y^2) \ldots, \qquad (2)$$

где главные кривизны поверхности k_1 и k_2 равны

$$k_1 = \varepsilon''_{xx}(\varepsilon'_z)^{-1}, \qquad k_2 = \varepsilon''_{yy}(\varepsilon'_z)^{-1} \tag{3}$$

Зададим поле падающей волны в области $\varepsilon > 0$ ПО в виде

$$\begin{gathered} V(x,y,z) = A(x,y,z)\exp(i\varphi(x,y,z)), \\ \varphi(x,y,z) = k_0 \int^{z} \sqrt{\varepsilon(x,y,z)}dz, \end{gathered} \tag{4}$$

где фазовый множитель $\varphi(x,y,z)$ в приосевой области записан по аналогии с плоскослоистой средой. Подставив (4) в волновое уравнение и пренебрегая слагаемым A''_{zz}, придем к параболическому уравнению

$$A''_{xx} + A''_{yy} + 2i(A'_z\varphi'_z + A'_y\varphi'_y + A'_x\varphi'_x) + \left[i\Delta\varphi - (\nabla\varphi)^2 + k_0^2\varepsilon\right] A = 0 \tag{5}$$

Уравнение (5) описывает ДЭ, обусловленные поперечной диффузией лучевой амплитуды в направлениях x и y. Если в (5) пренебречь слагаемыми A''_x и A''_y, то оно сводится к уравнению ГО. Поэтому из (5) условие возникновения ДЭ запишется в форме

$$|A''_{xx} + A''_{yy}| \gtrsim |A'_z\varphi'_z|. \tag{6}$$

Оценим входящие в (6) величины. Положим

$$|A''_{xx}| \approx |A|(L_x)^{-2}, \quad |A''_{yy}| \approx |A|(L_y)^{-2}, \quad |A'_z| \approx |A|(L_z)^{-1}. \tag{7}$$

Предположим, что изменения амплитуды связаны с изменением ε по координатам x, y и z. Тогда в соответствии с разложением (1) примем

$$\begin{gathered} L_x^2 \approx \varepsilon(0,0,z_t)(\varepsilon''_{xx})^{-1}, \qquad L_y^2 \approx \varepsilon(0,0,z_t)(\varepsilon''_{yy})^{-1}, \\ L_z \approx \varepsilon(0,0,z_t)(\varepsilon'_z)^{-1}. \end{gathered} \tag{8}$$

Производную фазы φ'_z оценим отдельно вдали от точки поворота z_0, где $\varepsilon(0,0,z_0) = 0$, и в окрестности точки поворота, где предполагается линейная аппроксимация $\varepsilon(z) = \varepsilon'(z_0)(z - z_0)$. Полагая далее, что

$$\varphi'_z \approx (L_\varphi)^{-1} \tag{9}$$

и учитывая, что на масштабе L_φ величина изменения фазы — порядка радиана, получим окончательно следующие оценки для L_φ:

$$L_\varphi \approx (k_0\sqrt{\varepsilon})^{-1} \text{ при } z_1 > z_0, \qquad L_\varphi \approx k_0^{-2/3}(\varepsilon'_z)^{-1/3} \text{ при } z_t \approx z_0 \tag{10}$$

Учитывая (3) и (7)–(10), найдем, что условие (6) сводится к

$$R \lesssim (k_0\sqrt{\varepsilon})^{-1} \qquad \text{при} \quad z_t \gg z_0, \tag{11}$$

$$R \lesssim k_0^{-2/3}(\varepsilon'_z)^{-1/3} \quad \text{при} \quad z_t \approx z_0, \tag{12}$$

где $R = 2R_1R_2(R_1 + R_2)^{-1}$ — средний радиус кривизны поверхности $\varepsilon = \text{const}$, выраженный (см.(3)) через главные радиусы кривизны $R_1 = k_1^{-1}$, $R_2 = k_2^{-1}$. Условия (11), (12) суть искомые критерии возникновения ДЭ для падения плоской волны вдоль оси симметри трехмерно неоднородного ПО.

Рассмотрим теперь рассеяние плоской волны трехмерно неоднородным ПО без упрощающих предположений о симметрии объекта и падении плоской волны вдоль оси z. При этом условия (11) и (12) переносятся на произвольную трехмерно неоднородную среду, исходя из принципа локальности. Гладкая поверхность $\varepsilon = \text{const}$ всегда может быть аппроксимирована локально параболоидом (2). Что касается направления луча, в окрестности которого возникают ДЭ, то наиболее опасным, с позиций нарушения применимости ГО, является луч, движущийся нормально к поверхности $\varepsilon = \text{const}$, которому и соответствуют, локально, условия (11) и (12). Отметим, что при обратном рассеянии падающий и отраженный лучи совпадают, причем в точке отражения на поверхности $\varepsilon = 0$ они нормальны к этой поверхности. Этот результат известен из решения задачи рассеяния плоской волны двумерно неоднородным плазменным образованием с законом $\varepsilon(r, \vartheta) = 1 - b^2r^{-2}f(\vartheta)$ в приближении ГО [4], а в общем случае следует, в рамках аппроксимации (1), из аналитического решения уравнений траекторий лучей на основе метода разделения переменных в уравнении эйконала.

Критерии (11), (12) пригодны, в предположении однократного рассеяния, и для оценок ДЭ в случае невыпуклых поверхностей ε, при этом в (11), (12) входят модули кривизн. Они пригодны также для оценки ДЭ при рассеянии вперед в ПО с $\varepsilon > 0$. Известные ранее частные критерии [2,3] согласуются с (11), (12). Физический смысл критериев заключается в том, что для применимости приближения ГО главные радиусы кривизны поверхности $\varepsilon = \text{const}$ должны быть велики по сравнению с характерным масштабом изменения фазы локально плоской волны в неоднородной среде. Полученные критерии возникновения ДЭ определяются только зависимостью диэлектрической проницаемости от координат и могут быть полезны при оценке границ применимости приближения ГО в задачах дистанционной диагностики плазмы, в частности, ПО, диффундирующих на больших высотах в постоянном магнитном поле Земли [5] (при этом предполагаем, что $\omega \gg \omega_{\text{He}}$, т.е. пренебрегаем анизотропией плазмы в ВЧ поле). При выполнении этих критериев приближение ГО непригодно для расчета полей, рассеянных ПО, и для этой цели необходимо использовать численные либо приближенные квазиоптические методы. В качестве примера рассмотрим падение плоской волны по оси $\vartheta = 0$ на осесимметричное ПО с законом $\varepsilon(r, \vartheta) = 1 - b^{-2}r^{-2}(1 - \alpha\vartheta^2)$. Сечение обратного рассеяния (СОР) для этого закона ε в приближении ГО равно [1] $4\pi b^2\alpha\left[\text{sh}(\pi\sqrt{\alpha})\right]^{-2}$, откуда следует экспоненциально малое по $\sqrt{\alpha}$ СОР при $\alpha \gg 1$. Однако согласно критерию (12) приближение ГО теряет смысл при $\alpha \approx (k_0 b)^{2/3}$, так что при бо́льших значениях α реальное значение СОР превышает предсказанное ГО вследствие поперечной диффузии поля в область $\vartheta = 0$.

Список литературы

[1] *Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И.* Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука. 1980.

[2] *Пермяков В.А.* // Изв. вузов, Радиофизика. 1980. Т. 23. № 9. С. 1075.

[3] *Krestjaninov S.V., Lebedev A.M., Permjakov V.A., Jakushkin I.G.* // Electromagnetics, USA. 1992. V. 12. N 1. P. 93.

[4] *Жидко Ю.М.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1968. Т. 11. N 6. С. 876.

[5] *Филипп Н.Д., Ораевский В.Н., Блаунштейн Н.Ш., Ружин Ю.А.* Эволюция искусственных плазменных неоднородностей в ионосфере Земли. Кишинев: Штиница. 1986.

Поступило в Редакцию
13 июня 1993 г.