

01; 03

© 1993

КРИТИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ  
ЗАРЯЖЕННОЙ КАПЛИ В СЛАБОПРОВОДЯЩЕЙ СРЕДЕ  
ВО ВНЕШНЕМ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕС.О. Ш и р я е в а, А.И. Г р и г о р ь е в,  
Л.С. П о д в а л ь н ы й

В самых разнообразных физических, технических и геофизических задачах – от формирования ионно-кластерно-капельных пучков в масс-спектрометрах до объяснения закономерностей зарождения разряда молнии в грозовом облаке – приходится сталкиваться с заряженной каплей, находящейся в слабопроводящей среде во внешнем электрическом поле [1–2]. Из общефизических соображений ясно, что величина максимального заряда, который может находиться на капле, и критические условия реализации неустойчивости капли по отношению к собственному и индуцированному зарядам определяются как свойствами среды, окружающей каплю, так и величиной напряженности внешнего электрического поля. Поскольку распад неустойчивой капли на большое количество мелких сильно заряженных дочерних капелек [3–4] является весьма существенным фактором в эволюции системы во всех конкретных приложениях обсуждаемого явления, представляется целесообразным исследовать его более детально. Нижеследующее рассмотрение проведем на простейшем модельном примере.

1. Пусть сферическая капля радиуса  $R$  электропроводной жидкости с коэффициентом поверхностного натяжения  $\sigma$  находится в слабоионизованной плазме газового разряда, в которой под влиянием внешнего электростатического поля  $\vec{E}$  течет электрический ток. Примем также для определенности, что давление в среде  $P = 5 \cdot 10^4$  Па, газовая и электронная температуры плазмы равны:  $T = 270$  К и  $T_e = 2000$  К соответственно, а концентрация электронов  $n_e$  и величина дебаевского радиуса  $r_d$  равны  $n_e = 5 \cdot 10^{12}$  см<sup>-3</sup> и  $r_d = 10^{-4}$  см. Приведенные характеристики соответствуют плазме канала начальной стадии разряда молнии в грозовом облаке на высоте 4000–5000 м, а также условиям электрического разряда во влажном воздухе [5–6].

Подвижностью положительных ионов по сравнению с подвижностью электронов будем пренебрегать (подвижность обратно пропорциональна массе частицы). Тогда ток в плазме определится движением электронов в направлении  $-\vec{E}$ , и капля будет приобретать отрицательный заряд  $Q$ . Несложно видеть, что заряд капли будет увеличиваться до тех пор, пока суммарная сила, действующая на свободный электрон со стороны собственного и поляризационного

зарядов капли в окрестности вершины капли с положительным поляризационным зарядом, будет притягивать электрон. В сферической системе координат с началом в центре капли выражение для полной силы  $\vec{F}$ , действующей на электрон, имеет вид

$$\vec{F} = \frac{q}{\varepsilon} \left\{ \vec{E} + \frac{Q}{r^2} \vec{n}_r + \left[ 3 \cdot (\vec{E} \cdot \vec{n}_r) \cdot \vec{n}_r - \vec{E} \right] \cdot \left( \frac{R}{r} \right)^3 \right\}, \quad (1)$$

где  $q$  - заряд электрона,  $\varepsilon$  - диэлектрическая проницаемость,  $r$  и  $\vec{n}_r$  - радиальная координата и ее орт. В (1) первое слагаемое определяет силу, действующую на электрон со стороны внешнего поля, второе - силу, с которой собственный отрицательный заряд капли отталкивает электрон, а третье и четвертое - силу притяжения электрона положительным поляризационным зарядом капли. Сила (1) принимает максимальное значение, когда электрон движется по оси симметрии системы вдоль  $-\vec{E}$ . Если это максимальное значение силы при  $r = R$  приравнять нулю, то из полученного соотношения легко найти связь между максимальным отрицательным зарядом  $Q_*$ , который может получить капля в описанных условиях за счет тока электронов, текущего на ее поверхность, и величиной внешнего электростатического поля  $E$ :

$$Q_* = 3 \cdot E \cdot R^2. \quad (2)$$

Здесь следует отметить, что равновесная форма капли во внешнем электростатическом поле является сфероидальной в квадратичном приближении по ее эксцентриситету  $e$  [2]. Наличие на капле собственного заряда искажает сфероидальную форму лишь в кубическом приближении по величине эксцентриситета, в квадратичном же приближении заряд капли лишь увеличивает величину равновесного эксцентриситета [7]. Поэтому, строго говоря, вышеприведенные рассуждения следует формулировать для капли сфероидальной формы. Это легко сделать, используя несколько громоздкие выражения для полей в окрестности сфероида, приведенные в [8]. Однако поправка к (2), связанная со сфероидальностью, оказывается малой. Уточненное выражение для максимального заряда в линейном по квадрату эксцентриситета приближении имеет вид

$$Q_* = 3 \cdot E \cdot R^2 \left( 1 + \frac{1}{15} e^2 \right). \quad (2a)$$

Укажем здесь, что при  $Q < Q_*$  электроны притягиваются к капле из части пространства в окрестности ее вершины с положительным поляризационным зарядом, граница которой  $r = r(\theta)$  может быть получена приравниванием к нулю правой части (1) при фиксированных значениях  $Q$  и  $E$ . При  $r < r(\theta)$  сила, действующая на электрон, притягивает его к капле, тогда как при  $r > r(\theta)$  сила, действующая на электрон, отталкивает его. По-

этому, например, в вакууме поток электронов с кинетической энергией  $U$ , меньшей высоты потенциального барьера  $\varphi \cdot \varphi[r(\theta)]$ , окружающего каплю, обтекал бы ее (здесь  $\varphi[r(\theta)]$  потенциал на границе области  $r=r(\theta)$ ). Но если капля находится в плазме, то дальнедействующие кулоновские силы эффективно экранируются на расстоянии  $\sim r_d$  и при  $|r(\theta)| > r_d$  электроны не будут отталкиваться от капли, пока она не наберет максимальный заряд.

2. Зададимся теперь вопросом: при какой величине поля  $\vec{E}$  рассматриваемая капля станет неустойчивой? Критические условия неустойчивости заряженной капли во внешнем однородном электростатическом поле в линейном по квадрату эксцентриситета капли приближении имеют вид [7]:

$$\begin{cases} W(1 + 2.07 \cdot e^2) + 0.09 \cdot \omega (1 + 6.62 \cdot e^2) \geq 1 \\ 0.18 \cdot \omega = e^2(1 - W), \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{где } W = \frac{\varepsilon \cdot Q^2}{16 \cdot \pi \cdot \sigma \cdot R^3}, \quad \omega = \frac{\varepsilon \cdot E^2 \cdot R}{\sigma}.$$

В анализируемом случае заряд капли определяется величиной поля  $E$  согласно (2а), поэтому максимальное значение параметра  $W$  связано с параметром  $\omega$ :

$$W_* = \frac{\varepsilon \cdot Q_*^2}{16 \cdot \pi \cdot \sigma \cdot R^3} \approx \frac{9}{16 \cdot \pi} \left( 1 + \frac{2}{15} e^2 \right) \omega.$$

Подставим это соотношение в (3) и найдем критическое значение параметра  $\omega$ , при котором капля претерпит неустойчивость

$$\omega \approx 1.54.$$

Эта величина почти вдвое меньше критического значения параметра  $\omega$  для незаряженной электропроводной капли, помещенной в вакууме в однородное электростатическое поле  $\vec{E}$ :  $\omega \approx 2.63$  [9]. Тем не менее, для реальных жидко-капельных систем как естественного, так и искусственного происхождения найденное снижение критического значения параметра  $\omega$  не приведет к сколь-либо существенному изменению качественной картины протекающих в них физических процессов, т.к. характерные размеры капель в представляющих интерес система составляют: 0.1–1 мкм в ионно-капельных пучках и 4–30 мкм в туманах и облаках. Для столь малых капель реальных жидкостей критическое значение напряженности внешнего поля  $E$  превышает величину, при которой зажигается коронный разряд. Так, для капли воды с  $R = 8$  мкм,  $\sigma = 720$  Н/м критическое значение напряженности  $E$  равно  $E \approx 10^5$  В/см. Ясно, что электрические поля такой

величины в тропосфере недостижимы. Максимальные значения напряженности квазипостоянного внутриоблачного электрического поля перед разрядом молнии не превышают  $3 \cdot 10^3$  В/см [10]. Однако сам эффект зарядения капель в слабопроводящей среде, в которой имеется направленный ток электрических зарядов, может пролить свет на механизмы приобретения облачными каплями с  $R \sim 1$  мм больших электрических зарядов (до сотен пикокулон [11]), особенно если учесть, что внутриоблачная электропроводность грозовых облаков достигает значений  $\sim 10^{-10}$  Ом/м [10].

#### С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Григорьев А.И., Ширяева С.О. // ЖТФ. 1989. Т. 59. В. 5. С. 6-13.
- [2] Григорьев А.И. // ЭОМ. 1990. В. 6. С. 23-32.
- [3] Grigor'ev A.I., Shiryayeva S.O. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1990. V. 23. N 11. P. 1361-1370.
- [4] Grigor'ev A.I., Shiryayeva S.O., Verbitsky S.S. // J. Coll. Int. Sci. 1991. V. 146. N 1. P. 137-151.
- [5] Баландин С.Ф., Копытин Ю.Д. и др. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. В. 1. С. 45-48.
- [6] Баландин С.Ф., Копытин Ю.Д. и др. // ЖТФ. 1988. Т. 58. В. 2. С. 324-327.
- [7] Григорьев А.И., Ширяева С.О., Белавина Е.И. // ЖТФ. 1989. Т. 59. В. 6. С. 27-34.
- [8] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.
- [9] Taylor G. // Proc. Roy. Soc., London. 1964. V. A280. N 1382. P. 383-397.
- [10] Облака и облачная атмосфера. Справочник / Сост. Мазин И.П. Хргиан А.Х., Имянитов И.М. Л.: Гидрометеоиздат, 1989. 647 с.
- [11] Bourdeau C., Chauzy S. // J. Geophys. Res. 1989. V. 94. N D11. P. 13121-13126.

Ярославский  
государственный  
университет

Поступило в Редакцию  
12 декабря 1992 г.