КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

01;04 *Журнал технической физики, т. 63, в. 6, 1993*

К КИНЕТИКЕ ЭЦР НАГРЕВА В ОТКРЫТЫХ ЛОВУШКАХ

В.В.Костенко, В.И.Хвесюк

Основу математической модели составляет нестационарное нелинейное кинетическое уравнение для электронной компоненты плазмы

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} = L_{FP} + L_{RF} + S_e, \tag{1}$$

где f_e — функция распределения электронов; L_{FP} — оператор Фоккера–Планка, учитывающий взаимодействие электронов как друг с другом, так и с ионами [1]; S_e — функция источника электронов; L_{RF} — оператор, описывающий взаимодействие электронов с волной в неоднородном магнитном поле.

Рассмотрим подробнее вид этого оператора в случае распространения в плазме электромагнитных волн большой амплитуды.

Наиболее общим является представление L_{RF} в качестве линейного интегрального оператора [2]

$$L_{RF} = \int \left(W(\mathbf{p}-\mathbf{q},\mathbf{q})f_e(t,\mathbf{p}-\mathbf{q}) - W(\mathbf{p},\mathbf{q})f_e(t,\mathbf{p})\right) dq^9, \tag{2}$$

где $W(\mathbf{p},\mathbf{q})dq^9$ — вероятность в единицу времени изменения импульса частицы от $\mathbf{p}$ до $\mathbf{p}+\dot{\mathbf{q}}$.

Для определения функции $W(\mathbf{p},\mathbf{q})$ необходимо решить уравнение движения для частиц с различными начальными значениями импульса во всей интересующей области пространства скоростей. Воспользуемся этим уравнением в нерелятивистском приближении

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -e\left(\mathbf{v}\times\mathbf{B}+\mathbf{E}\right), \tag{3}$$

где m — масса электрона; $B(z)$ — индукция статического магнитного поля; $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0\exp\left(i(wt-\mathbf{k})\mathbf{r}+\psi\right)$, где E_0 — амплитуда, w — частота, k — волновой вектор волны, v — скорость частицы.

Как известно [3], наиболее интенсивный обмен энергией между волной и частицей осуществляется в зонах, где выполняется следующее резонансное условие:

$$nw_c = w - \mathbf{k}\mathbf{v}, \tag{4}$$

где w_c — циклотронная частота, зависящая от координаты в неоднородном магнитном поле; n — номер гармоники.

Таким образом, в общем случае при моделировании кинетики электронно-циклотронного нагрева должно решаться уравнение (1) с оператором L_{RF} вида (2), где $W(\mathbf{p},\mathbf{q})$ определяется интегрированием (3).

Эта задача обычно упрощается следующим образом. Принимается, что во всей рассматриваемой области пространства скоростей справедливо неравенство $|\mathbf{q}| \ll |\mathbf{p}|$ и $W(\mathbf{p},\mathbf{q})$ достаточно быстро уменьшается с ростом $|\mathbf{q}|$, так что подынтегральное выражение можно заменить первыми двумя членами разложения в ряд Тейлора по $|\mathbf{q}|$. Тогда L_{RF} сводится к линейному дифференциальному оператору диффузионного типа [4,5].

Такой подход оказался наиболее плодотворным при моделировании электронно-циклотронного нагрева плазмы в токамаках. Хорошее согласие расчетных и экспериментальных значений обусловлено схемой нагрева в токамаках: при поперечном (по отношению к магнитному полю) вводе электромагнитного пучка электроны слабо взаимодействуют с волной [3]. Этот процесс хорошо описывается диффузионным оператором даже в случае волны большой амплитуды. Напротив, в открытых ловушках обычно используется продольный ввод энергии, в этом случае диффузионное описание некорректно. Рассмотрение именно этого случая было стимулировано рядом интересных экспериментальных результатов, полученных на открытых ловушках. Опишем сначала традиционный диффузионный метод решения этой задачи.

Для получения явного выражения коэффициентов диффузии, входящих в оператор L_{RF}, используются известные решения уравнения движения (3) [5–7]. Эти решения позволяют определить изменение перпендикулярной составляющей скорости частицы при прохождении ею области резонанса на первой гармонике ($n = 1$)

$$\Delta v_\perp^R = \frac{e}{m_e} E_0 t_h, \tag{5}$$

где t_h — эффективное время энергообмена между волной и электроном.

Решения получены для необыкновенной волны круговой поляризации, распространяющейся вдоль магнитного поля. Согласно [5–7], существуют два предельных выражения для t_h. Первое выражение применимо, когда электрон отражается в пределах резонансной зоны. Тогда величина t_h, учитывающая пролет электрона через резонансную область "туда" и "обратно", дается выражением

$$t_h = \frac{2\pi}{\gamma^{1/3}} Ai\left(\alpha\gamma^{-1/3}\right)\cos(\psi),$$

$$\alpha = w(z_R - z_M)L^{-1}, \qquad \gamma = \frac{w(v_\perp^R)^2}{4L^2}, \qquad L = \left(\frac{I}{B}\frac{\partial B}{\partial z}\right)^{-1}_{z=z_R}, \tag{6}$$

где $Ai(\ldots)$ — функция Эйри; z_R, z_M — координаты точки резонанса и отражения соответственно; w — частота волны; $v_\perp^R$ — значение перпендикулярной составляющей скорости в зоне резонанса; ψ — разность фаз волны и ларморовского вращения в окрестности координаты z_R.

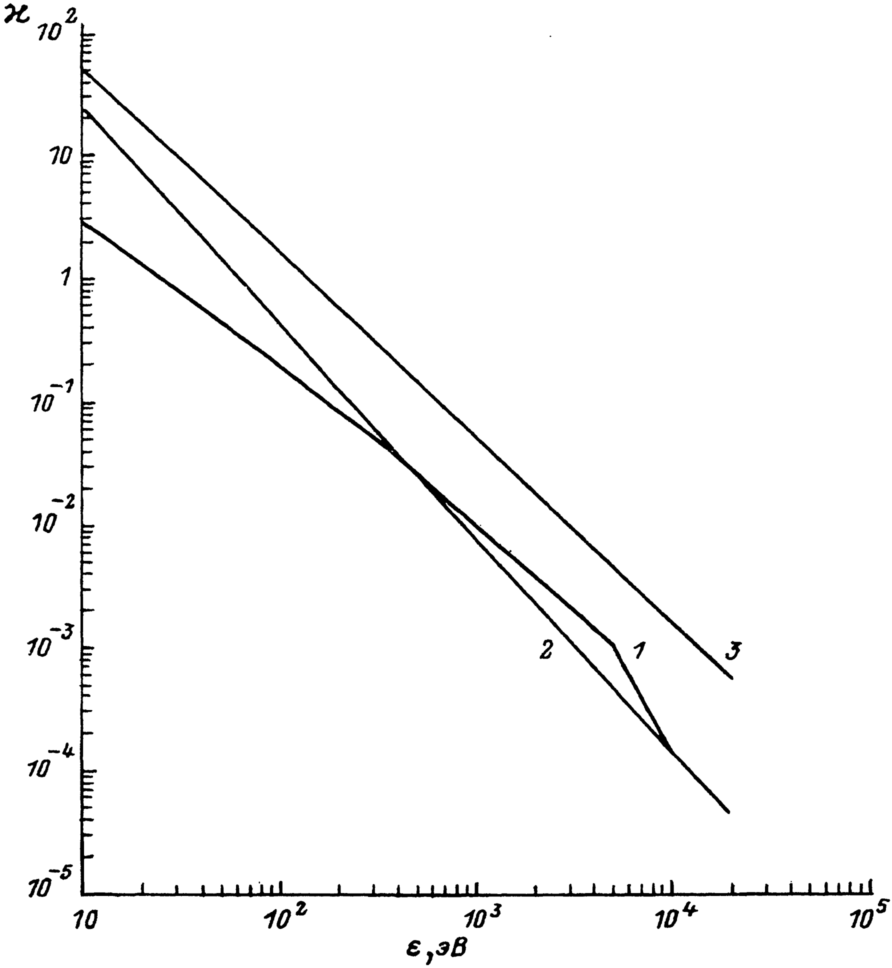

Рис. 1. Сравнение усредненного по фазам квадрата относительного изменения скорости электрона $\varkappa$, полученного прямым моделированием движения (3) (*1*) по формулам (5), (6), (8), (9) (*2*) и по формулам (5), (7), (8), (9) (*3*) в зависимости от начальной энергии частицы и при начальном питч-угле $\theta = \arcsin((R_R + 0.001)^{-1/2})$.

Во втором случае, когда точка отражения частицы z_M расположена далеко за z_R, t_h за один пролет через резонансную зону определяется из

$$t_h = \left(\frac{2\pi}{v_{\|}^R} \left(\frac{\partial w_{\text{Б}e}}{\partial z} \right)^{-1}_{z=z_R} \right)^{1/2} \cos(\psi). \tag{7}$$

Общие выражения для Δv и $\Delta\theta$ (θ — питч-угол электрона), отнесенные к медианной плоскости ловушки, имеют вид

$$\Delta v = R_R^{1/2} \Delta v_{\perp}^R \sin(\theta), \tag{8}$$

$$\Delta\theta = \frac{R_R^{-1} - \sin^2(\theta)}{\sin(\theta)\cos(\theta)} \frac{\Delta v}{v}, \tag{9}$$

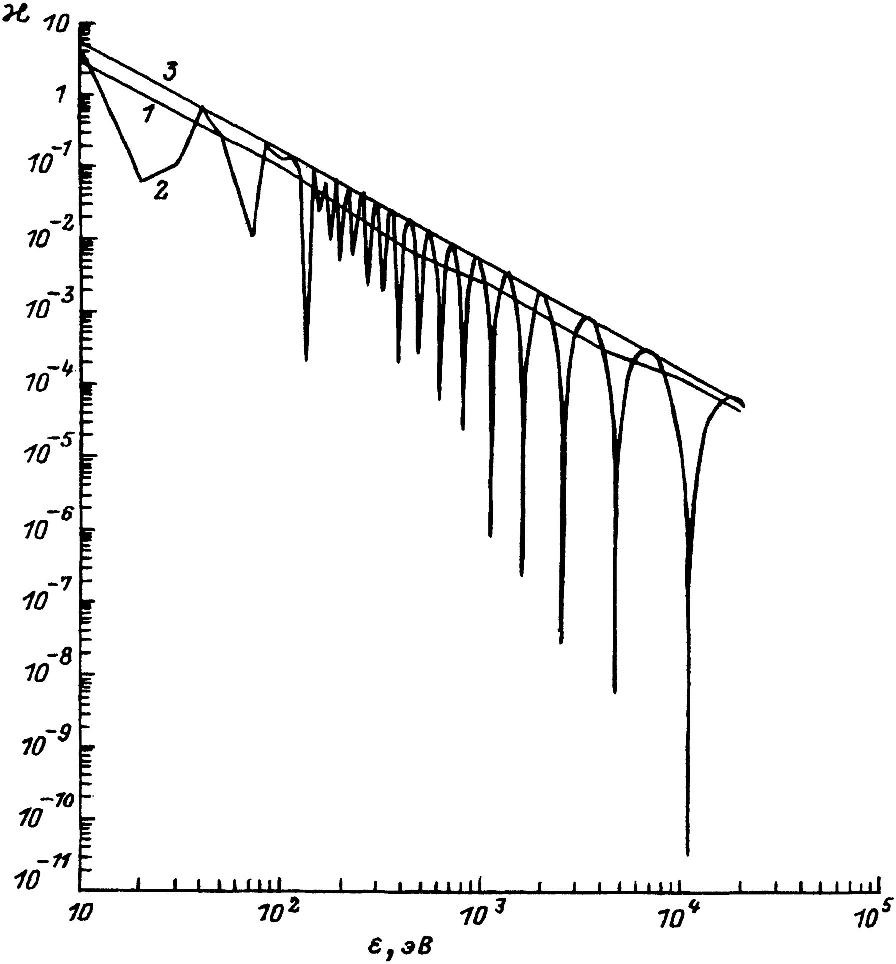

Рис. 2. То же, что и на рис.1, при начальном питч-угле $\theta = \arcsin((R_R + 0.1)^{-1/2})$.

где $R_R = B(z_R)/B(0)$.

Все результаты получены для квадратичной зависимости B от продольной координаты ловушки z

$$B_z(z) = B(0)(1 + (z/l)^2). \tag{10}$$

Преимущества изложенного подхода очевидны, однако до сих пор не решен вопрос о пределах его применимости. Чтобы оценить их, необходимо в широком диапазоне энергий сопоставить результаты численного интегрирования (3) с формулами (5)–(7). Известно, что диффузионный предел справедлив в тех областях пространства скоростей, где $\varkappa = \langle (q/p)^2 \rangle \ll 1$ (усреднение проводится по фазам взаимодействия частицы с волной). Оценка $\varkappa$ с использованием формул (6), (7) показывает, что при малых энергиях условие $\varkappa \ll 1$ нарушается (граница применимости зависит, в частности, от амплитуды поля E_0). Поскольку в реальных установках электроны рождаются с малыми энергиями ($\simeq 10$ эВ), то

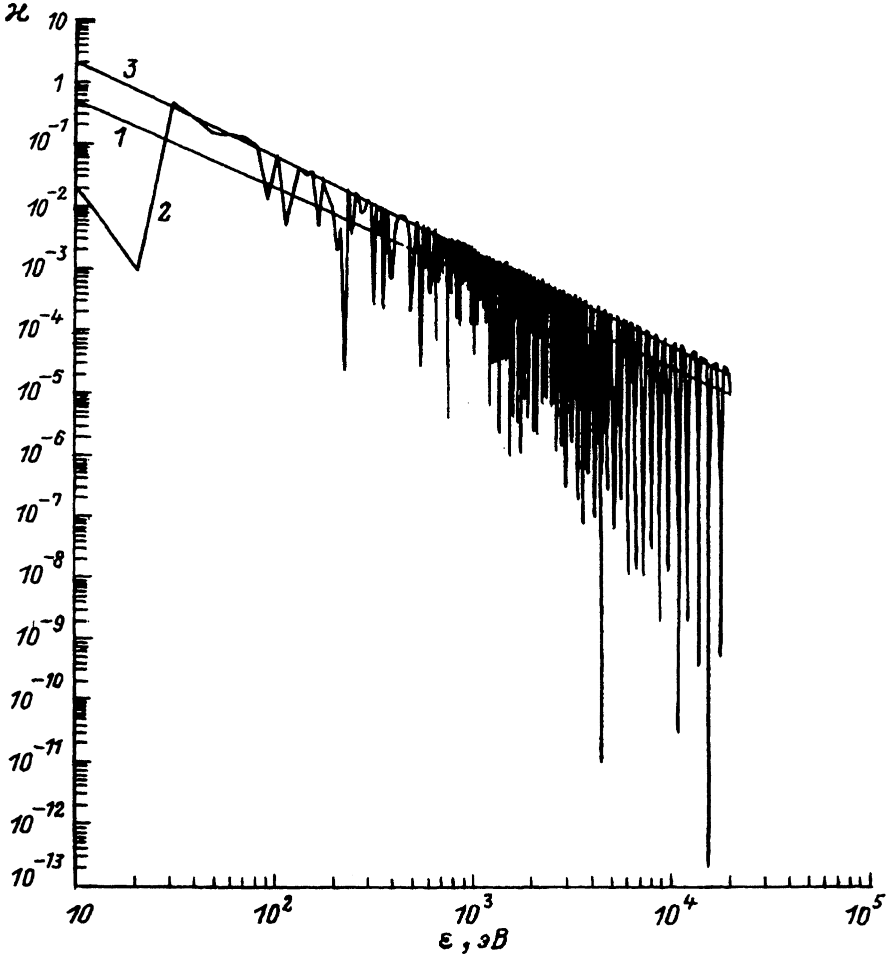

Рис. 3. То же, что и на рис.1, при начальном питч-угле $\theta = \arcsin((R_R + 0.5)^{-1/2})$.

использование диффузионного вида оператора L_{RF} может оказаться некорректным.

Численное интегрирование (3) подтвердило высказанные выше предположения. Расчеты проводились в интервалах характерных величин $E_0 = 50\ldots100$ В/см, $\varepsilon = 10$ эВ...20 кэВ. Для поля принималась квадратичная зависимость от z. Сформулируем основные результаты расчетов.

1. Аналитические зависимости (6) и (7) выполняются только для достаточно больших энергий. При этом (6) выполняется в узком диапазоне питч-углов частиц вблизи резонансного θ_R (рис. 1) (θ_R — питч-угол в медианном сечении для частиц, отражающихся в точке $z = z_R$). Формула (7) достаточно хорошо описывает изменение скорости частицы, отражающейся далеко за z_R (рис. 2, 3).

2. Как видно из рис. 1–3, $\varkappa \leqslant 0.1$ выполняется при $\varepsilon \geqslant 10^2$ эВ. Таким образом, при малых энергиях неприменимо диффузионное приближение для L_{RF} и необходимо использовать интегральное выражение (2). Отме-

тим, что использование интегрального представления корректно во всем диапазоне возможных значений $\varkappa$.

3. Результаты численного интегрирования уравнения движения (3) при малых энергиях показали существенное отличие от аналитических решений (6), (7). В частности, зависимость приращения скорости от фазы становится некосинусоидальной.

Отметим особенность функции $W(\mathbf{p},\mathbf{q})$ для резонансного взаимодействия электронов с волной в неоднородном магнитном поле, которая позволяет значительно упростить выражение (2). Действительно, при заданных параметрах частицы волны и магнитного поля изменение скорости электрона в результате взаимодействия с волной определяются (5) и, следовательно, $W(\mathbf{p},\mathbf{q})$ равна единице при определенных $\mathbf{p},\mathbf{q}_R$ и равна нулю для остальных значений $\mathbf{q}$. Учитывая это, выражение (2) можно записать так:

$$L_{RF} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi} \frac{f_e(t,\mathbf{v}-\Delta\mathbf{v})}{\tau_{\text{Б}}(\mathbf{v}-\Delta\mathbf{v})}d\psi - \frac{fe(t,\mathbf{v})}{\tau_{\text{Б}}(\mathbf{v})}, \tag{11}$$

где $\tau_{\text{Б}}(\mathbf{v})$ — время баунс-осцилляций электрона в ловушке.

Проведенное нами численное решение кинетического уравнения (1) с диффузионным оператором L_{RF} показало некорректность его использования, что выразилось в значительных различиях расчетных и экспериментальных значений при моделировании реального эксперимента. Решение уравнения (1) с интегральным оператором L_{RF} (11) хорошо согласуется с экспериментальными результатами [8].

Таким образом, показано, что в нерелятивистском приближении наиболее общий вид для L_{RF} представляет выражение (11). Оно справедливо во всем диапазоне пространства скоростей независимо от относительной величины энергии, передаваемой частице волной.

Список литературы

[1] *Киллин Дж., Мирин А., Ренсинк М.* // Вычислительные методы в физике. Управляемый термоядерный синтез. М.: Мир, 1980. С. 419–467.
[2] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. М.: Наука, 1979. Т. 10. 528 с.
[3] *Ахиезер А.И., Ахиезер И.А., Половин Р.В.* и др. Электродинамика плазмы. М.: Наука, 1974. 719 с.
[4] *Demeio L., Engelmann F.* // Plasma Phys. and Contr. Fus. 1986. Vol. 28. N 12A. P. 1851–1866.
[5] *Lichtenberg A.J., Schwarts M.J., Tuma D.T.* // Plasma Phys. 1969. Vol. 11. P. 101–116.
[6] *Lieberman M.A., Lichtenberg A.J.* // Long Time and Stochastic Effects. 1973. Vol. 15. P. 125–150.
[7] *Тимофеев А.В.* // Вопросы теории плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1985. Вып. 14. С. 56–223.
[8] *Жильцов В.Ю., Сковорода А.А., Щербаков А.Г.* // Тр. Всесоюз. совещания по открытым ловушкам. Москва, 1989. С. 143–150.

Московский технический
университет им.Н.Э.Баумана
Научно-исследовательский институт
энергетического машиностроения

Поступило в Редакцию
16 октября 1992 г.
В окончательной редакции
3 марта 1993 г.