

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ СТАРТОВОГО ТОКА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЧЕРЕНКОВСКОГО МАЗЕРА В РЕЖИМЕ БОЛЬШОГО ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА

А. С. Шлапаковский

1. В диэлектрических черенковских лазерах (ДЧМ) на сильноточных релятивистских электронных пучках режим большого пространственного заряда $[1-3]$ приобретает важное практическое значение. Во-первых, как было показано в $[1,3]$, наибольшее значение электронного КПД достигается в условиях существенного влияния поля ВЧ пространственного заряда на процесс энергообмена пучка с волной. Во-вторых, при продвижении в область коротких длин волн режим большого пространственного заряда неизбежно становится рабочим режимом из-за необходимости пропускать пучок на расстоянии от поверхности диэлектрика, сравнимом с длиной волны, т.е. при слабой связи. Наконец, этот режим может быть использован с целью возбуждения медленной волны пространственного заряда пучка в задачах коллективного ускорения.

Теория, позволяющая определить стартовые условия генерации колебаний в режиме большого пространственного заряда, была построена в $[2]$ путем сведения дисперсионного уравнения ДЧМ к форме характеристического уравнения ЛБВ, в котором в явном виде выделены коэффициенты депрессии и связи пучка с синхронной волной. Однако рассмотрение было проведено в предположении, что коэффициенты депрессии и связи не зависят от частоты и волнового числа, и их значения вычислялись в точке синхронизма. В настоящей работе учтена зависимость этих коэффициентов от частоты. Для режима большого пространственного заряда при слабой связи такой учет очень важен, это отмечалось в $[2]$ и подтверждается полученными результатами.

2. В соответствии с классической теорией ЛБВ $[4,5]$ режим большого пространственного заряда имеет место, когда параметр пространственного заряда

$$\sigma^2 = \Gamma \left(\frac{\Omega_b}{\alpha^3 \omega} \right)^{2/3} \gg 1. \quad (1)$$

При этом максимальное усиление волны достигается на частоте ω , удовлетворяющей условию

$$k_0(\omega)u - \omega = \Gamma^{1/2} \Omega_b, \quad (2)$$

а коэффициент усиления равен

$$G = \text{ch} \left(\frac{L}{u} \sqrt{\frac{\alpha^3 \omega \Omega_b}{2\Gamma^{1/2}}} \right). \quad (3)$$

В формулах (1)–(3) Ω_b — плазменная частота, u — равновесная скорость пучка, Γ и α^3 — коэффициенты депрессии и связи, $k_0(\omega)$ — продольное волновое число в системе без пучка, L — длина пространства взаимодействия. Для бесконечно тонкого трубчатого пучка радиуса r_b плазменная частота выражается через ток пучка I соотношением

$$\Omega_b^2 = \frac{4eI}{\gamma^3 m u r_b}, \quad (4)$$

где γ — релятивистский фактор.

Коэффициенты депрессии и связи для такого пучка в круглом волноводе с диэлектрической втулкой определены в [2]. Приведем соответствующие формулы.

$$\alpha^3(\omega) = \frac{u r_b^2 F_0^2(k_{\perp 0} R, k_{\perp 0} r_0)}{2\omega k_0 r_0^4 N_1} I_0^2(\kappa_0 r_b),$$

$$\Gamma(\omega, k) = (\kappa r_b)^2 \frac{I_0(\kappa r_b)}{2I_0(\kappa r_0)} \frac{\Phi(\omega, k)}{D(\omega, k)} \mathcal{F}_0(\kappa r_0, \kappa r_b) + \frac{r_b^2 F_0^2(k_{\perp 0} R, k_{\perp 0} r_0)}{2k_0(k - k_0) r_0^4 N_1} I_0^2(\kappa_0 r_b).$$

Здесь

$$\Phi(\omega, k) = \frac{\varepsilon F_1(k_{\perp} R, k_{\perp} r_0)}{k_{\perp} F_0(k_{\perp} R, k_{\perp} r_0)} - \frac{F_1(\kappa r_b, \kappa r_0)}{\kappa \mathcal{F}_0(\kappa r_0, \kappa r_b)},$$

$$D(\omega, k) = \frac{\varepsilon F_1(k_{\perp} R, k_{\perp} r_0)}{k_{\perp} F_0(k_{\perp} R, k_{\perp} r_0)} - \frac{1}{\kappa} \frac{I_1(\kappa r_0)}{I_0(\kappa r_0)},$$

$$N_1 = \frac{4\varepsilon I_0^2(\kappa_0 r_0)}{\Pi^2 k_{\perp 0}^4 r_0^4} + \frac{\varepsilon - 1}{\kappa_0^2 r_0^2} F_0^2(k_{\perp 0} R, k_{\perp 0} r_0) \times$$

$$\times \left[\frac{I_1^2(\kappa_0 r_0)}{\varepsilon} - \frac{k_0^2 I_0^2(\kappa_0 r_0)}{k_{\perp 0}^2} + \frac{2\omega^2 I_0(\kappa_0 r_0) I_1(\kappa_0 r_0)}{c^2 k_{\perp 0}^2 \kappa_0 r_0} \right],$$

$$k_{\perp}^2 = \varepsilon \frac{\omega^2}{c^2} - k^2, \quad \kappa^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}, \quad k_{\perp 0}^2 = \varepsilon \frac{\omega^2}{c^2} - k_0^2, \quad \kappa_0^2 = k_0^2 - \frac{\omega^2}{c^2},$$

$$F_0(x, y) = j_0(x) Y_0(y) - j_0(y) Y_0(x), \quad F_1(x, y) = -\frac{\partial F_0}{\partial y},$$

$$\mathcal{F}_0(x, y) = I_0(x) K_0(y) - I_0(y) K_0(x), \quad \mathcal{F}_1(x, y) = -\frac{\partial \mathcal{F}_0}{\partial y},$$

r_0 и R — внутренний и внешний радиусы втулки; ε — диэлектрическая проницаемость; j , Y , I , K — функции Бесселя; k — “горячее” волновое число; $D(\omega, k = k_0) = 0$. Сингулярность в выражении для Γ отсутствует, в чем легко убедиться, разложив первое слагаемое по степеням величины $k - k_0$.

Пренебрегая распределенными потерями, запишем условие генерации колебаний

$$\rho G = 1, \quad (6)$$

где $\rho = |\rho_1 \rho_2|$, ρ_1, ρ_2 — коэффициенты отражения от концов диэлектрика.

Если считать Γ и α^3 постоянными, то стартовый ток элементарно определяется из (6), (3) и (4). Если же учитывать их зависимость от частоты (вычисляя Γ при $k = k_0$), то необходимо использовать еще соотношение (2), так что задача сводится к решению системы уравнений относительно ω и Ω_b . Исключая из нее Ω_b , приходим к уравнению

$$\Omega_b = \frac{k_0(\omega)u - \omega}{\Gamma^{1/2}} = \frac{2u^2}{L^2\omega} \frac{\Gamma^{1/2}}{\alpha^3} \left(\operatorname{arch} \frac{1}{\rho} \right)^2. \quad (7)$$

3. Проанализируем полученное уравнение. Ясно, что его решение лежит в области частот, бóльшие частоты синхронизма ω_s , поскольку левая часть его при $\omega < \omega_s$ отрицательна. С другой стороны, его правая часть очень быстро возрастает на больших частотах, поскольку коэффициент связи α^3 экспоненциально падает [2]. На рис. 1 представлены левая и правая части (7) как функции частоты, эти функции качественно

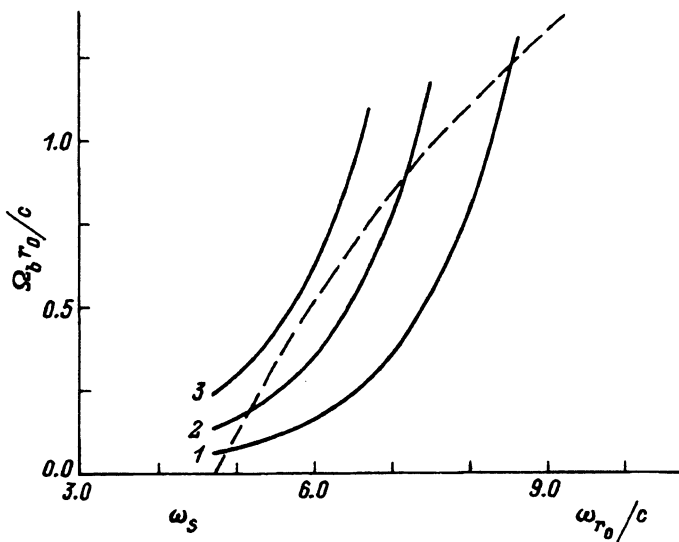


Рис. 1. К решению уравнения (7).

$\epsilon = 2.25$, $\gamma = 2$, $R = 2.5$ см, $r_0 = 2$ см, $r_b = 1.5$ см, $\rho = 0.1$. Штриховая кривая — левая часть, сплошные кривые — правая часть уравнения при L : 1 — 59, 2 — 40, 3 — 30 см.

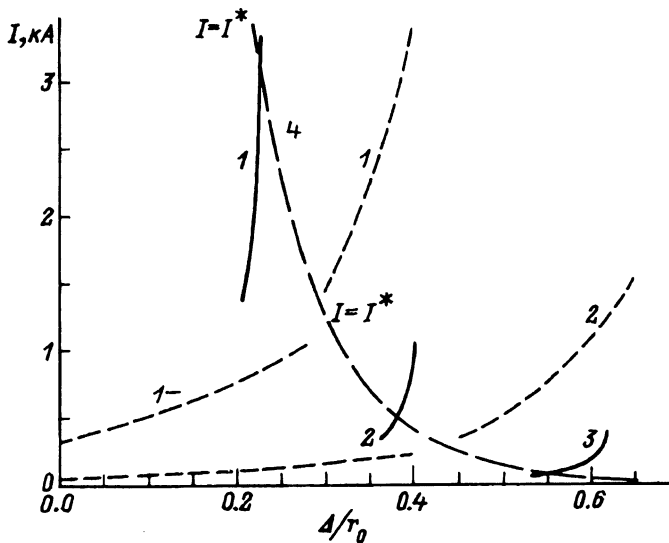


Рис. 2. Зависимость стартового тока от расстояния между пучком и диэлектриком при учете (сплошные кривые) и без учета (4) частотной зависимости коэффициентов депрессии и связи.

$r_0 = 2$ см, $R = 2.5$ см, $\epsilon = 2.25$, $\gamma = 2$, $\rho = 0.1$; L , см: 1 — 30, 2 — 59, 3 — 120.

неизменны при любых параметрах пучка и волновода. Видно, что в зависимости от соотношения параметров уравнение (7) имеет либо два решения, либо ни одного.

Легко установить, что одно из двух возможных решений не имеет смысла. Из физических соображений следует, что стартовый ток должен увеличиваться при уменьшении длины пространства взаимодействия и коэффициента отражения. Из рис. 1 ясно, что этому условию удовлетворяет только решение, которому соответствует меньшая частота.

Таким образом, стартовый ток возрастает лишь до определенного предела, которому соответствует касание двух кривых на рис. 1. Ситуация, когда уравнение (7) не имеет решения, означает невозможность генерации ни при каких сколь угодно больших токах. Эта особенность, которая не могла быть выявлена из рассмотрения в рамках [2], естественно объясняется поверхностным характером структуры поля синхронной волны. Увеличение тока приводит к смещению области усиления на более высокие частоты, где резко ослабевает связь волны и пучка, так что существует значение тока, при котором (при прочих фиксированных параметрах) усиление максимально. И если это максимальное усиление не компенсирует потери на излучение, то генерация невозможна. Заметим, что такой режим можно использовать для устранения самовозбуждения в усилителях с высокими рабочими токами, которые имели бы небольшой коэффициент усиления, но большие выходную мощность и КПД.

4. Результаты численного решения системы (2)–(6) представляют собой наглядную иллюстрацию важности учета частотной зависимости коэффициентов Γ и α^3 . На рис. 2 приведены зависимости стартового тока от величины зазора $\Delta = r_0 - r_b$ между пучком и поверхностью диэлектрика для 3 различных длин диэлектрической втулки. Кривой 4 показан условный граничный ток между режимами малого и большого пространствен-

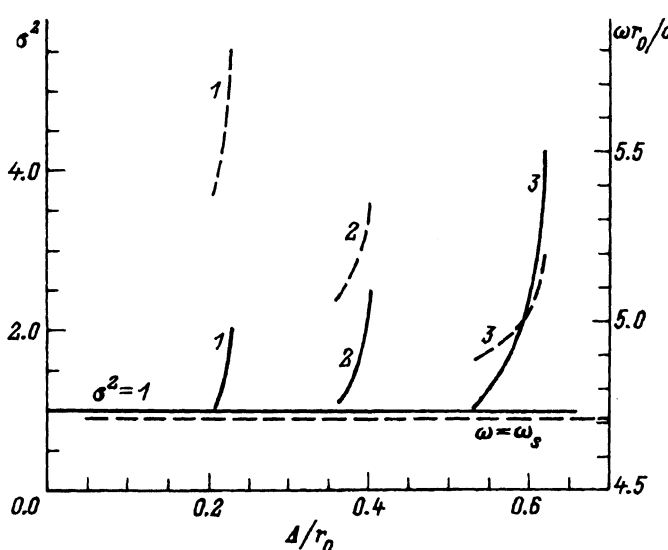


Рис. 3. Зависимость частоты генерации (штриховые кривые) и параметра пространственного заряда (сплошные кривые), соответствующих стартовому току, от расстояния пучок-диэлектрик для различных длин диэлектрической втулки. Параметры те же, что на рис. 2.

ного заряда, соответствующий равенству $\sigma^2 = 1$ на частоте синхронизма. Штриховые кривые — стартовые токи, определенные по формулам [2] для малого (под кривой $I = I^*$) и большого (над кривой $I = I^*$) пространственных зарядов. Сплошные кривые — результат решения системы (2)–(6). Они ограничены сверху и справа, поскольку при дальнейшем увеличении зазора между диэлектриком и пучком генерация в данной структуре уже невозможна. Граница снизу и слева соответствует значению $\sigma^2 = 1$ на частоте, определяемой из решения системы. При меньших зазорах уже не работает приближение большого пространственного заряда, так что реальности здесь отвечает кривая 4.

Видно, насколько резко меняется характер зависимости при приближении величины зазора к критическому значению. Результаты таковы, что формула работы [2] для стартового тока при большом пространственном заряде представляется совершенно неприемлемой. Интересно, что с уменьшением длины диэлектрика все меньше становится относительное превышение сплошных кривых над кривой $I = I^*$. Чем короче пространство взаимодействия, тем ближе к диэлектрику необходимо пропускать пучок, так что в коротких структурах даже при максимально возможном зазоре связь настолько сильна, что режим большого пространственного заряда может и вообще не иметь места.¹ На рис. 3 представлены значения частоты генерации, полученные из решения системы (2)–(6), и соответствующие им значения параметра σ^2 . Видно, что чем больше длина структуры, тем большее значение σ^2 может быть достигнуто, несмотря на то, что смещение частоты от синхронизма и сама величина стартового тока меньше, чем в коротких структурах. Если учесть, что рабочий ток в ДЧМ не должен по порядку величины превышать стартовое значение (иначе неизбежна стохастизация колебаний и резкое ухудшение эффективности генерации и качества сигнала), то можно сделать вывод о том, что возбуждение ДЧМ в режиме большого пространственного заряда возможно лишь в длинных структурах при слабой связи. Этот результат прямо противоположен утверждению авторов [1] о том, что для данного режима характерна короткая область взаимодействия.

Автор благодарен Н.И.Карбушеву и М.И.Капчинскому за обсуждение результатов работы.

Список литературы

- [1] *Lemons D.S., Thode L.E.* // Phys. Rev. Lett. 1986. Vol. 56. P. 2684–2687.
- [2] *Карбушев Н.И., Шлапаковский А.С.* // ЖТФ. 1989. 59. Вып. 3. С. 161–168.
- [3] *Карбушев Н.И., Шлапаковский А.С.* // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 1. С. 21–30.
- [4] *Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. радио, 1973. 399 с.
- [5] *Шевчик В.Н., Трубецков Д.И.* Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. М.: Сов. радио, 1970. 584 с.
- [6] *Main W., Cherry R., Garate E.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 1990. Vol. 18. N 3. P. 507–512.

Научно-исследовательский институт
ядерной физики при Томском
политехническом институте

Поступило в Редакцию
13 мая 1992 г.
В окончательной редакции
18 января 1993 г.

¹ Именно такая ситуация, как показывают расчеты, характерна для недавних экспериментов [6].