

01;06;07

©1993 г.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МУЛЬТИСКАНА III. ВЛИЯНИЕ КОНЕЧНОГО РАЗМЕРА p^+ -ОБЛАСТЕЙ НА ПОГРЕШНОСТЬ ПОКАЗАНИЯ ПРИБОРА

Е.П.Романова, В.С.Юфеев, Б.Г.Подласкин

Найден первый поправочный член разложения вольт-амперной характеристики мультискана по малому параметру ρ (ρ — отношение поперечного размера p^+ -области к шагу прибора). Используя полученные формулы, исследовано влияние конечного размера p^+ -областей на величину погрешности измерения координаты центра светового пятна. Показано, что это влияние является очень малым, что подтверждает целесообразность выполнения структуры прибора в виде дискретных p - n -переходов.

Введение

В работе [1] была развита общая теория фотоприемника мультискана, предназначенного для определения пространственного положения оптического сигнала, а в работе [2] выполнен анализ погрешности измерения координаты центра светового пятна. Согласно этому анализу, указанная погрешность определяется выражением

$$\delta\xi = \frac{\Delta(\xi)}{u'}$$

Здесь u' — градиент потенциала на резистивном слое мультискана, ξ — координата центра пятна, $\Delta(\xi)$ — малая нелинейная добавка в координатной характеристике прибора $V(\xi)$

$$V = u'\xi + \Delta(\xi),$$

где V — потенциал на сигнальной шине.

Для максимального значения величины $\Delta(\xi)$ в [2] была получена следующая оценка:

$$\max \Delta(\xi) = \Delta(x_m) + \frac{l}{8}(V' - u'), \quad (2)$$

где l — шаг прибора, т. е. расстояние между соседними парами встречно включенных фотодиодов; x_m — координата центра пары фотодиодов, ближайшей к центру светового пятна.

В этой же работе было показано, что V' в (2) состоит из трех слагаемых, каждое из которых определяет свой вид периодической погрешности

$$V' = V'_\alpha + V'_\tau + \rho^2 V'_\rho,$$

где $\rho = \rho_*/l$ есть отношение радиуса p^+ -области к шагу прибора.

Для базовой погрешности (слагаемое V'_α) и для погрешности, связанной с темновым током (слагаемое V'_τ), в работе [2] были получены аналитические выражения и выполнены расчеты зависимости параметров мультискана. Целью настоящей работы является вычисление и исследование третьей составляющей периодической погрешности прибора $\delta\xi_\rho$, связанной с конечным размером p^+ -областей и равной

$$\delta\xi_\rho = \frac{\rho_*^2 V'_\rho}{8l u'}. \quad (3)$$

Очевидно, что величина этой погрешности будет определяться прежде всего коэффициентом $\rho_*^2/8l$: Для типичных значений $\rho_* = 5$ мкм и $l = 30$ мкм указанный коэффициент равен 0.1 мкм, и поэтому можно ожидать, что погрешность $\delta\xi_\rho$ является очень малой. Тем не менее окончательный ответ может быть получен только после вычисления составляющей градиента координатной характеристики V'_ρ .

Постановка задачи

В работе [2] для разыскиваемого градиента V'_ρ было получено следующее выражение

$$\frac{V'_\rho}{u'} = - \frac{\sum_m \frac{\partial J_{\phi 1}^m}{\partial V}}{m} + \frac{\sum_m \frac{\partial J_{\phi 1}^m}{\partial \xi}}{m}, \quad (4)$$

где $J_{\phi 0}^m$ и $J_{\phi 0}^m$ — составляющие разложения фототока, протекающего через m -ю пару фотодиодов, по малому параметру ρ , т. е.

$$J_\phi^m = J_{\phi 0}^m + \rho^2 J_{\phi 1}^m.$$

Фототоки J_ϕ^m определяются вольт-амперной характеристикой мультискана, для расчета которой необходимо решить систему интегродифференциальных уравнений, связывающих концентрации неравновесных дырок и их потоки на $p-n$ -переходах всех фотодиодов прибора. В работе [1] для решения этой системы использовался метод Фурье, для вычисления коэффициентов Фурье была получена система уравнений (17). Для удобства изложения эта система воспроизводится в настоящей работе:

$$\sum_k \sum_m (b_{ik}^{nm} d_m^{\pm k} + a_{ik}^{nm} C_m^{\pm k}) = 0,$$

$$\sum_k \sum_m b_{ik}^{nm} f_m^k = F_i^n,$$

$$C_n^{-i} = - \sum_m (e_i^{nm} C^{+i} + 2P_0 t_i^n), \quad (5a)$$

$$C_0^{+i} = P_0 (\exp(\gamma U_2^i) - 2) + P_0 \exp(\gamma \hat{U}_1^i) \Phi(\gamma u' \rho, 0),$$

$$C_m^{+i} = [C_0^{+i} - P_0 (\exp(\gamma U_2^i) - 2)] \frac{\Phi(\gamma u' \rho, m)}{\Phi(\gamma u' \rho, 0)} \quad (m \neq 0), \quad (5б)$$

$$2f_c^i = -d_0^{+i}, \quad n = \dots - 2, -1, 0, 1, 2, \dots, \quad (5в)$$

где

$$b_{ik}^{nm} = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(j(m\varphi^k - n\varphi^i)) U_{ik}^* d\varphi^i d\varphi^k, \quad (5г)$$

$$a_{ik}^{nm} = \frac{1}{2} \delta_{ik} \delta_{mn} - \frac{\rho}{2\pi} \Psi \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(j(m\varphi^k - n\varphi^i)) \frac{\partial U_{ik}^*}{\partial \rho} d\varphi^i d\varphi^k,$$

$$F_i^n = \frac{\varepsilon^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-H}^H g(x', y') \exp(-jn\varphi^i) U_i^* d\varphi^i dx' dy',$$

$$e_i^{mn} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(j(m-n)\varphi^i) \operatorname{th} \left(\frac{\gamma}{2} (u_i - V + u' \rho \cos \varphi^i) \right) d\varphi^i,$$

$$t_i^n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-jn\varphi^i) \operatorname{th} \left(\frac{\gamma}{2} (u_i - V + u' \rho \cos \varphi) \right) d\varphi, \quad (5д)$$

$$\Phi(\gamma u' \rho, m) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(\gamma u' \rho \cos \varphi - jm\varphi) d\varphi,$$

$$u_i = u^i(x_i); \quad U_1^i = W^i - u_i; \quad W^i - V = U_2^i. \quad (5е)$$

Здесь все величины являются безразмерными и обозначают следующее: $C_m^{\pm k}$ и $d_m^{\pm k}$ — коэффициенты фурье-распределения концентрации инжектированных дырок и их потоков на p - n -переходах; f_m^k — коэффициенты фурье-потоков фотодырок; $\varepsilon = l/L$, L — диффузионная длина; U_{12}^i — смещения на p - n -переходах i -й пары фотодиодов; $g(x, y)$ — распределение интенсивности света в пятне; P_0 — равновесная концентрация дырок в n^0 -области; $\gamma = q/AkT$; U^* — фундаментальное решение плоского стационарного уравнения диффузии в полубесконечной области при наличии рекомбинации. Полный поток через фотодиод теперь будет равен

$$J_m = J_\Phi^m + J_T^m = 0.5d_0^{-m}, \quad (6)$$

где J_T^m — темновая составляющая тока.

В работе [1] система (5) была решена в нулевом приближении по малому параметру ρ , и на этой основе в [2] были получены выражения для всех составляющих погрешности, кроме составляющей, зависящей от ρ . Для определения последней необходимо найти следующий член разложения решения системы (5) по параметру ρ .

Решение

Следуя [1], из (5г) и (5д) можно получить

$$b_{ik}^{nm} = \begin{cases} b_{ik0}^{nn} + \rho^2 b_{ik1}^{nn} + 0(\rho^3) & \text{для } n = m, \\ \rho^{n+m} b_{ik1}^{nm} + 0(\rho^{n+m+1}) & \text{для } n \neq m, \end{cases} \quad (7a)$$

$$a_{ik}^{nm} = \delta_{ik} \delta_{nm} - \begin{cases} \rho^2 a_{ik1}^{nm} + 0(\rho^3) & \text{для } n = m, \\ \rho^{n+m} e_{i1}^{nm} + 0(\rho^{n+m+1}) & \text{для } n \neq m, \end{cases} \quad (7б)$$

$$e_i^{mn} = \begin{cases} e_{i0}^{00} + \rho^2 e_{i1}^{00} + 0(\rho^3) & \text{для } n = m, \\ \rho^{n+m} e_{i1}^{nm} + 0(\rho^{n+m+1}) & \text{для } n \neq m. \end{cases} \quad (7в)$$

Соответственно для коэффициентов $d_m^{\pm k}$, C_m^{-k} , f_m^k , F_k , t_k и смещение на p - n -переходах будем иметь разложения вида

$$d_m^{\pm k} = \begin{cases} d_{00}^{\pm k} + \rho^2 d_{01}^{\pm k} + 0(\rho^3) & \text{для } m = 0, \\ \rho^m d_{m1}^{\pm k} + 0(\rho^{m+1}) & \text{для } m \neq 0, \end{cases} \quad (8a)$$

$$U_1^k = U_{10}^k + \rho^2 U_{11}^k. \quad (8б)$$

Таким образом, чтобы найти разыскиваемую погрешность, необходимо, согласно (6), (8a), вычислить поправку $0(\rho^2)$ к вольт-амперной характеристике мультискана, т. е. определить из системы (5) коэффициент d_{01}^{-k} .

Подставляя (8б) в (5е), найдем соотношения между падениями напряжения на фотодиодах каждой пары

$$U_{20}^i - U_{10}^i = u_i - V,$$

$$U_{21}^i - U_{11}^i = 0. \quad (9)$$

Подставляя далее (7в), (8a) в (5б), (5д), получим выражения для первых коэффициентов разложения $C_m^{\pm k}$

$$C_{0c}^{+i} = 2F_i^{00}, \quad C_{0c}^{-i} = -2(F_i^{00} + P_0) \operatorname{th} \alpha_i,$$

$$C_{01}^{+i} = (F_i^{00} + P_0) \left(2\gamma U_{21}^i + \frac{\beta^2}{4}(1 - \operatorname{th} \alpha_i) \right),$$

$$C_{01}^{-i} = -(F_i^{00} + P_0) \left(2\gamma U_{21}^i \operatorname{th} \alpha_i + \frac{\beta^2}{4}(1 - \operatorname{th} \alpha_i)(1 - 2 \operatorname{th}^2 \alpha_i) \right),$$

$$C_{\pm 11}^{+i} = -\frac{\beta}{2} (F_i^{00} + P_0) (1 - \text{th } \alpha_i),$$

$$C_{\pm 11}^{-i} = -\frac{\beta}{2} (F_i^{00} + P_0) (1 + \text{th } \alpha_i - 2 \text{th}^2 \alpha_i), \quad (10)$$

где введены обозначения

$$\alpha_i = \frac{\gamma}{2} (u_i - V), \quad \beta = \gamma u' l. \quad (11)$$

Из (10) видно, что выражения для коэффициентов C_{01}^{-i} содержат поправку к смещению на p - n -переходе U_{21}^i .

И наконец, подставляя (7а), (7б), (8а) в (5а), (5в) найдем уравнения для определения коэффициентов f_m^k , $d_m^{\pm k}$ ($m = 0, 1$)

$$\sum_k b_{ik0}^{00} f_{00}^k = F_i^{00}; \quad d_{00}^{+k} = -2f_{00}^k,$$

$$\sum_k (b_{ik1}^{\pm 10} f_{00}^k + b_{ik1}^{\pm 1 \pm 1} f_{\pm 11}^k) = F_i^{\pm 1},$$

$$\sum_k (b_{ik0}^{00} f_{01}^k + b_{ik1}^{00} f_{00}^k + b_{ik1}^{01} f_{11}^k + b_{ik1}^{0-1} f_{-11}^k) = F_i^{01},$$

$$d_{01}^{+i} = -2f_{01}^i, \quad (12a)$$

$$\sum_k \left(b_{ik1}^{10} d_{00}^{\pm k} + b_{ik1}^{11} d_{11}^{\pm k} - a_{ik1}^{10} C_{00}^{\pm k} + \frac{1}{2} \delta_{ik} C_{11}^{\pm k} \right) = 0,$$

$$\sum_k \left(b_{ik1}^{-10} d_{\pm 11}^{\pm k} + b_{ik1}^{-1-1} d_{-11}^{\pm k} - a_{ik1}^{-10} C_{00}^{\pm k} + \frac{1}{2} \delta_{ik} C_{-11}^{\pm k} \right) = 0, \quad (12б)$$

$$\sum_k (b_{ik0}^{00} d_{01}^{\pm k} + b_{ik1}^{00} d_{00}^{\pm k} + b_{ik1}^{01} d_{11}^{\pm k} + b_{ik1}^{01} d_{-11}^{\pm k}) =$$

$$= \sum_k (a_{ik1}^{00} C_{00}^{\pm k} + a_{ik1}^{01} C_{11}^k + a_{ik1}^{01} C_{-11}^k - \delta_{ik} C_{01}^{\pm k}). \quad (12в)$$

Из уравнений (12а) находятся коэффициенты f_{00}^k , f_{01}^k , $f_{\pm 11}^k$, d_{01}^{+k} , из уравнений (12б) — коэффициенты $d_{\pm 11}^{+k}$, из уравнений (12в) с индексом $+$ — U_{21}^k , а из уравнений (12в) с индексом $-$ — искомая поправка к току фотодиода d_{01}^{-k} .

Опуская утомительные и громоздкие выкладки, приведем сразу выражение для поправки к сумме токов через все пары фотодиодов прибора

$$\sum_i J_i^i = \frac{1}{2} \sum_i d_{01}^{-i} = b \left\{ -bb^0 \sum_k F_k^{00} \text{th } \alpha_k + \sum_{i,k} \Gamma a_{ik1}^{00} (\text{th } \alpha_i - \text{th } \alpha_k) + \right.$$

$$\left. + \frac{\beta}{4} (a_{ik1}^{01} + a_{ik1}^{0-1} - 4\pi \tilde{b}_{ik}) (1 - \text{th } \alpha_k) (\text{th } \alpha_i - 1 - 2 \text{th } \alpha_k) F_k^{00} + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\beta}{4} \sum_k F_k^{00} (1 - \text{th } \alpha_k) (1 - \text{th } \alpha_k - 2 \text{th}^2 \alpha_k) + \\
& + \sum_{i,k} 2 \text{th } \alpha_i \left(F_i^{01} + 4\pi \tilde{b}_{ik} \tilde{F}_k^1 - 4\pi \tilde{\tilde{b}}_{ik} \tilde{\tilde{F}}_k^1 \right) \}.
\end{aligned}$$

Здесь

$$b^0 = \sum_i B_{ik}, \quad B_{ik} = b_{ik1}^{00} + 8\pi \left(\tilde{b}_{ii} \tilde{b}_{ik} - \tilde{\tilde{b}}_{ii} \tilde{\tilde{b}}_{ik} \right), \quad b = \sum_i (b_{ik1}^{00})^{-1}; \quad (13)$$

\tilde{b}_{ik} , \tilde{F}_k^1 и $\tilde{\tilde{b}}_{ik}$, $\tilde{\tilde{F}}_k^1$ — вещественные и мнимые части соответствующих матриц и векторов; $(b_{ik1}^{00})^{-1}$ — элемент матрицы, обратной матрице $\{b_{ik1}^{00}\}$. При этом, как было указано в [1], сумма элементов строки (столбца) указанной матрицы практически не зависит от номера этой строки (столбца).

Подставляя (13) в (1)–(4), можно найти выражение для разыскиваемой погрешности. Указанное выражение здесь не приводится, поскольку его запись занимает слишком много места.

Результаты расчетов

На рис. 1 представлены зависимости V'_ρ от ε и u' , а на рис. 2 — зависимость $\delta\varepsilon_\rho$ от l . Расчеты были выполнены для значений параметров $\gamma = 19.8$, $H = 300$ мкм, $L = 75$ мкм и $\alpha = 0.3$. Напомним, что $\alpha = (1/8)^2$ характеризует отношение шага прибора l к ширине светового пятна σ , H есть поперечный размер n^0 -области, а h — расстояние между p^+ -областями одной пары фотодиодов (см. рис. 1 работы [1]). Из рис. 1–2 видно, что в большинстве случаев отношение V'_ρ/u' остается существенно меньшим единицы. Лишь при $\varepsilon \approx 1$ и $\alpha = 0.3$, когда l сравнимо с диффузионной длиной, а ширина светового пятна существенно больше l , указанное

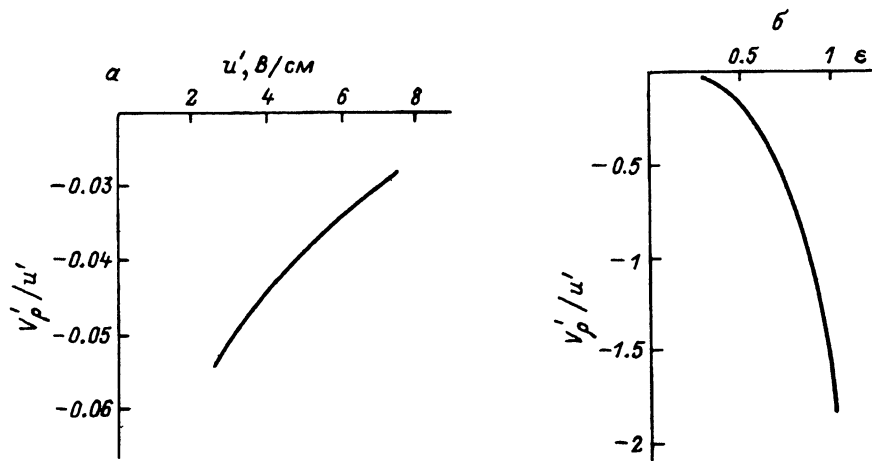


Рис. 1. Зависимость составляющей градиента координатной характеристики прибора V'_ρ от ε при $u' = 5$ В/см (а) и от u' при $\varepsilon = 0.3$ (б).

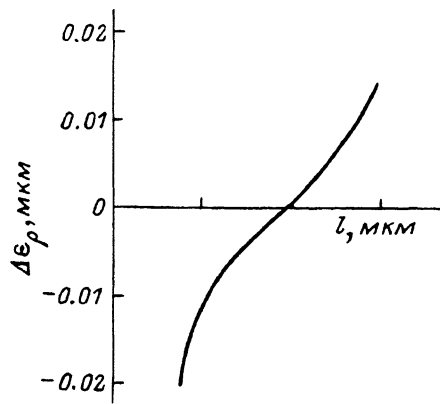


Рис. 2. Зависимость компоненты погрешности $\delta \epsilon_\rho$ от диффузной длины l при $u' = 5$ В/см.

отношение приближается к двум. Следовательно, погрешность $\delta \epsilon_\rho$ практически не превосходит 0.2 мкм, а для обычно используемой геометрии оказывается и того меньше $\sim 0.02-0.05$ мкм. Рис. 2 демонстрирует интересный результат: при некотором значении $l \approx 35$ мкм составляющая погрешности $\delta \epsilon_\rho$ становится равной нулю, а при дальнейшем уменьшении l меняет свой знак. Это явление объясняется разной скоростью убывания слагаемых в выражении (3). Возрастание же $\Delta \epsilon_\rho$ по абсолютной величине при малых l вполне возможно является артефактом и связано с тем, что при малых l , когда ρ приближается к 1, рассматриваемая модель уже перестает работать.

Необходимо также подчеркнуть, что в рассматриваемой модели пренебрегалось влиянием кривизны p^+ -области на размер слоя объемного заряда. В этом случае, как это следует из (3), погрешность прибора уменьшается при $\rho \rightarrow 0$. На самом же деле имеется некоторое оптимальное значение ρ_{opt} , сравнимое с толщиной слоя объемного заряда для плоского $p-n$ -перехода. Уменьшение ρ ниже этого значения будет сопровождаться уменьшением размера области объемного заряда, в результате чего разделение фотоносителей ухудшится и погрешность показаний прибора должна будет возрасти.

Проведенный анализ, а также результаты, полученные во II части работы [2], показывают, что влияние периодической структуры мультиска на погрешность измерения координаты центра светового пятна оказывается очень малым, что еще раз подтверждает целесообразность выполнения структуры в виде дискретных $p-n$ -переходов, а это позволяет существенно снизить величину темнового тока и повысить световую чувствительность фотоприемника.

Список литературы

- [1] Юферев В.С., Романова Е.П., Подласкин Б.Г. // ЖТФ. 1992. Т. 62. Вып. 10. С. 126-137.
- [2] Подласкин Б.Г., Романова Е.П., Токранова Н.А., Юферев В.С. // ЖТФ. 1993. Т. 63. Вып. 1. С. 131-140.

Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию
19 февраля 1993 г.