

01:09:10

©1993 г.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СПИРАЛЕТРАЕКТОРНОГО УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОНА С ПОЛЕМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА ВИДА H_{011}

*И.А.Кравцов, Е.Д.Науменко, Е.Н.Смирнов,
В.Н.Сретенский, Д.Т.Филалова,*

Рассматриваются возможности использования резонатора с колебаниями вида H_{011} в устройствах с полыми спиралетраекторными ультрарелятивистскими потоками электронов. Приводятся результаты машинного расчета процессов энергообмена между полем резонатора H_{011} и ультрарелятивистским электроном, движущимся по осецентричной спирали. Показываются преимущества резонатора H_{011} по сравнению с резонатором E_{010} для реализации метода гиперклистронной модуляции.

Особенности клистронной модуляции ультрарелятивистских электронных потоков

Применение полых цилиндрических ультрарелятивистских потоков с движением электронов по траекториям, имеющим форму осецентричной спирали, открывает возможность достижения глубокой модуляции осевой составляющей скорости и осуществление эффективного осевого клистронного группирования электронных сгустков на участке дрейфа. Анализ показывает, что пределы достижения глубины модуляции осевой скорости ультрарелятивистских электронов, движущихся по прямолинейным траекториям, параллельным оси, являются ограниченными. Для оценки последнего воспользуемся цилиндрической системой координат (φ, ρ, z) и запишем значение релятивистского фактора

$$\gamma = \frac{eV + m_0c^2}{m_0c^2} = [1 - (\beta_\varphi^2 + \beta_\rho^2 + \beta_z^2)]^{-1/2},$$

где e , m_0 , eV — заряд, масса покоя, кинетическая энергия электрона; c — скорость света; $\beta_\varphi^2 + \beta_\rho^2 + \beta_z^2$ — скорость электрона.

Для прямотраекторного электрона

$$\beta_z = (1 - \gamma^{-2})^{1/2} \quad \text{и} \quad \frac{d\beta_z}{d\gamma} = \gamma^{-3}(1 - \gamma^{-2})^{-1/2}.$$

Поле в рабочем зазоре группирующего резонатора клистрона модулирует энергию электрона и, следовательно, фактор γ по синусоидальному закону

$$\gamma = \gamma_0(1 + M_\gamma \sin \omega t),$$

где $M_\gamma = \Delta\gamma_{\max}\gamma_0^{-1}$ — коэффициент модуляции γ .

В результате происходит модуляция осевой скорости по закону $\beta_z = \beta_{z_0}(1 + M_{\beta_z} \sin \omega t)$, где $M_{\beta_z} = \Delta\beta_{z\max}\beta_{z_0}^{-1}$ — коэффициент модуляции осевой скорости. С учетом того, что

$$\Delta\beta_{z\max} \simeq \Delta\gamma_{\max} \left(\frac{d\beta_z}{d\gamma} \right)_0$$

при $\gamma_0 \gg 1$, запишем выражение

$$M_{\beta_z} = M_\gamma \gamma_0^{-2}, \quad (1)$$

из которого следует, что в ультрарелятивистской области величина M_{β_z} всегда мала и процесс клистронного группирования электронов, движущихся по прямолинейным траекториям, неэффективен.

Другие возможности процесса клистронного группирования электронов имеются для спиралетракторного ультрарелятивистского электрона. Для рассмотрения этого случая введем упрощающее предположение в отношении независимости от осевой координаты z магнитного поля, которое постоянно во времени и осесимметрично в пространстве. В результате пролета рабочего зазора клистронного группирователя в виде резонатора, возбуждаемого волнами E_{010} , величина γ модулируется, как и в рассмотренном выше случае, по синусоидальному закону. Линии магнитного поля в таком резонаторе имеют форму концентрических окружностей, и это поле создает радиально силу Лоренца, действующую на прямоэлектронный и спиралетракторный электроны. Однако в приосевой области высокочастотное магнитное поле относительно слабое и действием этой силы можно пренебречь. Линии электрического поля в зазоре параллельны оси, и поле в зазоре не влияет на вращение электрона. В данном случае величина тангенциальной составляющей импульса электрона сохраняется постоянной, следовательно, $\gamma\beta_\varphi = C$, где $C = \gamma_0\beta_{z_0}$ — константа, которая зависит от начальных условий формирования спирали. Выразим β_γ через β_z и γ . Введя обозначение $\gamma_{\text{stop}}^2 = C^2 + 1$, получим

$$\beta_z = (1 - \gamma_{\text{stop}}^2 \gamma^{-2})^{1/2},$$

$$\frac{d\beta_z}{d\gamma} = \gamma_{\text{stop}}^2 \gamma^{-3} (1 - \gamma_{\text{stop}}^2 \gamma^{-2})^{-1/2}. \quad (2)$$

По аналогии с (1) запишем

$$M_{\beta_z} = M_\gamma \gamma_{\text{stop}}^2 \gamma_0^{-2} \beta_{z_0}^{-2}. \quad (3)$$

Физический смысл γ_{stop} состоит в том, что если в результате отбора энергии в рабочем зазоре группирующего резонатора величина γ уменьшается до значения γ_{stop} , то шаг спирали и β_z обращаются в нуль. При

более сильном отборе энергии ($\gamma < \gamma_{\text{stop}}$) происходит отражение вращающегося электрона в магнитном зеркале. Значения величины γ_{stop} и β_{z_0} зависят от угла подъема спирали. В ультрарелятивистском случае при увеличении отношения шага спирали к ее радиусу γ_{stop} и β_{z_0} приближаются к единице. Если отношение шага к радиусу стремится к нулю, то γ_{stop} стремится к γ_0 , а β_{z_0} стремится к нулю. Из (2) следует, что глубина модуляции β_z спиралетраекторного электрона совпадает с глубиной модуляции β_z прямотраекторной условной гиперчастицы, энергия и заряд которой равны энергии и заряду электрона, а масса составляет $\gamma_{\text{stop}} m_0$. Поэтому процесс осевого группирования спиралетраекторных электронов получил наименование гиперклистронного [1]. Необходимо обратить внимание на то, что масса условной гиперчастицы не равна реальной релятивистской массе электрона $\gamma_0 m_0$, поскольку $\gamma_{\text{stop}} < \gamma_0$.

Поскольку $C = \gamma_0 \beta_{\varphi_0}$, то при $\gamma_0 \beta_{\varphi_0} \gg 1$ из (3) получим

$$M_{\beta_z} \simeq M_{\gamma} \beta_{\varphi_0}^2 \beta_{z_0}^2. \quad (4)$$

Из (3) и (4) следует, что имеется возможность осуществления глубокой модуляции осевой скорости спиралетраекторных электронов и эффективного гиперклистронного группирования трубчатого потока при сколь угодно высоком значении γ_0 .

Эффективность гиперклистронного группирования обусловлена не только возможностью достижения глубокой модуляции осевой составляющей скорости ультрарелятивистских электронов. Существенным фактором является магнитодинамическое притяжение электронов, движущихся по соседним спиральным траекториям. Осевые составляющие этих стягивающих сил частично компенсируют осевое кулоновское расталкивание электронов, препятствующее формированию плотных сгустков. Расчеты группирования спиралетраекторных потоков выходят за рамки данного рассмотрения, посвященного исследованию возможности использования в качестве группирователей цилиндрических резонаторов, в которых возбуждаются колебания вида H_{011} .

В обычном ультрарелятивистском клистроне прямолинейные траектории электронов совпадают с линиями электрического поля в рабочем зазоре группирующего резонатора E_{010} . При спиральной форме траектории можно использовать взаимодействие электронов с кольцевыми линиями электрического поля группирующего резонатора H_{011} [2]. Осевая протяженность резонатора E_{010} может быть выбрана сколь угодно малой, что позволяет работать с малым углом пролета. Время пролета резонатора H_{011} принципиально превышает полпериода, поскольку его геометрическая осевая длина всегда больше половины длины волны в свободном пространстве, а осевая составляющая скорости электрона меньше скорости света.

Тем не менее, как будет показано ниже, обмен энергией электрона с полем H_{011} может быть достаточно эффективным, поскольку напряженность электрического поля у торцевых крышек мала и основное энергетическое взаимодействие происходит в ограниченной центральной зоне резонатора.

Для упрощения расчета можно исключить анализ движения электрона в полости резонатора и рассмотреть обобщенный импульс электрона для зон вне полости — до влета в резонатор и после вылета, как это сделано в работе [2], где предполагалось сохранение осецентричности

вращения электрона после пролета резонатора. Оценочные результаты этой работы показали принципиальную возможность осуществления достаточно глубокой модуляции осевой составляющей скорости электронов. Однако указанное выше предположение осталось недостаточно обоснованным.

Оценка осецентричности спиральной траектории

Для решения данной задачи приведем численные расчеты движения спиралетраекторного ультрарелятивистского электрона в поле цилиндрического резонатора вида H_{011} . Исходные численные значения параметров были следующие: начальная энергия электрона 10 МэВ, начальные значения азимутальной и осевой составляющих скорости электронов равны ($\beta_{\varphi_n} = \beta_{z_n}$). Параметры поля резонатора подбирались так, чтобы приращение энергии электрона после пролета резонатора имело величину 0.5 МэВ. Рабочая частота резонатора была выбрана 3 ГГц. Конструкция резонатора представлена на рис. 1, в торцевых крышках резонатора прорезаны кольцевые щели для пролета электронов, конструктивные элементы крепления центральных дисков не показаны. Радиус щели выбран так, чтобы электроны пролетали магнитное поле резонатора в минимуме радиального распределения B и максимуме поля E_{φ} . Для заданного значения рабочей частоты геометрические размеры цилиндрической полости такие: радиус $R = 0.11$ м, осевая длина $l = 0.06$ м, средний радиус щели $R_{щ} = 0.053$ м.

Компоненты электромагнитного поля в полости выражаются следующим образом:

$$E_{\varphi} = -E_{\max} J_1(a\rho) \sin(bz) \cos(\omega t + \psi_0), \quad (5)$$

$$B_{\rho} = -2.8 \cdot 10^{-9} E_{\max} J_1(a\rho) \cos(bz) \sin(\omega t + \psi_0), \quad (6)$$

$$B_z = 1.85 \cdot 10^{-9} E_{\max} J_1(a\rho) \sin(bz) \sin(\omega t + \psi_0), \quad (7)$$

$$E_{\rho} = E_z = B_{\varphi} = 0, \quad (8)$$

где $a = 34.84 \text{ м}^{-1}$, $b = 52.36 \text{ м}^{-1}$, $\omega = 1.885 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$.

Зададим максимальное значение электрического поля в пространстве и времени $E_{\max} = 5 \cdot 10^7 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1}$. Поскольку линии электрического поля данного вида колебаний замкнуты и их концы не упираются в стенки, то электрическая прочность вакуума обеспечивается. Начало оси z совмещено с торцевой поверхностью входной стенки резонатора. Значение ψ задает фазу входа электронов.

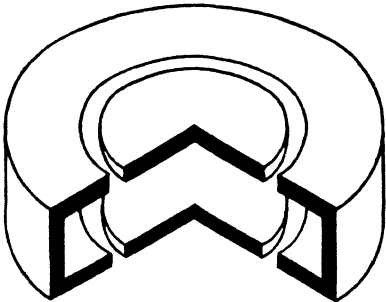


Рис. 1. Конструкция резонатора H_{011} .

Динамическое уравнение движения электрона, решение которого определяет траекторию, запишем в виде [3]

$$\frac{d}{dt} \mathbf{V} = \frac{e}{m_0 \gamma} \left\{ \mathbf{E} + [\mathbf{V} \times \mathbf{B}] - \frac{1}{c^2} \mathbf{V} \cdot (\mathbf{V} \cdot \mathbf{E}) \right\}, \quad (9)$$

где $\mathbf{V} = \beta c$, а вектор \mathbf{B} представляет сумму векторов индукции постоянного магнитного поля \mathbf{B}_0 и индукции высокочастотного магнитного поля резонатора.

Для того чтобы радиус вращения электрона совпадал с R_m , требуется индукция постоянного магнитного поля $B_0 = 0.47$ Тл. При численном интегрировании уравнения (9) использовался дискретный интервал времени, составляющий $1/360$ периода колебаний. Находились значения β_φ , β_ρ , β_z . Значения релятивистского фактора γ находились путем решения уравнения

$$\frac{d}{dt} \gamma = \frac{e}{m_0 c^2} \mathbf{V} \cdot \mathbf{E}. \quad (10)$$

Полученные таким образом значения γ определяются энергетически соотношениями и не зависят от значений составляющих скорости в заключительный момент интервала. Это позволяет находить параметр $\Delta_{(i+1)}$ для каждого дискретного интервала счета, значение которого характеризует точность расчета следующим образом:

$$\Delta_{(i+1)} = \left| \gamma_{(i+1)} - \left[1 - \left(\beta_{\gamma(i+1)}^2 + \beta_{\rho(i+1)}^2 + \beta_{z(i+1)}^2 \right) \right]^{-1/2} \gamma_{(i+1)}^{-1} \right|. \quad (11)$$

Максимальное значение $\Delta_{(i+1)}$ не превышало 10^{-3} для всех интервалов счета.

Результаты расчетов

Обозначим начальные значения параметров индексом n , а финальные — индексом ϕ . В соответствии с выбором исходных величин в расчет были введены значения $\gamma_n = 20.57$, $\beta_{\varphi n} = \beta_{z n} = 0.7062846$, $\beta_{\rho n} = 0$. Серия расчетов определила значения начальных фаз поля резонатора: для режима максимального торможения $\psi_0^T = \pi/6$, для режима максимального

Расчетные значения параметров движения спиралетраекторного электрона в резонаторе H_{011}

Параметр	Начальное значение	Финальное при торможении	Финальное при ускорении
γ	20.57	19.54285	21.58482
β_z	0.7062846	0.6668054	0.7381561
β_φ	0.7062846	0.7452455	0.6744264
β_ρ	0.0	0.0012496	0.0004693
$ \rho_\phi - \rho_n $	—	$8.2 \cdot 10^{-4}$	$2.1 \cdot 10^{-4}$
ρ_n	—	$1.1 \cdot 10^{-4}$	$1.2 \cdot 10^{-4}$
$\frac{ \gamma_0 \beta_{\varphi \phi} - \gamma_n \beta_{\varphi n} }{\gamma_n \beta_{\varphi n}}$	—	$1.1 \cdot 10^{-4}$	$1.2 \cdot 10^{-4}$

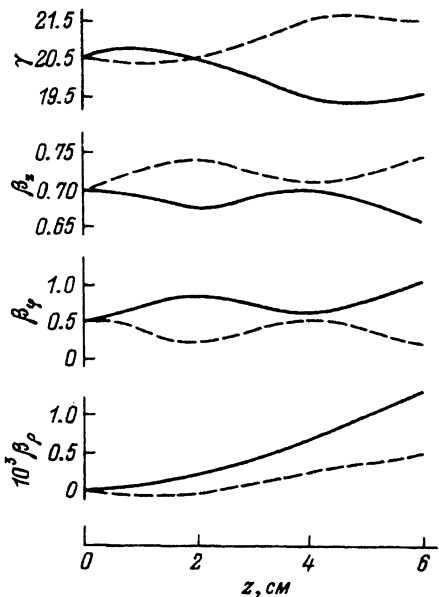


Рис. 2. Графики зависимости параметров движения спиралетраекторного потока электронов от координаты длины резонатора.

ускорения $\psi_0^D = -(5\pi/6)$. В первом случае электрон пересекает экваториальную плоскость резонатора ($z = 0.03$ м) в момент максимального тормозящего электрического поля, во втором — максимально ускоряющего. Финальные значения параметров для указанных двух случаев приведены в таблице. На рис. 2 представлены графики параметров движения электронов в зависимости от координаты z : пунктир — ускорение, сплошные линии — торможение. Данные рис. 2 и таблицы свидетельствуют о том, что максимальные относительные отклонения значений радиуса спирали траекторного потока электронов, а также параметра $\gamma\beta_\varphi$ не превышают $\Delta_{\max} = 10^{-3}$. Заметим, что такие же условия, т.е. постоянство радиуса вращения электрона, сохранение осевой симметрии спирали и постоянство параметра $\gamma\beta_\varphi$, выполняются для резонатора E_{010} , если не учитывать действия высокочастотного магнитного поля (о допустимости пренебрежения действием магнитного поля сказано выше во Введении). Осевое электрическое поле резонатора E_{010} не влияет на вращение электрона, а постоянное во времени магнитное поле пространственно однородно. Указанные выше соотношения связаны с постоянством азимутальной составляющей механического импульса электрона, движущегося по спирали. В резонаторе H_{011} электрическое поле изменяет вращение электрона, причем ускоряющее поле вызывает уменьшение β_ψ , что представляется парадоксальным.

Анализ промежуточных значений результатов вычисления позволяет выявить причины этой аномалии. Эффект обусловлен действием высокочастотного магнитного поля резонатора H_{011} . Радиальная составляющая этого поля создает силу Лоренца, действующую на электрон, движущийся по спирали, которая содержит азимутальную и осевую составляющие. Если электрон пересекает экваториальную плоскость резонатора ($z = 0.03$ м) в момент максимума ускоряющего поля E_φ , то указанные составляющие силы Лоренца увеличивают β_z и уменьшают β_φ , при этом соблюдается условие $\gamma\beta_\varphi = \text{const}$. Радиальная сила Лоренца высокоча-

стотного магнитного поля равна нулю, поскольку в данном случае спираль проходит на радиусе нулевого значения осевого высокочастотного магнитного поля. Следовательно, условие равновесного вращения электрона определяется соотношением

$$\rho_0 = c \left(\frac{\epsilon}{m_0} \right)^{-1} \gamma \beta_\varphi B^{-1} = \text{const} = \rho_n.$$

Заметим, что приведенные выше соображения не являются априорными, а представляют следствие результатов вычисления. Парадоксальное явление уменьшения β_φ при действии ускоряющего поля E_φ представляет один из вариантов эффекта “отрицательной массы”: несмотря на то что при действии ускоряющего электрического поля линейная скорость движения электрона по спирали увеличивается, линейная скорость вращательного движения уменьшается, поскольку рост релятивистской массы электрона γm_0 приводит к уменьшению циклотронной угловой частоты вращения, а радиус вращения ρ_0 сохраняется постоянным.

Таким образом, показано, что при данных условиях характер изменения движения спиралетраекторного ультрарелятивистского электрона при действии полей резонаторов E_{010} и H_{011} одинаков.

Перспективы применения резонатора H_{011}

Из данных таблицы следует $M_\gamma = 0.05$, $M_{\beta_z} = 0.05$, что соответствует формуле (4). Рассчитанный режим модуляции β_z представляет практический интерес — может обусловить достаточно эффективный процесс гиперклистронного группирования. Поскольку приращение энергии электрона (положительное и отрицательное) в рассмотренном примере составляет 0.5 МэВ, то резонатор H_{011} может найти применение также и в качестве резонатора мощного клистрона или в качестве резонатора накачки энергии линейного ускорителя электронов. В ультрарелятивистском клистроне выходную энергию должна отбирать цепочка резонаторов [4]. В ультрарелятивистском клистроне со спиралетраекторным трубчатый электронным потоком при энергии 10 МэВ выходная цепочка, составленная из шестнадцати резонаторов H_{011} , с рассчитанными выше параметрами понизит энергию электронов сгруппированного сгустка до 2 МэВ, что соответствует КПД порядка 80%. При этом надлежащий подбор фаз позволит подгруппировать кольцеобразный электронный сгусток в каждом из резонаторов цепочки.

С конструктивно-технологической точки зрения резонаторы H_{011} имеют преимущества по отношению к резонаторам E_{010} . Во-первых, кольцевые пролетные щели резонатора H_{011} идеально прозрачны для трубчатого электронного потока и вместе с тем практически непроницаемы для электромагнитного поля, поскольку не прерывают линии тока в стенках резонатора. Во-вторых, при заданных радиальных размерах трубчатого потока резонатор H_{011} может работать на более высокой частоте. В рассмотренном выше примере частота колебаний резонатора составляет 3 ГГц, а в случае применения резонатора E_{010} для такого же потока максимальное значение частоты колебаний составит 0.6 ГГц.

Резонатор, представленный на рис. 1, образован полуволновым отрезком круглого волновода с волной H_{01} . Для практического использования целесообразно применить резонатор в виде отрезка коаксиальной

линии с волной H_{01} , поскольку в первом случае в полость резонатора должен быть введен диэлектрический стержень для крепления торцевых дисков, а во втором случае конструкция резонатора будет цельнометаллической. Для перехода к коаксиальному резонатору H_{011} в резонаторе рис. 1 торцевые диски необходимо скрепить осевым металлическим стержнем. Если диаметр этого стержня будет относительно малым, например для рис. 1 порядка 3 мм, то результаты расчета будут мало отличаться от приведенных выше. В случае конструкции цепочек коаксиальных резонаторов H_{011} необходимо предусмотреть на всей ее длине осевой стержень, к которому будут крепиться торцевые диски всех резонаторов.

Выводы

Анализ результатов серии численных расчетов взаимодействия ультрарелятивистского электрона, движущегося в однородном постоянном магнитном поле по осесимметричной спиральной траектории с электромагнитным полем вида H_{011} в полном цилиндрическом резонаторе, указывает на то, что при надлежащем выборе начального радиуса спирали величина этого радиуса в дальнейшем сохраняется постоянной. Следствием этого является постоянство параметра $\gamma\beta_\varphi$, для резонатора H_{011} справедлива формула (2), выведенная для резонатора E_{010} . Все это свидетельствует о корректности выводов работы [2].

Коаксиальные резонаторы, работающие на виде колебаний H_{011} , могут найти применение в качестве группирователей и выходных резонаторов ультрарелятивистских спиралетраекторных мощных гиперклистронных усилителей СВЧ, а также в качестве резонаторов накачки энергии спиралетраекторных линейных ускорителей электронов.

Авторы посвящают данную работу светлой памяти А.З.Хайкова, который был одним из инициаторов проведения исследований возможности применения резонаторов H_{011} для управления движением трубчатых спиралетраекторных ультрарелятивистских электронных потоков.

Список литературы

- [1] Девятков Н.Д., Науменко Е.Д., Сретенский В.Н., Филимонова Т.Н. // РиЭ. 1984. Т. 29. № 7. С. 1401–1404.
- [2] Науменко Е.Д., Сретенский В.Н., Филимонова Т.Н. // РиЭ. 1981. Т. 26. № 1. С. 188–189.
- [3] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Физматгиз, 1962. С. 422.
- [4] Науменко Е.Д., Пролейко В.М., Сретенский В.Н. // Электронная пром-сть. 1983. № 10. С. 50–54.

Научно-исследовательский институт
физических проблем им. Ф. В. Лукина
Москва

Поступило в Редакцию
12 августа 1992 г.