

01;07

©1993 г.

## СТРУКТУРА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В РАВНОМЕРНО ИЗОГНУТЫХ ЛЕНТООБРАЗНЫХ ВОЛНОВОДАХ РЕНТГЕНОВСКОГО ДИАПАЗОНА

*В.А.Бушцев, М.Н.Оруджалиев*

На основе волновой теории рассмотрены основные характеристики цилиндрически изогнутых лентообразных волноводов рентгеновского диапазона. Найдена пространственная и модовая структуры поля для случаев транспортировки рентгеновского излучения в режимах поочередных отражений и скользящих мод. Проведено сопоставление с результатами, полученными в приближении геометрической оптики.

### Введение

В последнее время значительно возрос интерес к исследованиям по транспортировке, повороту и фокусировке пучков рентгеновского излучения с длиной волны  $\lambda \sim 1-10 \text{ \AA}$  с помощью широкополосных элементов оптики скользящего падения, основанных на явлении полного внешнего отражения (ПВО) [1]. В [2] для поворота рентгеновского излучения предложено использовать вогнутые цилиндрические зеркала. Их основные характеристики подробно рассмотрены как в приближении геометрической оптики [3], так и в строгом волновом подходе [4]. Транспортировка рентгеновских пучков в прямых и изогнутых капиллярах исследовалось экспериментально и теоретически в [1,5-8].

В работах [9,10] предложено использовать в качестве отклоняющих систем лентообразные волноводы (ЛВ), образованные двумя цилиндрическими поверхностями с узким зазором между ними. В рамках геометрической (лучевой) оптики исследована зависимость коэффициента пропускания рентгеновских пучков от радиуса изгиба, длины и ширины канала рентгеновода, от угла падения и расходимости пучка. Рентгеновские лучи в изогнутом ЛВ могут распространяться как в режиме поочередных отражений от обеих стенок волновода, так и в режиме так называемых шепчущих (скользящих) мод, при котором многократные отражения осуществляются только от вогнутой поверхности. Показана возможность поворота пучка жесткого рентгеновского излучения на несколько градусов с эффективностью несколько десятков процентов.

В настоящей работе задача о транспортировке рентгеновского излучения в изогнутом лентообразном волноводе рассмотрена в рамках волновой теории. Определена пространственная модовая структура поля внутри рентгеновода при различных радиусах изгиба и ширинах канала. Проведено сопоставление с результатами, полученными в приближении геометрической оптики.

### Волновое уравнение

Рассмотрим пространственную структуру электромагнитного поля  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  в равномерно изогнутом лентообразном волноводе, образованном двумя цилиндрически изогнутыми гладкими поверхностями  $A$  и  $B$  с радиусами изгиба  $R$  и  $R - d$  соответственно. Рассмотрим для определенности случай поперечного магнитного поля, т.е.  $H_y = 0$ , где ось  $y$  направлена вдоль оси цилиндрической системы координат  $(r, \varphi, y)$ . В силу симметрии задачи поле  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ , распространяющееся в плоскости, перпендикулярной оси  $y$ , не зависит от координаты  $y$ . Решение будем искать в виде  $E(r, \varphi) = E(r) \exp(i\nu\varphi)$ , где  $\nu$  — подлежащая определению постоянная распространения. Тогда компонента  $E_y \equiv E$  электрического поля удовлетворяет волновому уравнению Бесселя для радиальной части поля  $E(r)$  [11]

$$\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E}{\partial r} + \left( \varepsilon k^2 - \frac{\nu^2}{r^2} \right) E = 0, \quad (1)$$

где  $k = 2\pi/\lambda$ ;  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость, которая зависит от координаты  $r$  следующим образом:  $\varepsilon = 1$  при  $R - d < r < R$  (область 2) и  $\varepsilon = 1 - \chi$  в стенках ЛВ, т.е. при  $r \gg R$  (область 1) и  $r < R - d$  (область 3).

Типичные значения рентгеновской поляризуемости  $\chi = \delta - i\beta \sim \sim 10^{-3} - 10^{-5}$ . Компонента  $H_\varphi$  магнитного поля выражается через  $E$  с помощью соотношения  $H_\varphi = (i/k)\partial E/\partial r$ .

Общее решение уравнения (1) может быть представлено в виде линейной комбинации цилиндрических функций порядка  $\nu$ , т.е. функций Бесселя  $J_\nu$  и Неймана  $N_\nu$ , или функций Ганкеля первого и второго рода  $H_\nu^{(1)}$  и  $H_\nu^{(2)}$  [12]. Точное решение, удовлетворяющее условию затухания поля вдали от границы  $r = R$  при  $r \rightarrow \infty$  и не имеющее особенностей при  $r \rightarrow 0$ , записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} E_1(r) &= A_1 H_\nu^{(1)}(kr\sqrt{\varepsilon}), & r > R, \\ E_2(r) &= A_2 J_\nu(kr) + B_2 N_\nu(kr), & R - d < r < R, \\ E_3(r) &= A_3 J_\nu(kr\sqrt{\varepsilon}), & r < R - d. \end{aligned} \quad (2)$$

Связь между коэффициентами при цилиндрических функциях в (2) и дисперсионное уравнение для нахождения искомого значения  $\nu$  определяются из условий непрерывности электрического и магнитного полей на границах  $r = R$  и  $r = R - d$ .

Преобразуем уравнение (1) к другому эквивалентному виду, что позволяет упростить общее рассмотрение. Произведем в (1) подстановку

$E(r) = F(r)/\sqrt{kr}$ , с помощью которой можно исключить первую производную по координате. В итоге получим следующее дифференциальное уравнение для функции  $F(r)$ :

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \left( \varepsilon k^2 - \frac{\nu^2 - 1/4}{r^2} \right) F = 0. \quad (3)$$

Отметим, что уравнение (3) является точным. Дальнейшее упрощение возможно при рассмотрении практически интересного случая слабоизогнутых и тонких ЛВ, т.е. при условии  $d \ll R$ . Введем новую переменную  $\rho = R - r$  и пренебрежем членами второго порядка малости в разложении функции  $1/r^2$  в (3) по параметру  $\rho/R \ll 1$ . Обозначим  $\gamma = \nu/R$  и представим величину  $\gamma$  в виде суммы  $\gamma = \gamma_0 + \gamma_1$ , где  $\gamma_0 = k \cos \alpha$  — продольное волновое число для плоского ЛВ,  $\gamma_1 \ll \gamma_0$ , причем  $\gamma_1 \rightarrow 0$  при  $R \rightarrow \infty$ . Явный вид дискретных значений угла  $\alpha$  будет приведен в следующем разделе. Поскольку  $\alpha \ll 1$ , то  $\nu^2 \approx k^2 R^2 \gg 1$  и величиной  $1/4$  в (3) можно пренебречь по сравнению с  $\nu^2$ . Введем безразмерную координату  $\xi = \rho/bR$ , где малый параметр  $b = (2k^2 R^2)^{-1/3} \ll 1$  находится из условия обращения в единицу коэффициента  $2b^3 k^2 R^2$  при линейном по  $\xi$  члене в (3). В итоге получим следующее приближенное волновое уравнение типа уравнения Эйри  $F''(t) - tF(t) = 0$ :

$$F'' + [b^2 R^2 (\varepsilon k^2 - \gamma^2) - \xi] F = 0. \quad (4)$$

Если в (4) положить  $\alpha = 0$ , т.е. рассматривать осевое падение излучения на изогнутый ЛВ, при котором реализуется только режим шепчущих мод и влиянием поверхности  $B$  можно пренебречь, то (4) сведется к соответствующему уравнению для поля в вакууме, полученному в работе [4] при анализе отражения от вогнутого зеркала.

Уравнение (4) имеет решение в виде линейной комбинации функций Эйри  $Ai(t)$  и  $Bi(t)$ . При положительных значениях аргумента  $t$  эти функции соответственно убывают и возрастают практически экспоненциально, а при  $t < 0$  имеют вид слабозатухающих осцилляций с изменяющимся периодом [12]. Воспользуемся асимптотическими выражениями [12] для функций Эйри и их первых производных при  $t \gg 1$

$$Ai(t) \approx \frac{1}{2\sqrt{\pi}} t^{-1/4} \exp\left(-\frac{2}{3}t^{3/2}\right), \quad Bi(t) \approx \frac{1}{\sqrt{\pi}} t^{-1/4} \exp\left(\frac{2}{3}t^{3/2}\right), \quad (5.1)$$

$$Ai'(t) = -t^{1/2} Ai(t), \quad Bi'(t) = t^{1/2} Bi(t). \quad (5.2)$$

С учетом требования быстрого затухания поля в стенках  $A$  и  $B$  для электрического поля в областях 1–3 получим

$$\begin{aligned} F_1(\xi) &= A_1 Bi(\xi + p_1), & \xi < 0, \\ F_2(\xi) &= A_2 Ai(\xi - p_2) + B_2 Bi(\xi - p_2), & 0 < \xi < \xi_d, \\ F_3(\xi) &= A_3 Ai(\xi + p_1), & \xi > \xi_d, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$p_1 = b^2 R^2 \kappa_1^2, \quad p_2 = b^2 R^2 \kappa_2^2, \quad \xi_d = d/bR, \\ \kappa_1 = (\gamma^2 - \varepsilon k^2)^{1/2}, \quad \kappa_2 = (k^2 - \gamma^2)^{1/2}. \quad (7)$$

Заметим, что здесь мы не учитываем эффект прохождения в глубь среды волны, падающей на изогнутую поверхность даже при углах скольжения  $\vartheta < \vartheta_c$ , где  $\vartheta_c = \sqrt{\delta}$  — критический угол ПВО. Это явление рассматривалось в работе [4], в которой показано, что коэффициент отражения от цилиндрического зеркала несколько меньше единицы даже при отсутствии поглощения (т.е. при  $\beta = 0$ ). Однако этот эффект становится существенным лишь при чрезвычайно малых радиусах изгиба  $R \lesssim 1$  см. В нашем же случае, т.е. при анализе углов изгиба  $\psi \sim 1-5^\circ$  и длинах ЛВ  $l \sim 0.1-1$  м, радиусы изгиба  $R = l/\psi$  составляют 1-50 м. Поэтому этим эффектом можно пренебречь.

Легко показать, что, несмотря на зависящую от координаты функцию  $1/\sqrt{kr}$ , которая связывает между собой поле  $E(r)$  и функцию  $F(r)$ , непрерывность электрического и магнитного полей на границах  $\xi = 0$  и  $\xi = \xi_d$  эквивалентна непрерывности функции  $F(\xi)$  и ее производной  $F'(\xi)$ . Отсюда, исключая коэффициенты  $A_1$  и  $A_3$  и учитывая (5.2), получим следующую систему уравнений:

$$A_2 \left[ Ai'(-p_2) - p_1^{1/2} Ai(-p_2) \right] + B_2 \left[ Bi'(-p_2) - p_1^{1/2} Bi(-p_2) \right] = 0, \\ A_2 \left[ Ai'(\xi_d - p_2) + (p_1 + \xi_d)^{1/2} Ai(\xi_d - p_2) \right] + \\ + B_2 \left[ Bi'(\xi_d - p_2) + (p_1 + \xi_d)^{1/2} Bi(\xi_d - p_2) \right] = 0. \quad (8)$$

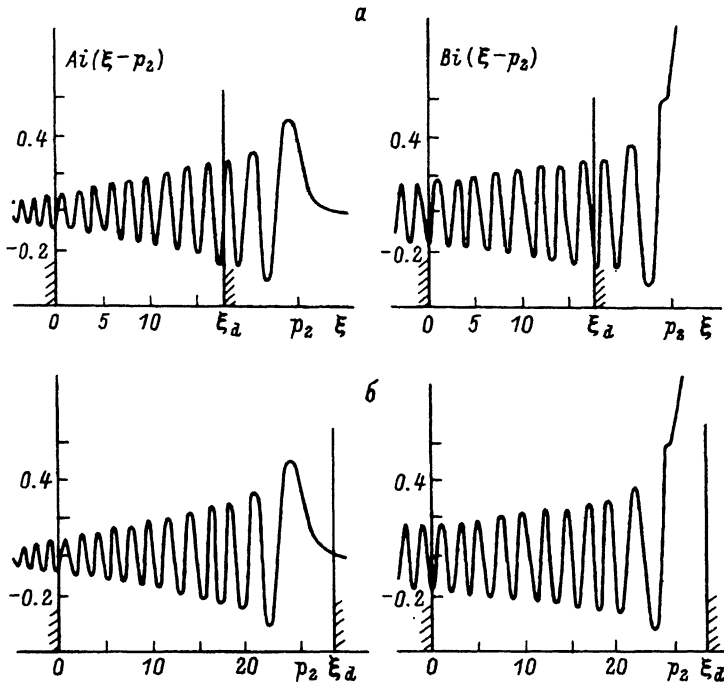
Дисперсионное уравнение для определения постоянной распространения  $\gamma$  следует из условия обращения в нуль детерминанта системы (8). Проанализируем ниже характерные особенности пространственной структуры поля в зависимости от различных параметров рентгеновода.

### Режим поочередных отражений

Рассмотрим вначале ситуацию, когда пространственное распределение поля в ЛВ представляет собой осциллирующую структуру, близкую к стоячей рентгеновской волне типа  $A \sin \kappa_2 \rho + B \cos \kappa_2 \rho$ , характерной, как известно [11], для прямого волновода. На языке геометрической оптики это соответствует режиму поочередных отражений рентгеновских лучей от обеих стенок  $A$  и  $B$  изогнутого волновода.

Потребуем, чтобы аргументы функций Эйри в (8) были отрицательными, т.е. выполнялось условие  $\xi_d < p_2$ . Это отвечает случаю достаточно больших радиусов изгиба и малых ширин канала ЛВ. Асимптотическое поведение функций Эйри и их производных при отрицательных аргументах и  $t \gg 1$  имеет вид [12]

$$Ai(-t) \approx \frac{1}{\sqrt{\pi}} t^{-1/4} \sin Q, \quad Bi(-t) \approx \frac{1}{\sqrt{\pi}} t^{-1/4} \cos Q, \quad Q(t) = \frac{2}{3} t^{3/2} + \frac{\pi}{4}, \quad (9.1)$$



Функции Эйри. Вертикальные линии  $\xi = 0$  и  $\xi = \xi_d$  — положение стенок волновода  $A$  и  $B$  для случаев транспортировки излучения в режимах поочередных отражений (а) и скользящих мод (б) соответственно.

$$Ai'(-t) = -t^{1/2} Bi(-t), \quad Bi'(-t) = t^{1/2} Ai(-t). \quad (9.2)$$

Пространственное распределение функций Эйри, в том числе в интервале  $0 \leq \xi \leq \xi_d$ , представлено на рисунке, а.

Подставляя (9) в систему (8), получаем дисперсионное уравнение

$$\operatorname{tg}(Q_1 - Q_2) = \frac{q_1 + q_2}{1 - q_1 q_2}, \quad (10)$$

где  $Q_1 = Q(p_2)$ ,  $Q_2 = Q(p_2 - \xi_d)$ ,

$$q_1 = \frac{\varkappa_1}{\varkappa_2}, \quad q_2 = \left( \frac{\varkappa_1^2 + k^2 \vartheta_0^2}{\varkappa_2^2 - k^2 \vartheta_0^2} \right)^{1/2}, \quad \vartheta_0^2 = \frac{2d}{R}.$$

Входящие в (10) величины удобно представить в следующем виде, позволяющем проводить наглядное сопоставление с результатами рассмотренного в [10] геометро-оптического приближения:

$$\begin{aligned} \varkappa_1 &= k(\chi - \vartheta_A^2)^{1/2}, & \varkappa_2 &= k\vartheta_A, \\ (\varkappa_1^2 + k^2 \vartheta_0^2)^{1/2} &= k(\chi - \vartheta_B^2)^{1/2}, & (\varkappa_2^2 - k^2 \vartheta_0^2)^{1/2} &= k\vartheta_B, \\ \vartheta_A^2 &= \alpha^2 - \frac{2\gamma_1}{k}, & \vartheta_B &= (\vartheta_A^2 - \vartheta_0^2)^{1/2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Действительные части  $\vartheta_A$  и  $\vartheta_B$  отвечают углам скольжения рентгеновских лучей по отношению к поверхностям  $A$  и  $B$  соответственно. Из условия  $\xi_d < p_2$  и (11) следует, что режим поочередных отражений реализуется при углах  $\vartheta_A > \vartheta_0$ . В обратном случае величина (угол)  $\vartheta_B$  становится мнимой, что соответствует отсутствию реальных отражений от выпуклой поверхности  $B$ , т.е. отвечает режиму шепчущих мод (см. в следующем разделе).

Для решения дисперсионного уравнения (10) ограничимся случаем слабоизогнутого тонкого ЛВ, для которого  $\xi_d/p_2 = \vartheta_0^2/\vartheta_A^2 \ll 1$  (на практике достаточно потребовать  $\vartheta_A \gtrsim 3\vartheta_0$ ). Тогда для аргумента тангенса в (10) имеем  $Q_1 - Q_2 = \kappa_2 d$ , а  $q_2 = q_1(1 + \eta)$ , где

$$\eta = \frac{1}{2}k^2\vartheta_0^2(\kappa_1^{-2} + \kappa_2^{-2}) \ll 1. \quad (12)$$

В результате придем к дисперсионному уравнению, аналогичному по форме к соответствующему уравнению для прямого волновода,

$$\operatorname{tg} u = \frac{2uw}{u^2 - w^2}, \quad (13)$$

где введены новые переменные  $u = \kappa_2 d$ ,  $w = \kappa_1 d(1 + 0.5\eta)$ , явная зависимость от радиуса изгиба  $R$  содержится в  $\eta$ .

Так как при  $\vartheta_A \ll \vartheta_c$  величина  $u \ll w$ , то  $\operatorname{tg} u \ll 1$ . Поэтому  $u$  можно искать в виде  $u = u_n + \Delta u$ , где  $u_n = \pi n$ ,  $\Delta u \ll 1$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ). Переходя от (13) к квадратному уравнению относительно  $\operatorname{tg}(u/2)$ , получим следующее простое уравнение:

$$u_n + \Delta u = -a \sin(\Delta u/2), \quad (14)$$

где величина  $a$  определяется условием связи  $u^2 + w^2 = a^2$ , откуда

$$a = kd [1 - \varepsilon + \eta(\kappa_1/k)^2]^{1/2}.$$

Поскольку  $\eta \ll 1$ , то в последнем слагаемом можно положить  $\gamma = \gamma_0$ . С учетом членов  $\sim \Delta u^3$  в разложении синуса в (14) получим кубическое уравнение, решение которого имеет вид

$$\Delta u = -\frac{2u_n}{a+2} \left[ 1 + \frac{au_n^2}{2(a+2)^3} \right]. \quad (15)$$

Заметим, что при достаточно широких каналах  $d$  величина  $a \approx kd\vartheta_c \gg \gg 1$ . Например, при  $d = 1$  мкм,  $\lambda \approx 1$  Å и  $\vartheta_c \approx 10$  угл. мин получим, что  $a \approx 200$ . При  $a \gg 1$  из (15) для величины  $\Delta u$  имеем  $\Delta u = -2u_n(a^2 - u_n^2)^{-1/2}$ . В итоге из явного вида для  $u = \kappa_2 d$  получим следующее окончательное выражение для постоянной распространения  $\gamma = \gamma_0 + \gamma_1$ :

$$\gamma_0 = k \left( 1 - \frac{1}{2}\alpha_n^2 \right) + \frac{2\alpha_n^2}{d} (\chi - \alpha_n^2)^{-1/2},$$

$$\gamma_1 = -\frac{1}{R} (\chi - \alpha_n^2)^{-1/2} - \frac{\alpha_n^2}{R} (\chi - \alpha_n^2)^{-3/2}, \quad (16)$$

где  $\alpha_n = u_n/kd$ .

В рамках лучевого приближения величины  $\alpha_n$  представляют собой разрешенные дискретные значения углов скольжения плоских волн в прямом ЛВ. Величины  $\alpha_n$  можно представить также в более наглядном виде  $\alpha_n = n\Delta\vartheta_d$ , где  $\Delta\vartheta_d = d/2\lambda$  — угловая ширина дифракционной расходимости, обусловленной конечным размером входного торца ЛВ. Ограничение на числа  $n$  следует из требования  $\alpha_n < \vartheta_c$ . Условие  $a \gg 1$  означает, что количество возможных дискретных мод  $n \approx a/\pi$  в ЛВ достаточно велико. В случае же узких каналов с  $d \sim 200-800 \text{ \AA}$  возможно возбуждение малого числа ( $n \sim 1-4$ ) локализованных мод, как это имеет место, например, в многослойных тонкопленочных рентгеноводах [13,14]. Отметим также, что использование более простого линейного по  $\Delta u$  разложения в (14) приводит к отсутствию слагаемого  $\alpha_n^2$  в подкоренных выражениях в (16).

Коэффициент пропускания изогнутого ЛВ определяется мнимой частью постоянной распространения  $\gamma$

$$P(\psi) = \left| \frac{E(r, \psi)}{E(r, 0)} \right|^2 = \exp(-2\gamma'' R\psi). \quad (17)$$

Коэффициент пропускания уменьшается с увеличением номера моды (угла  $\alpha_n$ ) и угла изгиба ЛВ  $\psi$ , поскольку  $\gamma_1'' \sim 1/R$ .

Из рассмотрения [10] в приближении лучевой оптики следует, что

$$P(\psi) = R_A^{N_A} R_B^{N_B}, \quad (18)$$

где  $R_j = R(\vartheta_j)$  — френелевский коэффициент отражения,  $N_A \approx N_B \approx \psi/2(\vartheta_A - \vartheta_B)$  — числа отражений.

Если воспользоваться справедливым при  $\vartheta \ll \vartheta_c$  представлением для коэффициента отражения

$$R(\vartheta) = \exp \left[ -4\vartheta \operatorname{Im}(\chi - \vartheta^2)^{-1/2} \right] \quad (19)$$

и приближенным соотношением  $N_A \approx \vartheta_A \psi / \vartheta_0^2$ , то легко показать, что выражения (17) и (18) для коэффициента пропускания изогнутого ЛВ в волновом (при  $a \gg 1$ ) и лучевом подходах эквивалентны.

### Режим скользящих мод

Режим скользящих мод реализуется при условии  $\xi_d > p_2$ , что при заданном  $\alpha$  отвечает достаточно сильным изгибам и ширинам канала ЛВ. Мода  $Ai(\xi - p_2)$  при этом локализована внутри ЛВ вблизи координаты  $\xi = p_2$ , а составляющая поля  $Bi(\xi - p_2)$  с весом  $B_2$  экспоненциально возрастает при приближении к поверхности  $B$  (см. рисунок, б).

Отметим, что в приближении геометрической оптики поверхность  $B$  никак не сказывается на распространении рентгеновских лучей в режиме скользящих мод [9,10]. Однако волновой анализ на основе системы (8)

показывает, что вследствие дифракционных эффектов выпуклая поверхность  $B$  также влияет на транспортировку излучения даже при осевом (по касательной к ЛВ) падении пучка, т.е. при  $\alpha = 0$ . Степень этого влияния зависит от величины ширины канала  $d$ . Действительно, с учетом (5.2) из второго уравнения системы (8) для отношения амплитуд  $B_2$  и  $A_2$  получим

$$\frac{B_2}{A_2} \sim \exp \left[ -\frac{4}{3} (\xi_d - p_2)^{3/2} \right]. \quad (20)$$

Из соотношения  $\xi_d - p_2 \gg 1$  можно получить критерий того, когда зеркалом  $B$  можно пренебречь. Поскольку  $\xi_d - p_2 = (\vartheta_0^2 - \vartheta_A^2)/2b$ , то при  $\vartheta_A < \vartheta_0$  отсюда следует, что  $\vartheta_0^2 \gg 2b$  и ширина канала ЛВ должна удовлетворять условию  $d \gg d_s$ , где  $d_s = 0.5R(\lambda/\pi R)^{2/3}$ . Это совпадает с характерным размером первой скользящей моды, полученным в [3,4]. Если, например,  $R = 1$  м,  $\lambda = 1$  Å, то  $d_s = 0.05$  мкм. При таком узком канале дифракционная расходимость соизмерима с разбросом углов скольжения, обусловленным изгибом ЛВ, что не позволяет пользоваться приближением геометрической оптики.

В случае достаточно широкого канала с  $d \gg d_s$  из (20) следует, что  $B_2 \ll A_2$ , поэтому в первом уравнении системы (8) можно положить  $B_2 \approx 0$ . Поле  $E_2(\xi) \sim Ai(\xi - p_2)$  экспоненциально мало на зеркале  $B$  (см. рисунок, б). В итоге с учетом явного вида (9) получим следующее дисперсионное уравнение (ср. с (12) в [4]):

$$\operatorname{tg} Q_1 = -(p_2/p_1)^{1/2}, \quad (21)$$

где аргумент  $Q_1 = Q(p_2)$  определен в (9.1).

Поскольку при  $\vartheta_A \ll \vartheta_c$  отношение  $(p_2/p_1)^{1/2} \ll 1$ , то величину  $p_2$  можно искать в виде  $p_2 = s_n + \Delta p$ , где  $\Delta p \ll s_n$ , а корни  $s_n$  определяются из условия  $Q_1(s_n) = n\pi$ , где  $n$  — положительные целые числа. В результате из (21) получим  $\Delta p = -\sqrt{2b}/(\chi - 2bs_n)^{1/2}$ , откуда с привлечением (7) и (11) для величины  $\vartheta_A$  получим

$$\vartheta_A^2 = 2bs_n - \frac{2}{kR\sqrt{\chi - 2bs_n}}, \quad (22)$$

где

$$s_n = \left[ \frac{3}{2} \pi \left( n - \frac{1}{4} \right) \right]^{2/3}.$$

Связь  $\vartheta_A$  с  $\gamma_1$  определена в (11). Заметим, что уже при  $n > 4$  корни  $s_n > 7$ , т.е. много больше единицы, поэтому справедливы асимптотические представления функций Эйри. Ограничение сверху на числа  $n$  следует из условия  $\vartheta_A \approx (2bs_n)^{1/2} < \vartheta_c$ .

Физический смысл слагаемого  $2bs_n$  в (22) определяется его связью с положением  $\xi \approx s_n$  локализованной моды  $Ai(\xi - p_2)$ . Так как  $\xi = \rho/bR$ , то в (22)  $bs_n = \rho_n/R$ , где  $\rho_n$  — расстояние от зеркала  $A$  до положения  $n$ -ой моды. В случае осевого падения излучения ( $\alpha = 0$ ) координате ввода луча  $\rho$  отвечают разрешенные дискретные координаты  $\rho_n$  задачи (21) на



собственные значения. Ситуация с  $\alpha \neq 0$  равносильна повороту системы координат на угол  $\alpha$  вокруг оси  $y$ . Очевидно, что при таком повороте величина  $\vartheta_A$  остается неизменной, причем  $\vartheta_A^2 = \alpha^2 + (2\rho/R)$ . Отсюда вытекает соотношение

$$\vartheta_A^2 \approx \frac{2\rho_n}{R} = \alpha^2 + \frac{2\rho}{R}, \quad (23)$$

связывающее между собой результаты волнового подхода и их интерпретацию в терминах лучевой оптики. Возбуждение той или иной моды зависит от того, имеются ли в падающем пучке соответствующие плосковолновые гармоники. Из (23) видно, что какую-либо фиксированную моду можно возбудить, например, при падении луча с малым углом ввода  $\alpha$  вдали от поверхности  $A$ , либо с большим углом, но с меньшей координатой ввода  $\rho$ .

С учетом (11), (22) и (23) для искомой величины  $\gamma_1$  получим

$$\gamma_1 = -\frac{k\rho}{R} + \frac{1}{R\sqrt{\chi - \vartheta_A^2}}. \quad (24)$$

Легко убедиться, что  $\gamma_1 \rightarrow 0$  при  $R \rightarrow \infty$ . Из сопоставления соотношений (17), (19) и (24) видно, что коэффициент пропускания изогнутого ЛВ в режиме скольльзящих мод

$$P(\psi) = \exp \left[ -2\psi \operatorname{Im} (\chi - \vartheta_A^2)^{-1/2} \right] \quad (25)$$

можно представить в характерном для лучевого рассмотрения виде  $P(\psi) = R_A^{N_A}$ , где  $N_A \approx \psi/2\vartheta_A$  — число отражений. Для заданного номера моды и фиксированного угла изгиба  $\psi$  коэффициент пропускания возрастает с увеличением радиуса изгиба. Поэтому, как и в случае капиллярных рентгеноводов [8], для поворота излучения на больший угол предпочтительнее использовать более длинные зеркала. Если в (25) пренебречь величиной  $\vartheta_A^2$ , то отсюда следует соответствующий результат работы [4].

В заключение сделаем несколько замечаний по условиям реализации того или иного режима транспортировки излучения в изогнутом волноводе. При  $\vartheta_A > \vartheta_0$ , где  $\vartheta_0 = (2d/R)^{1/2}$ , распространение излучения представляет собой чередующиеся отражения от обеих стенок ЛВ. Электромагнитное поле в поперечном сечении имеет вид слабозатухающих осциллирующий, переходящих в синусоидальные при  $R \rightarrow \infty$ . Если угол ввода  $\alpha > \vartheta_0$ , то этот режим осуществляется для всех точек ввода  $\rho$  на входном торце ЛВ. В случае же  $\alpha \leq \vartheta_0$  поочередные отражения реализуются лишь для лучей в интервале  $\rho_0 < \rho \leq d$ , где  $\rho_0 = d [1 - (\alpha/\vartheta_0)^2]$ . Режим скольльзящих мод, при котором излучение распространяется вдоль вогнутой поверхности  $A$ , имеет место при углах  $\vartheta_A \leq \vartheta_0$ , т.е. для лучей в интервале  $0 \leq \rho \leq \rho_0$ . При осевом падении пучка ( $\alpha = 0$ ) этот режим осуществляется для любых  $\rho$ . Поле имеет четко выраженный максимум, локализованный в пределах канала рентгеновода. Наиболее оптимальные ширины канала определяются условиями  $d_s \ll d < R\vartheta_c/2$ .

Рентгенооптические системы из большого числа соосно изогнутых лентообразных волноводов могут быть использованы для фокусировки расходящихся рентгеновских пучков в линию, а с использованием двух скрещенных систем — для фокусировки в точку.

## Список литературы

- [1] Аркадьев В.А., Коломийцев А.И., Кумагов М.А. и др. // УФН. 1989. Т. 157. № 3. С. 529–537.
- [2] Виноградов А.В., Коноплев Н.А., Попов А.В. // ДАН СССР. 1982. Т. 266. № 3. С. 610–612.
- [3] Виноградов А.В., Ковалев В.Ф., Кожевников И.В., Пустовалов В.В. // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 2. С. 244–250.
- [4] Виноградов А.В., Ковалев В.Ф., Кожевников И.В., Пустовалов В.В. // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 3. С. 567–574.
- [5] Виноградов А.В., Кожевников И.В. // ЖТФ. 1984. Т. 54. Вып. 9. С. 1755–1762.
- [6] Аркадьев В.А., Коломийцев А.И., Кумагов М.А. и др. // Поверхность. Физика, химия, механика. 1987. № 2. С. 44–47.
- [7] Аркадьев В.А., Кованцев В.Е., Коломийцев А.И. и др. // Поверхность. Физика, химия, механика. 1990. № 1. С. 54–59.
- [8] Оруджалиев М.Н., Бушув В.А. // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 2. С. 51–57.
- [9] Бушув В.А., Оруджалиев М.Н., Кузьмин Р.Н. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 11. С. 153–155.
- [10] Бушув В.А., Оруджалиев М.Н., Саркисов С.Р., Саркисов Э.Р. // Поверхность. Физика, химия, механика. 1992. № 4. С. 69–75.
- [11] Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. М.: Наука, 1990. 432 с.
- [12] Справочник по специальным функциям // Под ред. М.Абрамовица, И.Стигана. М.: Наука, 1979. 832 с.
- [13] Дудчик Ю.И., Комаров Ф.Ф., Константинов Я.А. // Письма в ЖТФ. 1991. Т. 17. Вып. 6. С. 45–49.
- [14] Дудчик Ю.И., Комаров Ф.Ф., Кумагов М.А. и др. // Письма в ЖТФ. 1991. Т. 17. Вып. 13. С. 82–86.

Московский университет им. М.В.Ломоносова

Поступило в Редакцию  
28 октября 1992 г.