

01;07

©1993 г.

## ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ПЛОТНОСТЬ ОПТИЧЕСКОЙ ЗАПИСИ ИНФОРМАЦИИ В СРЕДАХ С МНОГОСТУПЕНЧАТЫМ ВЫЖИГАНИЕМ СПЕКТРАЛЬНЫХ ПРОВАЛОВ

*Я.Кикас, И.Ребане, В.Федосеев*

Теоретически исследовано влияние дифракционных эффектов на пространственную плотность записи информации в двух- и трехмерных оптических запоминающих устройствах, принцип действия которых основан на явлении многоступенчатого фотовыжигания спектральных провалов. В случае, когда фотовыжигание осуществляется гауссовыми пучками, получено выражение для площади или объема оптимизированной прямоугольной ячейки памяти  $V_D^{(M)}$ , представляющее собой произведение дифракционного предела соответствующей величины и трех поправочных множителей, имеющих разный физический смысл. Проанализирована зависимость  $V_D^{(M)}$  от числа выжигающих пучков.

### Введение

Явление фотовыжигания спектральных провалов, обнаруженное в [1,2], вызывает в настоящее время повышенный интерес исследователей в связи с открывшимися перспективами применения его в системах, предназначенных для обработки и хранения оптической информации. В [3,4] было предложено использовать это явление для создания частотно-селективных поверхностных оптических запоминающих устройств. Преимуществом предложенных устройств является то, что в них имеется возможность задействовать дополнительную координату (частотную) для записи информации, что позволяет на два-четыре порядка увеличить плотность последней.

Использование сред, в которых имеет место многоступенчатое фотовыжигание спектральных провалов, открывает новые возможности для улучшения характеристик запоминающих устройств. Это явление лежит в основе идеи создания объемного частотно-селективного устройства, выдвинутой недавно К.К.Ребане [5]. Оптическая схема предполагает использование нескольких пучков света, сфокусированных в заданную точку запоминающей среды, в окрестности которой происходит эффективный процесс фотовыжигания, т.е. изменения плотности центров

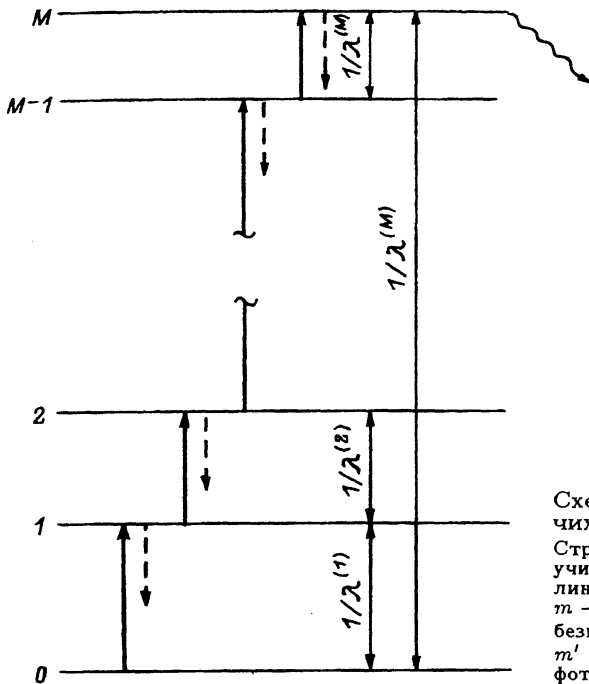


Схема энергетических уровней рабочих примесных центров

Стрелками указаны направления переходов, учитываемых в уравнении (2). Сплошные линии — индуцированные переходы  $m-1 \rightarrow m$ ; штриховые — спонтанные и безизлучательные переходы  $m \rightarrow m'$ , где  $m' < m$ ; волнистая линия — необратимое фотопревращение примесного центра.

заданного сорта, что и создает элементарную ячейку памяти. Далее с помощью сканирования пучков по пространственным координатам для записи информации могут быть задействованы объем или поверхность всей среды.

Рабочим объектом здесь являются примесные центры, внедренные в стеклообразную среду или кристаллическую матрицу. Схема энергетических уровней центров представлена на рисунке. При многоступенчатом механизме фотовыжигания примесный центр, поглотив квант света первого пучка, переходит из основного состояния на первый возбужденный уровень, квант света второго пучка переводит центр на второй уровень и т.д. Попав на  $M$ -й возбужденный уровень, примесные центры с некоторой вероятностью испытывают необратимые фотохимические или фотофизические превращения, в результате происходит уменьшение плотности центров данного сорта (фотовыжигание), что и регистрируется при считывании информации.

В настоящей работе мы, основываясь на описанной выше схеме, исследуем плотность записи информации в устройстве. Основное внимание будет уделено анализу случая, когда фотовыжигание примесных центров осуществляется цилиндрическими гауссовыми пучками, использование которых для такого анализа предложено в [6].

## 1. Элементарная ячейка памяти в оптическом запоминающем устройстве

Обозначим через  $n^{(m)}(\mathbf{r}, t)$  плотность примесных центров определенного сорта, находящихся на уровне  $m$  в момент времени  $t$  в точке с радиусом-вектором  $\mathbf{r}$ . Здесь и далее верхний индекс указывает номер

уровня примесного центра, а также номер пучка света, кванты которого осуществляют переход на этот уровень. Условимся для индексации произвольного уровня или пучка использовать строчные буквы и арабские цифры, а верхний возбужденный уровень, с которого происходит фотохимическое или фотофизическое превращение центра, обозначать прописной буквой или римской цифрой, последние равны также числу ступеней фотовыжигания.

Пусть выжигание примесных центров осуществляется с помощью  $M$  световых пакетов и пусть плотность потока фотонов в  $m$ -м пакете равна  $S^{(m)}(\mathbf{r}, t)$ , а сечение перехода  $m-1 \rightarrow m$  равно  $0^{(m)}$ . Рассмотрим случай слабых интенсивностей, когда насыщение в каждом из переходов  $m-1 \rightarrow m$  не достигается, т.е. будем считать, что

$$\gamma^{(m)} \gg 0^{(m)} S^{(m)}(\mathbf{r}, t), \quad (1)$$

где  $\gamma^{(m)}$  — обратное время жизни электрона на  $m$ -м уровне.

В этом случае кинетика необратимых фотопревращений примесных центров описывается следующей системой уравнений (ср. с [7]):

$$\frac{dn^{(m)}(\mathbf{r}, t)}{dt} = -\gamma^{(m)}(1 + n\delta_{mM})n^{(m)}(\mathbf{r}, t) + 0^{(m)}S^{(m)}(\mathbf{r}, t)n^{(m-1)}(\mathbf{r}, t), \quad (2)$$

$$h^{(M)}(\mathbf{r}) = \eta\gamma^{(M)} \int_{-\infty}^{\infty} n^{(M)}(\mathbf{r}, t) dt, \quad (3)$$

где  $m = 1 \dots M$ ;  $\eta$  — квантовая эффективность необратимого фотопревращения;  $\delta_{mM}$  — символ Кронекера;  $h^{(M)}(\mathbf{r})$  — плотность примесных центров, выжженных в точке с радиус-вектором  $\mathbf{r}$ .

В силу (1)  $n^{(m)}(\mathbf{r}, t) \ll n^{(m-1)}(\mathbf{r}, t)$ . Предположим, что до начала процесса фотовыжигания плотность примесных центров данного сорта была пространственно однородной и равной  $\tilde{n}^{(0)}$ , а время выжигания достаточно мало для того, чтобы выполнялось условие

$$h^{(M)}(\mathbf{r}) \ll \tilde{n}^{(0)}. \quad (4)$$

Предположим также, что функция  $S^{(m)}(\mathbf{r}, t)$  допускает факторизацию

$$S^{(m)}(\mathbf{r}, t) = w^{(m)}(\mathbf{r})\mu^{(m)}(t), \quad (5)$$

где функция  $\mu^{(m)}(t)$  описывает временную эволюцию  $m$ -го пакета, пространственное же распределение потока фотонов в нем считается одинаковым во все время процесса и совпадает с его распределением в пучке света, сформированном некоторой фокусирующей системой.

Представим величины  $n^{(m)}(\mathbf{r}, t)$  в виде

$$n^{(m)}(\mathbf{r}, t) = \nu^{(m)}(t) \prod_{l=1}^m w^{(l)}(\mathbf{r}). \quad (6)$$

Подставим (6) в (2), в результате во всех членах последнего уравнения появится общий множитель  $\prod_{l=1}^m w^{(l)}(\mathbf{r})$ , после его сокращения получим

систему уравнений для функций  $\nu^{(m)}(t)$  ( $m = 1, \dots, M$ ), коэффициенты которых от  $\mathbf{r}$  не зависят, в силу чего функции  $\nu^{(m)}$  также не зависят от  $\mathbf{r}$ . Как следствие, величина  $h^{(M)}(\mathbf{r})$  примет вид

$$h^{(M)}(\mathbf{r}) = T^{(M)}W^{(M)}(\mathbf{r} - \mathbf{R}), \quad (7)$$

где введено обозначение

$$W^{(M)}(\mathbf{r} - \mathbf{R}) = \prod_{m=1}^M w^{(m)}(\mathbf{r}), \quad (8)$$

а через  $\mathbf{R}$  обозначен радиус-вектор точки, в которой расположен максимум распределения, представленного в правой части (8), таким образом, функция  $W^{(M)}(\mathbf{r})$  принимает максимальное значение при нулевом значении аргумента.  $T^{(M)}$  — величина, определяемая правой частью (3), если в последней произвести замену  $n^{(M)}(\mathbf{r}, t) \rightarrow \nu^{(M)}(t)$ . Существенно то, что эта величина не зависит от  $\mathbf{r}$ , конкретный же ее вид для дальнейшего не важен.

Разобъем пространство, заполненное средой, в которой производится запись информации, на одинаковые элементарные ячейки памяти. Будем рассматривать параллельно как объемное, так и поверхностное запоминающие устройства. В последнем фотовыжигание примесных центров осуществляется на пленке, достаточно тонкой для того, чтобы в пределах ее толщины можно было пренебречь тангенциальным смещением и расплыванием сфокусированного пятна. Размерность будем обозначать нижним индексом  $D$  у соответствующих величин, принимающим значения II в случае поверхностного и III в случае объемного устройства. Буквы и арабские цифры в нижних индексах будем использовать для обозначения осей координат. Очевидно, что  $n_{III}^{(m)}(\mathbf{r}, t) \equiv n^{(m)}(\mathbf{r}, t)$ , а поверхностная плотность примесных центров  $n_{II}^{(m)}(\mathbf{r}, t)$  получается при умножении  $n^{(m)}(\mathbf{r}, t)$  на толщину пленки и выполнении замены в этом выражении  $\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{e} \times (\mathbf{r} \times \mathbf{e})$ , где  $\mathbf{e}$  — нормаль к плоскости пленки. Условимся считать, что при  $D = II$  все зависящие от  $\mathbf{r}$  величины имеют такой же смысл. Обозначим через  $N_D$   $D$ -мерный индекс элементарной ячейки, а через  $\mathbf{R}(N_D)$  радиус-вектор ее центра  $N_{II} = (N_1, N_2)$ ,  $N_{III} = (N_1, N_2, N_3)$ , а  $\mathbf{R}(N_D) = \sum_{i=1}^D N_i \mathbf{a}_i$  и  $\mathbf{a}_i$  — элементарные векторы трансляции. Объем элементарной ячейки обозначим через  $V_D^{(M)}$  (для унитарности мы будем использовать наименование "объем" как при  $D = III$ , так и при  $D = II$ , имея в виду, что в последнем случае под "объемом" понимается площадь пленки),  $V_{II}^{(M)} = |\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2|$ ,  $V_{III}^{(M)} = |[\mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 \mathbf{a}_3]| = |\mathbf{a}_1 \cdot (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3)|$ . Очевидно, что пространственная плотность записи информации равна  $(V_D^{(M)})^{-1}$ .

Предположим, что в процессе записи информации в различных ячейках пространственная и временная структуры пакетов, осуществляющих выжигание примесных центров, а также их относительное расположение остаются неизменными, тогда можно считать, что сканирование по пространству реализуется через изменение вектора  $\mathbf{R}$  в аргументе функции  $W_D^{(M)}(\mathbf{r} - \mathbf{R})$  без изменения формы последней, причем при записи информации в ячейке с индексом  $N_D$  этот вектор принимает значение  $\mathbf{R}(N_D)$ .

Если объем, заполненный рабочей средой, велик по сравнению с  $V_D^{(M)}$ , то полное число примесных центров, выжженных в среде в ходе единичного акта записи, при сделанных предположениях в первом приближении от  $\mathbf{R}(N_D)$  не зависит и равно

$$H_D^{(M)} = \int h_D^{(M)}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = T^{(M)} \int W_D^{(M)}(\mathbf{r} - \mathbf{R}(N_D)) d\mathbf{r}. \quad (9)$$

Интеграл в правой части (9) берется по объему пространства, заполненному средой, приближенно его можно заменить интегралом по бесконечному пространству. Разобьем указанный интеграл на интегралы по элементарным ячейкам, тогда  $H_D^{(M)}$  разбивается на сумму

$$H_D^{(M)} = \sum_{L_D} H_D^{(M)}(N_D, L_D), \quad (10)$$

где

$$H_D^{(M)}(N_D, L_D) = T^{(M)} \int_{\text{э.я.}} W_D^{(M)}(\mathbf{R}(L_D) - \mathbf{R}(N_D) + \boldsymbol{\rho}) d\boldsymbol{\rho}, \quad (11)$$

где буквы "э.я." под знаком интеграла означают, что интегрирование по объему элементарной ячейки;  $\boldsymbol{\rho}$  — радиус-вектор произвольной точки в ячейке, отсчитанный от ее центра; величина  $H_D^{(M)}(N_D, L_D)$  представляет собой число примесных центров, выжженных в ячейке с индексом  $L_D$  в случае, когда запись производилась в ячейке с индексом  $N_D$ .

Отношение числа примесных центров, выжженных в этой элементарной ячейке, в которой производилась запись информации, к полному числу центров, выжженных при этом во всем рабочем объеме, равно

$$\Theta_D^{(M)} = \frac{H_D^{(M)}(N_D, N_D)}{H_D^{(M)}} = \frac{H_D^{(M)}(N_D, N_D)}{\sum_{L_D} H_D^{(M)}(N_D, L_D)}. \quad (12)$$

В свою очередь в ячейке с индексом  $N_D$  некоторое число примесных центров будет выжжено в том случае, когда запись информации производится в соседних с ней ячейках. Этот эффект паразитный, затрудняющий идентификацию наличия или отсутствия информации в ячейке. При увеличении линейных размеров ячеек и использовании аподизации [8] эффект может быть сделан как угодно малым, однако полностью от него избавиться из-за диффракционных явлений в принципе невозможно. Для характеристики паразитного эффекта будем использовать параметр

$$Z_D^{(M)} = \frac{H_D^{(M)}(N_D, N_D)}{\sum'_{L_D} H_D^{(M)}(L_D, N_D)}, \quad (13)$$

где штрих у знака суммы в знаменателе правой части (13) означает, что суммирование производится по всем  $L_D \neq N_D$ ; параметр  $Z_D^{(M)}$  — это отношение числа примесных центров, выжженных в ячейке с индексом  $N_D$  при записи в ней информации, к максимальному числу центров, которое

может быть выжжено в этой ячейке в процессе записи информации во всех ячейках.

Будем считать, что используемые пучки света достаточно симметричны для того, чтобы результирующее распределение  $W_D^{(M)}(\mathbf{r})$  имело центр инверсии (практически это наиболее важный случай), т.е.

$$W_D^{(M)}(\mathbf{r}) = W_D^{(M)}(-\mathbf{r}). \quad (14)$$

Предположим, что элементарная ячейка также обладает центром инверсии. В этом случае в правой части (11) можно произвести замену  $\rho \rightarrow -\rho$ , после чего, используя соотношение (14), получим

$$H_D^{(M)}(N_D, L_D) = H_D^{(M)}(L_D, N_D). \quad (15)$$

Из (15) следует, что

$$\sum_{L_D} H_D^{(M)}(L_D, N_D) = \sum_{L_D} H_D^{(M)}(N_D, L_D) = H_D^{(M)} - H_D^{(M)}(N_D, N_D). \quad (16)$$

Подставив (16) в знаменатель правой части (13) и приняв во внимание определение (12), получим соотношение, связывающее два введенных параметра,

$$\frac{1}{Z_D^{(M)}} = \frac{1}{\Theta_D^{(M)}} - 1. \quad (17)$$

## 2. Запись информации с помощью гауссовых пучков света

Рассмотрим случай, когда процесс фотосжигания осуществляется гауссовыми пучками [9,10]. Ограничимся рассмотрением гауссовых пучков нулевого порядка. В таких пучках функция  $w^{(m)}(\mathbf{r})$  имеет вид

$$w^{(m)}(\mathbf{r}) = \tilde{w}^{(m)} \exp(-q^{(m)}(\mathbf{r})), \quad (18)$$

где  $\tilde{w}^{(m)}$  — плотность потока фотонов на оси пучка, а

$$q^{(m)}(\mathbf{r}) = 4(a^{(m)})^{-2}(\mathbf{r}_\perp^{(m)} - \mathbf{R}_\perp^{(m)})^2, \quad (19)$$

$\mathbf{R}$  — радиус-вектор произвольной точки на оси  $m$ -го пучка;  $\mathbf{r}_\perp^{(m)} = \mathbf{e}^{(m)} \times (\mathbf{r} \times \mathbf{e}^{(m)})$  и  $\mathbf{R}_\perp^{(m)} = \mathbf{e}^{(m)} \times (\mathbf{R} \times \mathbf{e}^{(m)})$  — двумерные радиус-векторы, лежащие в плоскости, перпендикулярной оси пучка;  $\mathbf{e}^{(m)}$  — единичный вектор, направленный вдоль оси пучка.

Вариацией функции  $w^{(m)}$  вдоль последней пренебрегаем, т.е. считаем гауссов пучок цилиндрическим;  $a^{(m)}$  — расстояние между двумя точками на линии, пересекающей под прямым углом ось пучка, в которых  $w_D^{(m)}(\mathbf{r}) = e^{-1} \tilde{w}^{(m)}$ , эту величину будем называть диаметром пучка.

Подставив (18) в (8), получим, что при заданной размерности  $D$

$$W^{(M)}(\mathbf{r} - \mathbf{R}) = \left( \prod_{m=1}^M \tilde{w}_D^{(m)} \right) \exp(-Q_D^{(M)}(\mathbf{r} - \mathbf{R})), \quad (20)$$

где

$$Q^{(M)}(\mathbf{r} - \mathbf{R}) = 4(A^{(M)})^{-2} \sum_{m=1}^M (x^{(m)})^2 (\mathbf{r}_\perp^{(m)} - \mathbf{R}_\perp^{(m)})^2. \quad (21)$$

В (20) радиус-вектор  $\mathbf{R}$  имеет тот же смысл, что и в (8), а величины  $A^{(M)}$  (приведенный диаметр) и  $x^{(m)}$  (безразмерные параметры) определяются следующим образом:

$$\frac{1}{A^{(M)}} = \sum_{m=1}^M \frac{1}{a^{(m)}}, \quad (22)$$

$$x^{(m)} = A^{(M)}(a^{(m)})^{-1}. \quad (23)$$

Из определений (22) и (23) следует, что

$$\sum_{m=1}^M x^{(m)} = 1. \quad (24)$$

Рассмотрим часть функции  $Q_D^{(M)}(\mathbf{r} - \mathbf{R})$ , квадратичную по компонентам вектора  $\mathbf{r}$ . Она представляет собой положительно определенную квадратичную форму ранга  $D$ . Приведем ее к каноническому виду [11] и обозначим через  $\mathbf{e}_l (l = 1, \dots, D)$  единичные ортогональные векторы, задающие канонический базис. Далее вектор  $\mathbf{R}$  нужно выбрать так, чтобы исключить в (20) линейные по  $\mathbf{r} - \mathbf{R}$  члены, после чего функция  $Q_D^{(M)}(\mathbf{r} - \mathbf{R})$  примет вид

$$Q_D^{(M)}(\mathbf{r} - \mathbf{R}) = 4(A^{(M)})^{-2} \sum_{l=1}^D (X_l^{(M)})^2 (\mathbf{r}_l - \mathbf{R}_l)^2 + C_D^{(M)}, \quad (25)$$

где  $\mathbf{r}_l = \mathbf{e}_l \cdot \mathbf{r}$ ,  $\mathbf{R}_l = \mathbf{e}_l \cdot \mathbf{R}$ ,  $X_l^{(M)}$  — безразмерные коэффициенты,

$$(X_l^{(M)})^2 = \sum_{m=1}^M (x^{(m)} \mathbf{e}_l \times \mathbf{e}^{(m)})^2, \quad (26)$$

$C_D^{(M)}$  — безразмерный параметр, в общем случае  $C_D^{(M)} \geq 0$  в силу того, что  $Q_D^{(M)}(\mathbf{r} - \mathbf{R}) \geq 0$ ,  $C_D^{(M)} = 0$ , если оси всех пучков совпадают или пересекаются в одной точке.

Подставив (25) в (20) и далее (20) в (7), получим

$$h_D^{(M)}(\mathbf{r}) = \tilde{h}_D^{(M)} \exp \left[ -4(A^{(M)})^{-2} \sum_{l=1}^D (X_l^{(M)})^2 (\mathbf{r}_l - \mathbf{R}_l)^2 \right], \quad (27)$$

где величина

$$\tilde{h}_D^{(M)} = T^{(M)} \left( \prod_{m=1}^M \tilde{w}_D^{(m)} \right) \exp(-C_D^{(M)}) \quad (28)$$

представляет собой плотность центров, выжженных в точке с радиус-вектором  $\mathbf{R}$ . При записи информации в ячейке с индексом  $N_D$  оси пучков должны быть расположены так, чтобы  $\mathbf{R} = \mathbf{R}(N_D)$ .

Рассмотрим случай, когда поверхностная элементарная ячейка памяти представляет собой прямоугольник, а объемная элементарная ячейка — прямоугольный параллелепипед, стороны которого направлены вдоль  $e_l$  и равны  $b_l^{(M)}$ . Последние величины представим в виде

$$b_l^{(M)} = \sigma_l (X_l^{(M)})^{-1} A^{(M)}, \quad (29)$$

где  $\sigma_l$  — безразмерные параметры, в этом случае

$$V_D^{(M)} = v_D^{(M)} \prod_{l=1}^D \sigma_l, \quad (30)$$

где

$$v_D^{(M)} = (A^{(M)})^D F_D^{(M)}(x) \quad (31)$$

$$F_D^{(M)}(x) = \prod_{l=1}^D (X_l^{(M)})^{-1}. \quad (32)$$

Через  $x$  обозначена совокупность параметров  $x^{(m)}$ . Заметим, что в общем случае функция  $F_D^{(M)}(x)$  зависит не только от указанных параметров, но и от углов между осями пучков. При  $M > 1$ , согласно (24) и (26),  $X_l^{(M)} < 1$ , а  $F_D^{(M)}(x) > 1$ .

Если элементарная ячейка памяти прямоугольная, а плотность выжженных центров определена формулами (7), (20) и (25), то вычисление параметра  $\Theta_D^{(M)}$  труда не представляет. Подставив (25) в (20), а результат в (9) и (11), проведя затем в (9) интегрирование по бесконечному пространству размерности  $D$ , а в (11) интегрирование по объему элементарной прямоугольной ячейки той же размерности (положив предварительно  $N_D = L_D$ ), далее подставив результаты в (12), получим

$$\Theta_D^{(M)} = \prod_{l=1}^D \Phi(\sigma_l), \quad (33)$$

где  $\Phi(U)$  — интеграл вероятностей

$$\Phi(U) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^U \exp(-U^2) du. \quad (34)$$

Рассмотрим теперь вопрос о минимизации объема элементарной ячейки при заданном значении параметра  $\Theta_D^{(M)}$  или, что, согласно (17), то же самое, заданном значении  $Z_D^{(M)}$ . Считая  $\sigma_l$  переменными, найдем экстремум функции  $\ln V_D^{(M)}$  при постоянном значении  $\ln \Theta_D^{(M)}$ . Используя для



этой цели метод неопределенных множителей Лагранжа, получим  $D$  независимых интегральных уравнений

$$\int_0^{\sigma_l} \exp(\sigma_l^2 - \tau^2) d\tau + \xi \sigma_l = 0, \quad (35)$$

где  $\xi$  — неопределенный множитель Лагранжа.

Поскольку все  $D$  уравнений (35) имеют одинаковый вид, то параметры  $\sigma_l$  должны быть равны, т.е.  $\sigma_l = \sigma$  для всех  $l$ . Таким образом, при заданном значении параметра  $\Theta_D^{(M)}$  объем прямоугольной элементарной ячейки памяти будет минимальным в том случае, если ее стороны связаны с приведенными диаметрами соотношениями

$$b_l^{(M)} = \sigma (X_l^{(M)})^{-1} A^{(M)}, \quad (36)$$

а параметр  $\sigma$ , согласно (33), определяется из уравнения

$$\phi(\sigma) = (\Theta_D^{(M)})^{1/D}, \quad (37)$$

т.е.  $\sigma\sqrt{2}$  — это квантиль порядка

$$\frac{1}{2} \left[ 1 + (\Theta_D^{(M)})^{1/D} \right]$$

одномерного нормального распределения с параметрами 0, 1 [12]. Объем такой ячейки равен

$$V_D^{(M)} = (A^{(M)})^D F_D^{(M)}(x) \sigma^D. \quad (38)$$

Таким образом, выражение для минимального объема прямоугольной элементарной ячейки размерности  $D$  при заданном значении параметра  $\Theta_D^{(M)}$  (или  $Z_D^{(M)}$ ) факторизуется.

Из трех множителей в (38) два последних безразмерные, а первый представляет собой объем куба (при  $D = III$ ) или площадь квадрата (при  $D = II$ ) со стороной, равной характерной длине задачи  $A^{(M)}$ . Выбор длины  $A^{(M)}$  (22) в качестве характерной обусловлен следующими соображениями. Для уплотнения информации, записанной в среде, величины  $a^{(m)}$  должны быть сделаны малыми, насколько это возможно. В принципе минимальный диаметр  $m$ -го пучка определяется дифракционным пределом, равным  $\lambda^{(m)}$  — длине волны кванта света, осуществляющего переход  $m - 1 \rightarrow m$ . Однако предположение о том, что используемые пучки гауссовы, накладывает более жесткие ограничения на  $a^{(m)}$ , в этом случае, строго говоря, требуется, чтобы  $f^{(m)} \gg 1$ , где  $f^{(m)} = a^{(m)}(\lambda^{(m)})^{-1}$ . Фактически же гауссово приближение для пучка можно использовать при  $f^{(m)} > 2$ . Предположим, что все  $M$  пучков сужены настолько, насколько это возможно, чтобы их еще можно было считать гауссовыми, в этом случае все параметры  $f^{(m)}$  можно положить одинаковыми, т.е. принять,

$$a^{(m)} = f \lambda^{(m)}. \quad (39)$$

Тогда, согласно определению (22), первый сомножитель в (38) в свою очередь факторизуется, и принимает вид

$$(A^{(M)})^D = f^D \Lambda^D, \quad (40)$$

где  $\Lambda^{-1} = \sum_{m=1}^M (\lambda^{(m)})^{-1}$  — обратная длина волны кванта света, который мог бы осуществить прямой переход с основного уровня на  $M$ -й (см. рисунок).

Величина  $\Lambda^D$  представляет собой известное выражение дифракционного предела объема элементарной ячейки для одноступенчатого перехода  $0 \rightarrow M$ , а множитель  $f^D$  можно рассматривать как “гауссову поправку” к этому пределу, показывающую, во сколько раз минимальный объем элементарной ячейки должен в принципе превышать дифракционный предел только из-за того, что выжигание примесных центров осуществляется гауссовыми пучками.

Заметим, что в предположении (39) множитель  $(A_D^{(M)})^D$  не зависит ни от числа ступеней фотovyжигания  $M$ , ни от характеристик отдельных пучков и вся зависимость величины  $V_D^{(M)}$  от этих параметров сосредоточена во множителе  $F_D^{(M)}(x)$ . При этом следует обратить внимание на то, что в предположении (39)  $x^{(m)}$  представляет собой отношение частоты перехода  $m-1 \rightarrow m$  к частоте перехода  $0 \rightarrow M$ . Исследуем поведение множителя  $F_D^{(M)}(x)$  в некоторых наиболее важных случаях. Ограничимся анализом таких ситуаций, когда оси пучков или параллельны, или перпендикулярны друг другу (при произвольных угле и расстоянии между осями двух пучков анализ функций, аналогичных  $W_D^{(II)}(\mathbf{r} - \mathbf{R})$ , проведен в [6].

Рассмотрим вначале величину  $F_{II}^{(M)}(x)$ . В этом случае предполагается, что выжигание примесных центров осуществляется на пленке  $M$  параллельными пучками (будем считать, что направление их осей задается единичным вектором  $\mathbf{e}_3$ ), которые перпендикулярны плоскости пленки. Тогда часть функции  $Q_D^{(M)}(\mathbf{r} - \mathbf{R})$ , квадратичная по двумерному радиус-вектору  $\mathbf{r}_\perp = \mathbf{e}_3 \times (\mathbf{r} \times \mathbf{e}_3)$ , лежащему в плоскости пленки, имеет канонический вид при любом выборе двумерного ортогонального базиса  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ , а параметры  $X_{1,2}^{(M)}$  одинаковы и, согласно (26) и (32),

$$F_{II}^{(M)}(x) = (X_{1,2}^{(M)})^{-2} = \left( \sum_{m=1}^M (x^{(m)})^2 \right)^{-1}. \quad (41)$$

Заметим, что двумерная элементарная ячейка памяти может быть сформирована не только при многоступенчатом, но и при одноступенчатом выжигании примесных центров гауссовым цилиндрическим пучком. В этом случае  $M = 1$ ,  $x^{(1)} = 1$  и  $F_{II}^{(I)}(1) = 1$ . При  $M > 1$ , согласно (24),  $F_{II}^{(M)}(x) > 1$ . Если выжигание осуществляется двумя параллельными гауссовыми пучками, то  $F_{II}^{(II)}(x) = [(x^{(1)})^2 + (x^{(2)})^2]^{-1}$ , эта величина, благодаря условию (24) есть функция одной переменной, она стремится к

единице при  $x^{(1,2)} \rightarrow 0$  и принимает максимальное значение, равное 2, когда диаметры обоих пучков одинаковы. При  $M$ -ступенчатом выжигании, осуществляемом одинаковыми пучками,  $x^{(m)} = M^{-1}$  и  $F_{II}^{(M)}(x) = M$ .

Перейдем к анализу величины  $F_{III}^{(M)}(x)$ . Рассмотрим геометрию выжигания, в которой ось каждого из пучков направлена по одному из единичных взаимно ортогональных векторов  $e_1, e_2, e_3$  (оси всех  $M$  пучков не могут быть параллельны), которые в таком случае задают канонический базис квадратичной по  $\mathbf{r}$  части функции  $Q_{III}^{(M)}(\mathbf{r} - \mathbf{R})$  (21). Проанализируем частные случаи.

При  $M = II$  из (26) и (32) следует, что

$$F_{III}^{(II)}(x) = \left[ x^{(1)} x^{(2)} [(x^{(1)})^2 + (x^{(2)})^2]^{1/2} \right]^{-1}, \quad (42)$$

$F_{III}^{(II)}(x) \rightarrow \infty$ , если  $x^{(m)} \rightarrow 0$ . Причина такого поведения величины  $F_{III}^{(II)}(x)$  заключается в том, что при  $x^{(m)} \rightarrow 0$  диаметр  $m$ -го пучка становится бесконечно большим, а результирующее трехмерное гауссово распределение имеет такой же диаметр в направлении оси этого пучка. Заметим, однако, что данный вывод имеет ограниченную область применения, поскольку в рассматриваемом случае при не слишком большом значении параметра  $f$  следовало бы принять во внимание продольную вариацию плотности потока фотонов в пучке с меньшим диаметром.

При  $M = III$  в рамках ограничений, наложенных нами на рассматриваемые конфигурации пучков, возможны два варианта. В первом оси всех трех пучков взаимно перпендикулярны, тогда (см. (26) и (32))

$$F_{III}^{(III;0)}(x) = [((x^{(1)})^2 + (x^{(2)})^2)((x^{(1)})^2 + (x^{(3)})^2)((x^{(2)})^2 + (x^{(3)})^2)]^{-1/2}. \quad (43)$$

Во втором варианте оси двух пучков параллельны друг другу и перпендикулярны оси третьего. В этом случае

$$F_{III}^{(III;1,2)}(x) = [(x^{(3)})^2((x^{(1)})^2 + (x^{(2)})^2)((x^{(1)})^2 + (x^{(2)})^2 + (x^{(3)})^2)]^{-1/2}. \quad (44)$$

В (44) дополнительные верхние индексы 1, 2, отмечают номера пучков, оси которых параллельны, дополнительный верхний индекс 0 в (43) означает, что оси всех трех пучков взаимно перпендикулярны. Нетрудно убедиться, что  $F_{III}^{(III;1,2)}(x) > F_{III}^{(III;0)}(x)$  при любых неравных нулю значениях  $x^{(m)}$  (т.е. для минимизации объема элементарной ячейки первый вариант предпочтительнее второго), причем отношение указанных величин стремится к единице, если  $x^{(1,2)} \rightarrow 0$ , и к бесконечности, если  $x^{(3)} \rightarrow 0$ , а в случае, если пучки имеют одинаковые диаметры ( $x^{(1)} = x^{(2)} = x^{(3)} = 1/3$ ), это соотношение равно  $\sqrt{4/3} \simeq 1.15$ . Заметим еще, что при  $x^{(1,2)} \rightarrow 0$  функции  $F_{III}^{(III;0)}$  и  $F_{III}^{(III;1,2)}(x)$  принимают тот же вид, что и функция  $F_{III}^{(II)}(x)$  (для  $F_{III}^{(III;0)}(x)$  это утверждение справедливо и при  $x^{(3)} \rightarrow 0$ ). Причина такого поведения указанных функций заключается в том, что в рассматриваемом случае трехступенчатого выжигания примесных центров пространственное распределение их плотности определяется пучками, имеющими меньшие эффективные диаметры.

Рассмотрим, наконец, вопрос о том, как изменится величина  $F_{III}^{(M)}(x)$ , если при заданном энергетическом расстоянии между конечным и начальным состояниями примесных центров число ступеней выжигания изменится от двух до трех. Сравним функции  $F_{III}^{(II)}(y)$  и  $F_{III}^{(III;0)}(x)$ . Пусть у этих функций один из параметров  $y^{(m)}$  совпадает с одним из параметров  $x^{(m)}$ , для определения положим, что  $y^{(1)} = x^{(1)}$ . В предположении (36) это означает, что частота перехода  $0 \rightarrow 1$  в двух- и трехступенчатых процессах одинакова. Тогда, согласно (24),  $y^{(2)} = x^{(2)} + x^{(3)}$ . Подставим определенные таким образом  $y^{(1)}$  и  $y^{(2)}$  в выражение для  $F_{III}^{(II)}(y)$  (см. (42)) и сравним последнюю формулу с (43). Простой анализ показывает, что  $\varphi(x) = F_{III}^{(II)}(y(x))/F_{III}^{(III;0)}(x)$  стремится к бесконечности, если  $x^{(1)} \rightarrow 0$ , а параметры  $x^{(2)}$  и  $x^{(3)}$  сравнимы. Таким образом, в данном предельном случае увеличение числа ступеней выжигания с двух до трех приводит к существенному уменьшению минимального объема элементарной ячейки при заданном значении параметра  $\Theta_D^{(M)}$ . Если же  $x^{(1)} \rightarrow 1$ , то  $\varphi(x) < 1$ . В случае, когда пучки, осуществляющие как двух-, так и трехступенчатое выжигание, одинаковы ( $y^{(1)} = y^{(2)} = 1/2$ , а  $x^{(1)} = x^{(2)} = x^{(3)} = 1/3$ ), имеем  $F_{III}^{(II)}(1/2) = 4\sqrt{2}$ , а  $F_{III}^{(III;0)}(1/3) = 3^3(2\sqrt{2})^{-1}$  и  $F_{III}^{(II)}(1/2)/F_{III}^{(III;0)}(1/3) = 2^4/3^3 \simeq 0.59$ .

### Выводы

Дифракционные эффекты являются фундаментальным фактором, ограничивающим возможность уплотнения информации в оптическом запоминающем устройстве, принцип действия которого базируется на механизме многоступенчатого выжигания примесных центров. Наш анализ этого фактора основан на использовании параметра  $Z_D^{(M)}$  — отношения числа центров, выжженных в поверхностной ( $D = II$ ) или объемной ( $D = III$ ) элементарной ячейке памяти при записи в ней информации, к максимальному числу центров, которое может быть выжжено в этой ячейке в процессе записи информации во всех остальных ячейках (13). Процесс считывания информации в данной работе не рассматривался, намечается сделать это в дальнейшем.

При анализе предполагалось, что насыщение в каждом переходе  $m - 1 \rightarrow m$  не достигается. В этом случае пространственное распределение плотности выжженных центров отражает пространственную структуру функции  $W_D^{(M)}(\mathbf{r} - \mathbf{R})$  — произведения плотностей потоков фотонов всех  $M$  пучков, участвующих в процессе выжигания (8).

Если функция  $W_D^{(M)}(\mathbf{r})$  и элементарная ячейка памяти обладают центром инверсии, то параметр  $Z_D^{(M)}$  связан простым соотношением (17) с другим параметром  $\Theta_D^{(M)}$  — отношением числа примесных центров, выжженных в той ячейке, в которой производилась запись информации, к полному числу примесных центров, выжженных во всем рабочем объеме (12).

Анализ проблемы значительно упрощается, если предположить, что фотовыжигание примесных центров осуществляется цилиндрическими

гауссовыми пучками. В этом случае функция  $W_D^{(M)}(\mathbf{r} - \mathbf{R})$  представляет собой  $D$ -мерное гауссово распределение. В данном предположении нами рассмотрена задача определения размеров прямоугольной элементарной ячейки, площадь или объем которой минимален при заданном значении параметра  $\Theta_D^{(M)}$ . Показано, что стороны такой ячейки пропорциональны диаметрам результирующего  $D$ -мерного гауссова распределения (36), а выражение для ее площади или объема  $V_D^{(M)}$  факторизуется (38), причем зависимость  $V_D^{(M)}$  от параметра  $\Theta_D^{(M)}$  содержится только в последнем множителе в правой части (38). В предположении (39) первый множитель этого выражения в свою очередь факторизуется, представляя собой произведение площади квадрата или объема куба со стороной, равной длине волны кванта света, который мог бы осуществить переход  $0 \rightarrow M$ , т.е. дифракционный предел площади или объема, равный  $\Lambda^D$ , и "гауссовой поправки" к этому пределу. Зависимость же величины  $V_D^{(M)}$  от характеристик отдельных пучков содержится в множителе  $F_D^{(M)}(x)$  (32), причем  $F_D^{(M)}(x) > 1$  при  $M > 1$ . Анализ этого множителя для наиболее интересных случаев проведен в конце раздела 2. Таким образом, если запись информации осуществляется цилиндрическими гауссовыми пучками с одинаковым у всех пучков значением параметра  $f = a^{(m)}(\lambda^{(m)})^{-1}$ , то отношение величин  $V_D^{(M)}$  и  $\Lambda^D$  равно произведению трех множителей  $f^D$ ,  $F_D^{(M)}(x)$  и  $\sigma^D$ , каждый из которых имеет свой физический смысл.

Авторы выражают глубокую благодарность К.К.Ребанае за стимулирующие дискуссии.

### Список литературы

- [1] Гороховский А.А., Каарли Р.К., Ребанае Л.А. // Письма в ЖТФ. 1974. Т. 20. Вып. 7. С. 474–479.
- [2] Kharlamov B.M., Personov R.I., Vykovskaya L.A. // Opt. Commun. 1974. Vol. 12. N 1. P. 191–193.
- [3] Castro G., Haarer D., Macfarlane R.M., Trommsdorf H.P. // US Patent. N 4101976. 1978.
- [4] Ребанае К.К., Ребанае Л.А., Гороховский А.А., Кикас Я.В. // А.С. СССР. № 948260. 1982.
- [5] Ребанае К. // Ежегодник Эстонского физического общества. Тарту. 1991. С. 32–46.
- [6] Rebane I., Kikas J. // Abstracts of the 3<sup>rd</sup> Topical Meeting Spectral Hole-Burning and Luminescence Line Narrowing. Ascona: Science and Applications, 1992.
- [7] Moerner W.E., Levenson M.D. // J. Opt. Soc. Am. B. 1985. Vol. 2. N 6. P. 915–924.
- [8] Марешаль М., Франсон М. Структура оптического изображения. М.: Мир, 1964. С. 295.
- [9] Яриу А. Квантовая электроника. М.: Сов. Радио, 1980. С. 488.
- [10] Гончаренко А.М. Гауссовы пучки света. Минск: Наука и техника, 1977. С. 142.
- [11] Александров Л.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: Наука, 1979. С. 511.
- [12] Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1968. С. 720.

Институт физики  
Тарту

Поступило в Редакцию  
13 июля 1992 г.