

01:04:09

©1993 г.

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ЛОВУШКА С ВЫНУЖДЕННО ИЗЛУЧАЮЩИМИ ЗАРЯДАМИ

*А.Ф. Курин, Е.А. Курин*

Рассмотрено ограниченное движение зарядов и их вынужденное излучение в стоячем поле, образованном циркулярно поляризованными волнами с произвольной фазовой скоростью. Показана возможность усиления поля ансамблем частиц с равномерным распределением в пространстве по всем углам влета. Описаны специфические для режима отражения физические механизмы усиления поля. Рассмотрены закономерности отражения зарядов в поле циркулярно поляризованной волны. Определена область значений параметров, при которых происходит отражение.

### Введение

Известно (см., например, [1-3]), что с помощью высокочастотных электромагнитных полей можно фокусировать, отражать и удерживать заряженные частицы. В монографии [2] систематически изложены теоретические и экспериментальные результаты, когда указанные операции осуществляются с помощью рельефов высокочастотных потенциалов, возникающих при движении зарядов в слабонеоднородных полях в результате усреднения по периоду высокочастотного поля [4]. В работе [5] (см. также [1]) показана возможность локализации заряда во вращающемся электромагнитном поле. Рассмотрен случай, когда поле создается двумя круглыми соленоидами.

В настоящей работе аналитически решается задача о движении зарядов и их вынужденном излучении в режиме удержания зарядов вращающимся полем сильных циркулярно поляризованных плоских электромагнитных волн, распространяющихся с произвольной фазовой скоростью вдоль магнитостатического поля. Рассмотрены случаи стоячего поля и поля одной бегущей волны.

Известно, что в режимах транспортировки зарядов в указанных полях возможно усиление полей за счет различных механизмов вынужденного излучения [6,7]. Известно также, что в стоячем поле возможна полная остановка частиц, которые при этом усиливают поле [8].

Существование режима с отражением зарядов и их удержанием в указанных полях показали численный анализ самосогласованной системы уравнений, а также анализ с использованием метода усреднения, причем, находясь в ловушке, частицы отдают свою кинетическую энергию

в среднем по быстрым колебаниям поля [9]. Этот эффект, как показано в настоящей работе, имеет место также в среднем по ансамблю частиц при инжекции их с равномерным распределением в пространстве по всем углам влета. Усиление поля оказывается возможным благодаря описанным ниже механизмам вынужденного излучения, специфическим для режима отражения зарядов.

Отметим, что отражение здесь, обусловленное действием поперечного магнитного высокочастотного поля, не является результатом усредненного движения, как в [4], поскольку время пролета до отражения меньше и много меньше периода поля.

1. Рассмотрим случай стоячего поля. Взаимодействие точечного заряда  $e$ , движущегося в магнитостатическом поле  $\mathbf{B}_0 = (0, 0, B_0)$  в немагнитной среде ( $n$  — показатель преломления) со стоячим полем, образованным плоскими волнами, бегущими вдоль оси  $z$ , описывается самосогласованной системой уравнений в работе [10]. Будем здесь считать внешнее поле сильным, а заряд, возбуждающий поле, малым. Поэтому вклад вынужденного излучения в результирующее поле будет незначительным, что дает возможность рассматривать задачу в приближении заданной амплитуды поля. При этом не учитывается возникающее при взаимодействии перераспределение энергии между электрической и магнитной составляющими переменного поля [10]. Ограничимся для простоты нерелятивистским случаем. Тогда при поле, циркулярно поляризованном в направлении, противоположном циклотронному движению в  $\mathbf{B}_0$  (поле обыкновенных волн),

$$\mathbf{E} = E_0 \sin hz (\sin \omega t, \cos \omega t, 0), \quad \mathbf{B} = nE_0 \cos hz (\sin \omega t, \cos \omega t, 0), \quad h = n\omega/c \quad (1)$$

имеем систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d\beta_x}{dT} + g\beta_y &= \frac{\varepsilon}{2} [-(1 - n\beta_z) \cos \Phi_1 + (1 + n\beta_z) \cos \Phi_2], \\ \frac{d\beta_y}{dT} - g\beta_x &= \frac{\varepsilon}{2} [(1 - n\beta_z) \sin \Phi_1 - (1 + n\beta_z) \sin \Phi_2], \\ \frac{d\beta_z}{dT} &= \frac{n\varepsilon}{2} [-\beta_x (\cos \Phi_1 + \cos \Phi_2) + \beta_y (\sin \Phi_1 + \sin \Phi_2)], \\ \frac{d}{dT} \left( \frac{\beta^2}{2} \right) &= -\frac{\varepsilon}{2} [\beta_x (\cos \Phi_1 - \cos \Phi_2) - \beta_y (\sin \Phi_1 - \sin \Phi_2)], \\ \frac{d\Phi_{1,2}}{dT} &= 1 \mp n\beta_z, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\beta_i = v_i/c$ ;  $\beta^2 = \beta_x^2 + \beta_y^2 + \beta_z^2$ ;  $\Phi_{1,2} = T \mp hz$  — фазы волн, образующих стоячее поле;  $g = \omega_0/\omega$  ( $\omega_0 = eB_0/(m_0c)$ ) — циклотронная частота,  $m_0$  — масса покоя заряда;  $\varepsilon = eE_0/(m_0\omega c)$  — параметр электрического поля;  $T = \omega t$ .

Если на плоскости переменных  $\beta_x, \beta_y$  перейти к системе координат, вращающейся с частотой поля, по формулам

$$\beta'_x = \beta_x \sin \frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2} + \beta_y \cos \frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2}, \quad \beta'_y = -\beta_x \cos \frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2} + \beta_y \sin \frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2}, \quad (3)$$

то вместо (2) получим систему

$$\begin{aligned}\frac{d\beta'_x}{dT} &= -\varepsilon \sin \psi - (1+g)\beta'_y, \\ \frac{d\beta'_y}{dT} &= -n\varepsilon\beta_z \cos \psi + (1+g)\beta'_x, \\ \frac{d\beta_z}{dT} &= n\varepsilon\beta'_y \cos \psi, \\ \frac{d}{dT} \left( \frac{\beta^2}{2} \right) &= -\varepsilon\beta'_x \sin \psi, \\ \frac{d\psi}{dT} &= n\beta_z,\end{aligned}\tag{4}$$

где  $\psi = (\Phi_2 - \Phi_1)/2$ .

Пусть частица влетает в стоячее поле в узле электрической составляющей ( $z = 0$ ), тогда начальными условиями для системы (4), согласно (3), будут значения  $T = 0$ ,  $\beta'_x = \beta_{y0}$ ,  $\beta'_y = -\beta_{x0}$ ,  $\beta_z = \beta_{z0}$ ,  $\beta^2/2 = \beta_0^2/2$ ,  $\psi = 0$ .

На основе качественных рассуждений сделаем аппроксимации, упрощающие систему (4). Как видно из выражений (1), в стоячем циркулярно поляризованном поле электрическая и магнитная составляющие параллельны. Причем в окрестности начальной точки  $z = 0$  справедливо неравенство  $|\mathbf{V}| \gg |\mathbf{E}|$  и на траекторию движения заряда здесь определяющее влияние оказывает магнитное поле  $\mathbf{V}$ . Поэтому следует ожидать, что в сильном поле  $\mathbf{V}$  частица, имеющая первоначально составляющую скорости  $v_{z0}$ , поперечную к  $\mathbf{V}$ , отразится и будет совершать колебательное движение, что подтверждается, как указывалось выше, численным анализом системы (2). Если амплитуда этих колебаний, равная циклотронному радиусу в поле  $\mathbf{V}$ , много меньше пространственного периода поля, то для фазы  $\psi = hz$  на траектории движения частицы выполняется неравенство  $\psi \ll 1$ , что приводит в уравнениях (4) к аппроксимациям  $\cos \psi \simeq 1$ ,  $\sin \psi \simeq \psi$ . Физически это означает, что на траектории магнитное поле  $\mathbf{V}$  принимается не зависящим от  $z$ , а электрическое поле зависит от  $z$  линейно. Вместо системы (4) будем иметь

$$\begin{aligned}\frac{d\beta'_x}{dT} &= -\varepsilon\psi - g'\beta'_y, \\ \frac{d\beta'_y}{dT} &= -n\varepsilon\beta_z + g'\beta'_x, \\ \frac{d\beta_z}{dT} &= n\varepsilon\beta'_y, \\ \frac{d\psi}{dT} &= n\beta_z, \\ \frac{d}{dT} \left( \frac{\beta^2}{2} \right) &= -\varepsilon\beta'_x\psi,\end{aligned}\tag{5}$$

где  $g' = 1 + g$ .

Первые четыре уравнения образуют линейную систему с четырьмя неизвестными. Характеристическое уравнение является биквадратным и имеет корни  $k_{1,2} = \pm i\lambda_1$ ,  $k_{3,4} = \pm i\lambda_2$ , где

$$\lambda_{1,2} = \left( \frac{\mu^2 + g'^2}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{D} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (6)$$

В выражении (6)  $D = (\mu^2 + g'^2)^2 - 4\mu^2 g'$ ,  $\mu = n\varepsilon$  — безразмерный параметр магнитного поля. При  $g' > 0$  и  $D \geq 0$  все корни чисто мнимые и движение частицы ограниченное, причем колебания происходят с частотами  $\omega\lambda_{1,2}$ . Простой анализ выражения  $D$  показывает, что условие  $D > 0$  выполняется при всех  $g' > 0$  в поле  $\mathbf{B}$  с амплитудой  $\mu \gtrsim 1,3$ . При  $g' > 1 (g > 0)$  это условие выполняется для любых значений  $\mu$ .

Таким образом, в полях, которые являются результатом сделанных выше аппроксимаций, существует ограниченное движение зарядов.

Решением системы первых четырех уравнений (5) с начальными условиями для системы (4) являются функции, представленные в матричной записи,

$$\begin{pmatrix} \beta'_x \\ \beta'_y \\ \beta_z \\ \psi \end{pmatrix} = \frac{1}{a_1 - a_2} \begin{pmatrix} a_1 b_2 & \frac{a_1 \lambda_1 \beta_{x0}}{g'} & -a_2 b_1 & -\frac{a_2 \lambda_2 \beta_{x0}}{g'} \\ \lambda_1^2 \beta_{x0} & -\lambda_1 b_2 g' & -\lambda_2^2 \beta_{x0} & \lambda_2 b_1 g' \\ \mu b_2 g' & \mu \lambda_1 \beta_{x0} & -\mu b_1 g' & -\mu \lambda_2 \beta_{x0} \\ -n\mu \beta_{x0} & \frac{n\mu b_2 g'}{\lambda_1} & n\mu \beta_{x0} & -\frac{n\mu b_1 g'}{\lambda_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \lambda_1 T \\ \sin \lambda_1 T \\ \cos \lambda_2 T \\ \sin \lambda_2 T \end{pmatrix},$$

$$a_{1,2} = \mu^2 - \lambda_{1,2}^2, \quad b_{1,2} = \beta_{y0} - \beta_{z0} a_{1,2} / (\mu g'). \quad (7)$$

С использованием  $\beta'_x$ ,  $\psi$  (7) интегрируется пятое уравнение (5). С помощью результатов вычислений найдем КПД взаимодействия

$$\eta = 1 - \frac{\beta^2}{\beta_0^2}$$

для ряда частных случаев.

а) Пусть  $\beta_{z0} = \beta_0$ ,  $\beta_{x0} = \beta_{y0} = 0$ , т.е. частица влетает в направлении магнитостатического поля. Заметим сразу, что полученные в пункте а результаты справедливы также и для потока зарядов, так как известно, что в циркулярно поляризованном поле постоянной амплитуды энергообмен при данных начальных условиях не зависит от момента влета.

Для  $\eta$  получается формула

$$\eta = \frac{a_1 a_2}{2g'(a_1 - a_2)^2} \left[ \frac{a_2}{\lambda_1^2} (1 - \cos 2\lambda_1 T) + \frac{a_1}{\lambda_2^2} (1 - \cos 2\lambda_2 T) - \frac{2}{\lambda_1 + \lambda_2} \left( \frac{a_2}{\lambda_1} + \frac{a_1}{\lambda_2} \right) (1 - \cos(\lambda_1 + \lambda_2)T) + \frac{2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left( \frac{a_2}{\lambda_1} - \frac{a_1}{\lambda_2} \right) (1 - \cos(\lambda_2 - \lambda_1)T) \right]. \quad (8)$$

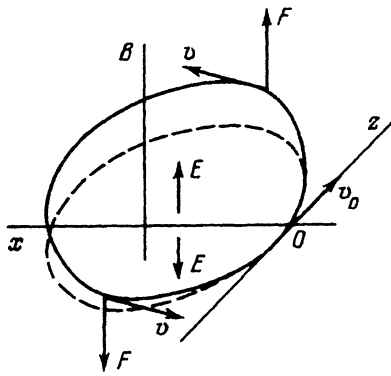


Рис. 1.

Если считать здесь все фазы быстрыми и провести по ним усреднение, то приходим к выражению

$$\eta = \frac{g}{2D} \left( \mu^2 \frac{g' + 2}{g'} + g'^2 \right). \quad (9)$$

Видно, что так как  $D > 0$ ,  $g' > 0$ , то при  $g > 0$  справедливо неравенство  $\eta > 0$ , т.е. заряд в среднем отдает энергию полю обыкновенных волн и ускоряется ( $\eta < 0$  при  $g < 0$ ) полем необыкновенных волн. Эффект имеет место при произвольном  $n$ .

Рассмотрим случай  $\mu \gg g'$ , т.е. когда поле  $\mathbf{B}$  сильное, так что частота

$$\omega_B = \frac{enE_0}{m_0c} \gg \omega + \omega_0.$$

Тогда, разлагая  $\lambda_{1,2}$  (6) в ряд по степеням малого параметра  $\mu^{-1}$  и удерживая в (8) члены до  $\mu^{-2}$ , приходим к выражению

$$\eta = \frac{4g}{\mu^2} \sin^4 \frac{\mu\Gamma}{2}. \quad (10)$$

Отметим, что формула (10) получается также из системы (2) путем простого разложения по параметру  $\mu^{-1}$ . Кроме того, на этом пути получается формула вида (10) из релятивистских уравнений. Из выражения (10) следует, что  $\eta > 0$  при  $g > 0$ .

Остановимся на физическом механизме отбора энергии у заряда. Поскольку  $\omega_B \gg \omega$ , то можно рассматривать приближенно динамику частицы в полях  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{B}_0$  с фиксированной ориентацией векторов  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$ . Далее, так как  $\omega_B \gg \omega_0$  и в окрестности узла  $|\mathbf{E}| \ll |\mathbf{B}|$ , то характер траектории заряда определяется в основном полем  $\mathbf{B}$ , которое искривляет траекторию частиц, имеющей начальную скорость  $v_0$  (рис. 1), в результате чего появляется поперечная к магнитостатическому полю  $\mathbf{B}_0$  составляющая скорости и, как следствие, возникает магнитная сила Лоренца в этом поле  $\mathbf{F}$ . Сила  $\mathbf{F}$  превосходит имеющую противоположное направление электрическую силу слабого на траектории поля  $\mathbf{E}$ , в результате чего отрицательный заряд перемещается в направлении  $\mathbf{E}$ , т.е.

отдает полю свою энергию. Вступая в область  $z < 0$ , частица оказывается под действием силы  $\mathbf{F}$ , направление которой меняется на противоположное. Однако и поле  $\mathbf{E}$  имеет здесь противоположную ориентацию, так что по-прежнему заряд, перемещаясь под действием  $\mathbf{F}$ , отдает свою энергию полю. Пунктиром на рис. 1 показана траектория частицы при  $\mathbf{V}_0 = 0$ . Если взять магнитоэлектрическое поле  $-\mathbf{V}_0 (g < 0)$ , то сила  $\mathbf{F}$  изменит знак и будет перемещать заряд в направлении, противоположном  $\mathbf{E}$ , т.е. заряд приобретает энергию поля, что отражено в (11) ( $\eta < 0$ ).

Заметим, что формула (10) и ее релятивистский аналог, справедливые в условиях данного физического механизма, описывают энергообмен до  $\eta \sim 0.4-0.6$ , что проверялось численным анализом на ЭВМ.

б) Пусть  $\beta_{x0} = \beta_0, \beta_{y0} = \beta_{z0} = 0$ . Для  $\bar{\eta}$  получается выражение

$$\bar{\eta} = -\frac{\mu^2(\mu^2 + 3g'^2)}{2g'D},$$

которое указывает на ускорение частицы и, следовательно, на поглощение энергии поля ( $\bar{\eta} < 0$  при  $g' > 0, D > 0$ ). Пользуясь качественными рассуждениями, как в пункте а, нетрудно объяснить этот результат.

в) Пусть  $\beta_{y0} = \beta_0, \beta_{x0} = \beta_{z0} = 0$ . Для  $\bar{\eta}$  получается выражение

$$\bar{\eta} = \frac{\mu^2[\mu^2 + g'(g' - 6)]}{2D}.$$

Усиление поля ( $\bar{\eta} > 0$ ) имеет место при  $\mu > [(6-g')g']^{1/2}$ , если  $0 < g' < 6$ , и при  $\mu > 0$ , если  $g' > 6$ .

Проще всего можно объяснить механизм усиления, если рассмотреть поведение частицы в полях с фиксированной ориентацией векторов  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{V}$ , как в пункте а. При первоначальном движении по  $y$  (вдоль силовых линий поля  $\mathbf{V}$ ) в поле  $\mathbf{V}_0$  возникает сила Лоренца, ориентированная нормально вектору  $\mathbf{V}$ . Возникшие осцилляции с частотой  $\omega_V$  происходят так, что ведущий центр расположен в области  $z > 0$ , где поле  $\mathbf{E}$  направлено по оси  $y$ , т.е. в направлении поступательного движения частицы. При этом происходит ее торможение этим полем. Поле усиливается. Если заряд инжектируется в направлении  $-y$ , то ведущий центр осциллирующей частицы с частотой  $\omega_V$  расположен в области  $z < 0$ . Так как здесь поле  $\mathbf{E}$  также ориентировано в направлении  $-y$ , то опять-таки имеют место торможение заряда и, как следствие, усиление поля.

г) Возможность усиления при инжекции частиц в двух измерениях из трех позволяет предположить существование усиления при инжекции с равномерным распределением по возможным углам влета.

Пусть в сферической системе координат  $(\beta_0, \Theta, \varphi)$  составляющие скорости равны  $\beta_{x0} = \beta_0 \sin \Theta \cos \varphi, \beta_{y0} = \beta_0 \sin \Theta \sin \varphi, \beta_{z0} = \beta_0 \cos \Theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ). Подставляя эти значения в  $\beta'_x, \psi$  (7), интегрируя пятое уравнение (5) и усредняя  $\eta$  по сфере радиуса  $\beta_0(\beta_{x0}^2 + \beta_{y0}^2 + \beta_{z0}^2 = \beta_0^2)$ , приходим к выражению

$$\eta_{\text{ср}} = \frac{1}{6(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)^2} \{F(\lambda_1, \lambda_2)(1 - \cos 2\lambda_1 T) + F(\lambda_2, \lambda_1)(1 - \cos 2\lambda_2 T) + \frac{2}{\lambda_2 + \lambda_1} [G(\lambda_1, \lambda_2) + G(\lambda_2, \lambda_1)](1 - \cos(\lambda_2 + \lambda_1)T) -$$

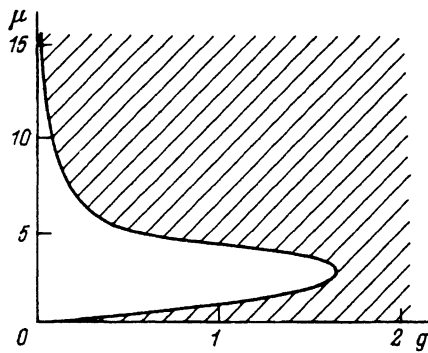


Рис. 2.

$$-\frac{2}{\lambda_2 - \lambda_1} \{ [f'(\lambda_1, \lambda_2) - f'(\lambda_2, \lambda_1)] (1 - \cos(\lambda_2 - \lambda_1)T) \},$$

где

$$F(\lambda_1, \lambda_2) = (\mu^2 - \lambda_1^2) \left[ \lambda_2^2 - \frac{\mu^2}{g'} + 2 \frac{(\mu^2 - \lambda_2^2)^2}{g' \lambda_1^2} \right],$$

$$f'(\lambda_1, \lambda_2) = -\lambda_1 \lambda_2^3 (\mu^2 - \lambda_2^2) + \frac{\lambda_1 \mu^2}{g'} (\mu^2 - \lambda_1^2) - 2 \frac{(\mu^2 - \lambda_1^2)(\mu^2 - \lambda_2^2)^2}{\lambda_1 g'}.$$

Усредняя по фазам и используя выражения  $\lambda_{1,2}$  (6), получим

$$\bar{\eta}_{cp} = \frac{1}{6D} \left[ \mu^4 \frac{g}{g+1} + 2\mu^2 (g^2 - 2g - 4) + g(g+1)^3 \right]. \quad (11)$$

На рис. 2 показана область (заштрихована) значений параметров  $\mu$ ,  $g$ , при которых имеем усиление поля ( $\bar{\eta}_{cp} > 0$ ). Как видно, этот эффект существует при  $g > 0$ . Формула (11) справедлива при произвольной фазовой скорости волн.

Заметим, что в случае непрерывной инжекции частиц усиление будет накапливаться, поэтому необходимо, как уже говорилось, решать самосогласованную задачу, учитывающую динамику амплитуд электрической и магнитной составляющих высокочастотного поля и в том числе перераспределение энергии между этими составляющими [10].

2. Рассмотрим закономерности отражения частиц первоначально прямолинейного моноскоростного потока, направляемого магнитоэстатическим полем  $\mathbf{V}_0 = (0, 0, V_0)$ , в поле циркулярно поляризованной обыкновенной волны, бегущей вдоль  $\mathbf{V}_0$  с произвольной фазовой скоростью и попутной с частицами. И здесь считаем внешнее поле сильным, а ток частиц слабым. Поэтому слабым является возбуждаемое поле встречной волны и ее действием на заряды будем пренебрегать. Тогда самосогласованная система релятивистских уравнений в первом приближении метода усреднения, учитывающем действие только внешней попутной волны, приводит к интегралам возмущенного поля движения

$$x = \beta_0 - nw,$$

$$\rho^2 = w [(1 - n^2)w + 2(n\beta_0 - 1)],$$

$$\begin{aligned}\varepsilon \rho \cos \Phi &= \frac{1-n^2}{2} w^2 + (n\beta_0 - 1 - g)w, \\ \varepsilon^2 - \varepsilon_0^2 &= \frac{2Iwx}{n}.\end{aligned}\quad (12)$$

Эти интегралы получены в [11,12] и использованы в [12] для объяснения бифуркаций при вынужденном излучении зарядов. В формулах (12)  $x = p_z / (m_0 c \gamma_0)$  ( $p_z$  — продольный импульс частицы,  $\gamma_0 = (1 - \beta_0^2)^{-1/2}$  — релятивистский фактор),  $\rho = p_t / (m_0 c \gamma_0)$  ( $p_t = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$  — поперечный импульс),  $w = 1 - \mathcal{E} / \mathcal{E}_0$  ( $\mathcal{E} = m_0 c^2 (1 - v^2 / c^2)^{-1/2}$  — энергия частицы,  $v$  — ее скорость,  $\mathcal{E}_0 = m_0 c^2 \gamma_0$  — начальная энергия),  $\varepsilon = \varepsilon E / (m_0 c \omega \gamma_0)$  — параметр электрического поля ( $E$  — амплитуда волны),  $\varepsilon_0 = \varepsilon E_0 / (m_0 c \omega \gamma_0)$  — начальное значение этого параметра ( $E_0$  — начальная амплитуда),  $I = 2\pi N c^2 \beta_0 / (m_0 \omega^2 \gamma_0)$  — параметр тока ( $N$  — концентрация частиц),  $\Phi$  — относительная фаза колебаний поля и заряда.

Так как параметр  $I$  считаем малым, то в (12)  $\varepsilon \simeq \varepsilon_0$  и рассмотрим взаимодействие в приближении постоянной амплитуды волны.

Путем анализа выражений (12) покажем возможность отражения частиц и найдем область значений параметров, при которых это происходит. Решим неравенство  $x \leq 0$  в (12), которое соответствует остановке частиц ( $x = 0$ ) по  $z$ , а также их возвратному движению ( $x < 0$ ). Получим  $w \geq \beta_0 / n$ . Видно, что значение  $w = \beta_0 / n > 0$ , т.е. при остановке по  $z$  энергия частицы  $\mathcal{E}$  меньше первоначальной  $\mathcal{E}_0$ . Следовательно, в режиме отражения имеем усиление поля, которое, как следует из анализа неравенства  $\rho^2 \geq 0$  [12], возможно при аномальном эффекте Доплера ( $\beta_0 > n^{-1}$ ). Волна при этом замедленная ( $n > 1$ ). Далее, значение  $w = \beta_0 / n$  не должно превосходить  $w_{\max} = 1 - \varepsilon_{\min} / \varepsilon_0 = 1 - \sqrt{1 - \beta_0^2}$ , где  $\varepsilon_{\min} = m_0 c^2$  соответствует полной остановке частиц. Тогда из условия  $w \leq w_{\max}$ , или  $\beta_0 / n \leq 1 - \sqrt{1 - \beta_0^2}$ , следует неравенство  $\beta_0 \geq 2n / (1 + n^2)$ ,  $n > 1$ . Легко убедиться, что это неравенство полностью совпадает с неравенством, полученным из требования  $\rho^2 \geq 0$ , если в  $\rho^2$  (12) подставить значение  $w = \beta_0 / n$ . Таким образом, отражение частиц возможно в поле замедленной волны ( $n > 1$ ) при

$$2n / (1 + n^2) < \beta_0 < 1. \quad (13)$$

Значения  $\beta_0$ ,  $n$ , удовлетворяющие равенству

$$\beta_0 = \frac{2n}{1 + n^2}, \quad n > 1, \quad (14)$$

соответствуют полному торможению частиц, поскольку при этом  $\rho = x = 0$ .

Из условия  $\cos^2 \Phi \leq 1$  при  $w = \beta_0 / n$  следует требование к амплитуде поля, обеспечивающей отражение или полное торможение частиц,

$$\varepsilon_0 \geq \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\beta_0}{n}} \left| s - \frac{2g}{s} \right|, \quad s = \left( \beta_0 \frac{1 + n^2}{n} - 2 \right)^{1/2}. \quad (15)$$



Для режима полного торможения, согласно (14), имеем  $s = 0$ . Тогда из формулы (15) следует, что в присутствии магнитостатического поля ( $g \neq 0$ ) невозможно полностью затормозить частицы ( $\varepsilon_0 \geq \infty$ ). Если магнитостатическое поле отсутствует ( $g = 0$ ), то такая возможность существует, на что указывает неравенство  $\varepsilon_0 > 0$ , которое следует из (15) при  $g = 0$ . Это неравенство требует уточнения, поскольку известно, что механизм торможения поперечного движения при одновременном торможении продольного движения по оси  $z$  включается при  $\varepsilon_0 > \varepsilon_{ok}$ , где  $\varepsilon_{ok} = (n\beta_0 - 1)(n^2 - 1)^{-1/2}/2$  — бифуркационное значение параметра поля [12]. Таким образом, полное торможение при  $g = 0$  имеет место, когда  $\varepsilon_0 > \varepsilon_{ok}$ .

Для режима отражения по  $z$  значения  $s \neq 0$  определяются с учетом неравенства (13). Отражение имеет место при  $g = 0, g \geq 0$ . Оно возможно при  $\varepsilon_0$ , удовлетворяющих (15).

### Список литературы

- [1] Морозов А.И., Соловьев Л.С. // Вопросы теории плазмы. Вып. 2. М.: Госатомиздат, 1963. С. 177–261.
- [2] Геккер И.Р. Взаимодействие сильных электромагнитных полей с плазмой. М.: Атомиздат, 1978. 310 с.
- [3] Ванке В.А., Гореликов В.Н., Саввин В.Л. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1983. Вып. 3(351). С. 7–15.
- [4] Гапонов А.В., Миллер М.А. // ЖЭТФ. 1958. Т. 34. Вып. 1. С. 242–243.
- [5] Казанцев А.П. // ЖЭТФ. 1959. Т. 37. Вып. 5(11). С. 1463–1464.
- [6] Братман В.Л., Гинзбург Н.С., Нусинович Г.С. и др. // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1979. С. 157–216.
- [7] Курин А.Ф. // ЖТФ. 1982. Т. 52: Вып. 2. С. 217–222.
- [8] Курин А.Ф. // Письма в ЖТФ. 1980. Т. 6. Вып. 5. С. 267–270. Там же. 1981. Т. 7. Вып. 12. С. 767.
- [9] Курица Г.А., Курин А.Ф. // Тез. докл. X Всесоюз. науч. конф. "Электроника СВЧ". Т. 1. Минск, 1983. С. 204. Тез. докл. IV Всесоюз. семинара по релятивистской высокочастотной электронике. М., 1984. С. 37.
- [10] Курин А.Ф. // РиЭ. 1989. Т. 34. № 1. С. 126–131.
- [11] Гинзбург Н.С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1979. Т. 22. № 4. С. 470–479.
- [12] Курин А.Ф. // РиЭ. 1990. Т. 35. № 3. С. 616–624.

Воронежский университет

Поступило в Редакцию  
27 июля 1992 г.