

01;03

©1993 г.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ТРАКТОВКА ПОНЯТИЯ «РАЗДЕЛИТЕЛЬНАЯ СПОСОБНОСТЬ» В ТЕОРИИ ОБОГАЩЕНИЯ ГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ

Е. П. Потанин

Для случая малых обогачений показано, что введение в теории обогащения газовых смесей разделительного потенциала Дирака-Пайерлса связано с выполнением закона сохранения механической энергии при разделении компонентов. На примере разделения бинарной газовой изотопной смеси во внешнем силовом поле проиллюстрирована возможность получения выражения для потенциала

$$\Phi(C) = (2C - 1) \ln \frac{C}{1 - C},$$

исходя из рассмотрения изменения потенциальной энергии молекул смеси в процессе взаимной диффузии.

При проведении расчетов применительно к разделению изотопов урана в каскадах обычно используются понятия “мощность разделения” или “разделительная способность”. Эти термины особенно широко употребляются при осуществлении коммерческих операций с обогащенным ураном на мировом рынке. Каков физический смысл понятия “разделительная способность”? Этот вопрос в литературе практически не затрагивался.

В силу того что в последние годы в теории разделения изотопов, основанной на введении понятий “разделительная способность и функция ценности”, вскрылся ряд противоречий [1], а также в связи с разработкой в настоящее время альтернативных методов разделения изотопов [2] и целесообразности проведения сравнительных экономических оценок новых и существующих способов обогащения, возникает необходимость более подробного рассмотрения физических основ понятий “работа разделения и разделительный потенциал”, введенных почти 40 лет назад [3].

В настоящей работе предпринята попытка интерпретировать понятие “разделительная способность” на основе представлений о превращении механической энергии при разделении бинарной газовой смеси. Поскольку термин “разделительная способность” впервые был введен при анализе работы идеальных каскадов, то обратимся сначала к общим положениям теории каскадов. Непрерывно действующий разделительный элемент,

ступень каскада или завод являются устройствами, которые можно характеризовать потоком исходной смеси G с концентрацией целевого изотопа C_0 , потоком отбора τ и отвала W с концентрациями C_τ и C_W соответственно, причем $C_W < C_0 < C_\tau$. Идеальным называется составленный из одинаковых элементов каскад с сокращением межступенчатых потоков, в котором отсутствует смешение концентрации на выходе и выходах элементов [4]. При вычислении суммы межступенчатых потоков в каскаде вводится понятие разделительная способность ΔU , определяемая соотношением

$$\Delta U = \tau\Phi(C_\tau) + W\Phi(C_W) - G\Phi(C_0), \quad (1)$$

где $\Phi(C)$ — разделительный потенциал Дирака-Пейерлса который рассчитывается по формуле

$$\Phi(C) = (2C - 1) \ln \frac{C}{1 - C}. \quad (2)$$

Как следует из (1), (2), для получения абсолютно чистых компонентов ($C_\tau \rightarrow 1$, $C_W \rightarrow 0$) требуется бесконечно большая “разделительная мощность”.

Разделительная способность элемента δU , в котором реализуются небольшие эффекты, находится разложением в ряд Тейлора выражения (1) вблизи исходной концентрации C^0 . В случае, например, симметричной схемы деления потоков в элементе ($t = w = g/2$, g , t и w — питание, отбор и отвал элемента) величина разделительной способности в общем случае любых концентраций может быть вычислена по формуле [4]

$$\delta U = g \frac{(\varepsilon^+)^2}{2}, \quad (3)$$

где

$$\varepsilon^+ = \frac{C^+}{1 - C^+} \bigg/ \frac{C^0}{1 - C^0} - 1$$

— коэффициент обогащения, C^0 и C^+ — концентрации в питании и отборе.

Определение общего числа элементов в идеальном каскаде производится в соответствии с соотношением

$$m = \frac{\Delta U}{\delta U}, \quad (4)$$

где ΔU — полная разделительная способность каскада.

Рассмотрим обогатительную секцию некоторого условного каскада с сокращением потоков, составленного из одинаковых элементов. Часть каскада из соединенных параллельно элементов называется ступенью. Коэффициентом деления элемента α^+ назовем величину отношения относительных концентраций разделяемых компонентов в отборе и питании

$$\alpha^+ = \frac{C^+}{1 - C^+} \bigg/ \frac{C^0}{1 - C^0}. \quad (5)$$

Данное определение коэффициента разделения имеет физический смысл. Если допустить, что разделение происходит в некотором силовом поле, когда на молекулы газовой смеси действуют неравные силы f_1 и f_2 , то, записывая уравнения равновесия (сохранения импульса) для компонентов в направлении действующих сил (направим, например, ось z противоположно силовому полю)

$$\frac{\partial p_1}{\partial z} = -n_1 f_1, \quad \frac{\partial p_2}{\partial z} = -n_2 f_2 \quad (6)$$

(n_1 и n_2 — числовые плотности компонентов) и интегрируя по C от C_0 до C^+ , а по z от 0 до L (L — длина разделительного промежутка от точки питания до точки отбора), получим

$$\ln \frac{\frac{C^+}{1-C^+}}{\frac{C^0}{1-C^0}} = \frac{(f_2 - f_1)L}{kT}. \quad (7)$$

Итак, введение коэффициента разделения α^+ связано с “силовым” характером разделительного процесса. Определим полный коэффициент разделения обогатительной секции каскада как

$$q = \frac{\frac{C_\tau}{1-C_\tau}}{\frac{C_0}{1-C_0}}. \quad (8)$$

Последовательное соединение ступеней соответствует, очевидно, увеличению длины каскада пропорционально числу ступеней. Поэтому для вычисления полного числа ступеней N , как следует из (5) и (8), справедливо соотношение [4]

$$N = \ln q / \ln \alpha^+. \quad (9)$$

Таким образом, условие нахождения числа ступеней в каскаде связано с законом сохранения импульса, который определяет распределение концентрации по длине каскада. Однако общее число элементов остается неопределенным. Процессы разделения подчиняются механическим закономерностям, которые характеризуются наряду с сохранением импульса и сохранением энергии. Поэтому можно предположить, что выше при определении полного числа элементов в каскаде m по формуле (4) мы неявно используем закон сохранения энергии.

Изложенные соображения, однако, лишь отчасти раскрывают физический смысл понятия “разделительная способность”. Известно, что при разделении бинарной газовой смеси на чистые компоненты должна быть затрачена минимально необходимая механическая работа $\Delta A = -T\Delta S$, связанная с уменьшением энтропии газовой смеси ΔS [4]. На первый взгляд естественно предположить, что разделительная способность δU связана с величиной механической мощности $\Delta A/\Delta t$ посредством, например, линейной зависимости с размерным коэффициентом пропорциональности. Попытка отыскания именно такой связи была предпринята в [5]. Между тем простые рассуждения показывают, что в общем случае такой связи существовать и не должно. Действительно, величина ΔA , которую

можно рассчитать на основе представлений о полупроницаемых перегородках, равна [6]

$$\Delta A = \Delta A_1 + \Delta A_2 = kTN_A(\nu_1 + \nu_2)[C_0 \ln C_0 + (1 - C_0) \ln(1 - C_0)], \quad (10)$$

где ν_1 и ν_2 — числа молей разделяемых компонентов, N_A — число Авогадро, T — абсолютная температура, C_0 — концентрация одного из компонентов смеси, k — постоянная Больцмана.

Из (10) следует, что величина ΔA конечна при разделении на чистые компоненты (процесс с бесконечно большим коэффициентом разделения) и, следовательно, не может служить мерой “работы разделения”.

Реально процесс разделения совершается под действием некоторого внешнего (или аналогичного ему) силового поля (тяготения или центробежного) либо условного поля, создаваемого, например, при газовой диффузии или термодиффузии. Представим себе бинарную газовую смесь, расположенную в пространстве между двумя непроницаемыми поверхностями, на молекулы которой в некоторый момент времени t_0 начинают действовать неравные по величине силы f_1 и f_2 ($f_2 < f_1$). В достаточно плотном газе первоначальным результатом действия этих сил будет возникновение в смеси градиента полного давления $\partial p / \partial z$, причем в первый после установления величины $\partial p / \partial z$ момент времени концентрация C еще однородна в пространстве [7]. Однако такое состояние смеси является неравновесным, поскольку при равенстве градиентов парциального давления компонентов, рассчитанных на одну частицу

$$\frac{1}{n_1} \frac{\partial p_1}{\partial z} \simeq \frac{1}{n_2} \frac{\partial p_2}{\partial z} \quad \text{при } t \simeq t_0,$$

на молекулы первого сорта действует большая сила, нежели на молекулы второго. Поэтому, после сравнительно быстрого установления градиента давления смеси начинается относительно медленный процесс взаимной диффузии компонентов, в результате которого частицы первого сорта преимущественно перемещаются в направлении градиента давления, частицы второго сорта — в противоположном направлении. Этот процесс, приводящий к частичному разделению компонентов, происходит до тех пор, пока объемные внешние силы, действующие на компоненты, не “уравновесятся” градиентами парциального давления (соотношения (6)). Поскольку разделительный потенциал Дирака-Пейерлса отсчитывается от концентрации $C = 0.5$ (см. формулу (2)), то положим исходную концентрацию смеси C_0 равной 0.5. Рассмотрим изменение в процессе разделения энергии смеси в некотором достаточно малом объеме зоны разделения в крайней отборной области А (см. рисунок). Определим, какая энергия “затрачивается” при разделении (штриховая линия показывает распределение концентрации в равновесии). В первый момент времени, когда уже установился градиент полного давления смеси, но еще не произошло разделения, потенциальная энергия молекул в объеме $\Delta V'$ равна

$$\begin{aligned} (f_1 N_{10} + f_2 N_{20})z' &= (N_{10} + N_{20})[f_1 C_0 + f_2(1 - C_0)]z' = \\ &= (N_{10} + N_{20}) \left(\frac{f_1 + f_2}{2} \right) z', \end{aligned} \quad (11)$$

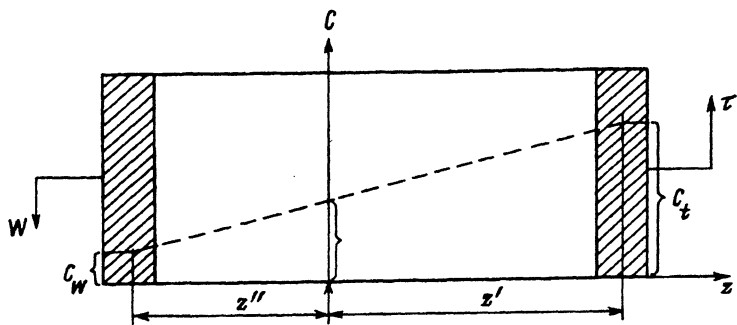


Схема разделительной системы.

где N_{10} и N_{20} — числа частиц обоих компонентов в объеме $\Delta V'$ до разделения; z' — координата элементарного объема $\Delta V'$, отсчитываемая от положения, в котором $C = C_0$.

После разделения потенциальная энергия равна

$$(f_1 N_1 + f_2 N_2) z' = (N_1 + N_2) [f_1 C_0 + f_2 (1 - C)] z'. \quad (12)$$

В силу закона сохранения энергии затраченная энергия будет равна разности потенциальных энергий во внешнем поле до и после разделения. Поскольку $N_{10} + N_{20} = N_1 + N_2$, то разница этих энергий

$$\Delta E = \frac{N_1 + N_2}{2} [(2C - 1)(f_1 - f_2)] z'. \quad (13)$$

Полагая $p_1 = n_1 kT$, $p_2 = n_2 kT$ и учитывая, что все величины зависят только от z , получим из (6) [8]

$$\frac{kT}{n_1} \frac{dn_1}{dz} = -f_1, \quad \frac{kT}{n_2} \frac{dn_2}{dz} = -f_2. \quad (14)$$

Интегрируя по z от 0 до z' , а по n от n_0 до n , найдем

$$kT \ln \frac{C}{1 - C} = (f_2 - f_1) z'. \quad (15)$$

Особо подчеркнем, что величина $n_1 + n_2$ представляет собой полную плотность смеси после установления градиента полного давления, которая не изменяется в процессе взаимной диффузии. Используя (13) и (15), получим

$$\Delta E = -\frac{kT(N_1 + N_2)}{2} \left[(2C - 1) \ln \frac{C}{1 - C} \right]. \quad (16)$$

Таким образом, изменение потенциальной энергии объема в процессе разделения можно представить в форме

$$\Delta \varepsilon = -\frac{kT(N_1 + N_2)}{2} \Phi(C), \quad (17)$$

где $\Phi(C)$ — разделительный потенциал Дирака-Пейерлса (следует отметить, что абсолютная величина работы разделения ΔE на практике значительно меньше общих энергетических затрат для любого метода разделения изотопов, тем не менее введение понятия “работы разделения” оказывается весьма полезным при оптимизации каскадов [9]).

Для мощности, затрачиваемой при проведении непрерывного процесса разделения при небольших отборах с учетом (17), найдем

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = Q \frac{\Delta E}{\Delta V'} = -\frac{N_A k T \tau}{2\mu} \Phi(C), \quad (18)$$

где μ — масса молекул, Q — объемный расход, τ — массовый отбор.

В общем случае $C_0 \neq 0.5$ сначала представим соотношение (1) в более удобном виде на основе уравнений материального баланса [4]

$$\tau + W = G, \quad (19)$$

$$\tau C_\tau + W C_W = G C_0. \quad (20)$$

Из (19), (20) получим

$$\Delta U = \tau(2C_\tau - 1) \ln \frac{\frac{C_\tau}{1-C_\tau}}{\frac{C_0}{1-C_0}} - W(2C_W - 1) \ln \frac{\frac{C_0}{1-C_0}}{\frac{C_W}{1-C_W}}. \quad (21)$$

Рассмотрим одновременно обогащающую и обедняющую части разделительной системы. Тогда для полной разницы потенциальных энергий молекул в конечных объемах зоны разделения имеем

$$(N'_1 + N'_2)(C_\tau - C_0)(f_1 - f_2)z' - (N''_1 + N''_2)(C_W - C_0)(f_1 - f_2)z'', \quad (22)$$

где N'_1, N'_2 и N''_1, N''_2 — числа молекул в отборном $\Delta V'$ и отвальном $\Delta V''$ объемах; z'' — абсолютное значение координаты отвального объема.

Если осуществляется медленный отбор обогащенного и обедненного продуктов с массовой скоростью τ и W , так что слабо искажается равновесное распределение (15), то соответствующая затрачиваемая механическая мощность равна

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{N_A}{\mu} [\tau(C_\tau - C_0)(f_1 - f_2)z' - W(C_W - C_0)(f_1 - f_2)z'']. \quad (23)$$

Рассмотрим предельный случай небольших эффектов разделения. Интегрируя (14) по z от 0 до z' , а по n от n_0 до n_τ , получим

$$\ln \frac{\frac{C_\tau}{1-C_\tau}}{\frac{C_0}{1-C_0}} \simeq \frac{C_\tau - C_0}{\bar{C}(1-\bar{C})} = \frac{(f_2 - f_1)z'}{kT}, \quad (24)$$

где \bar{C} — среднее значение концентрации.

Аналогично для отвальной части имеем

$$\ln \frac{\frac{C_0}{1-C_0}}{\frac{C_W}{1-C_W}} \simeq \frac{C_0 - C_W}{\bar{C}(1-\bar{C})} = \frac{(f_2 - f_1)z''}{kT}. \quad (25)$$

Используя (24) и (25), а также вытекающее из уравнения материального баланса соотношение

$$\tau(C_\tau - C'_0) = W(C'_0 - C'_W), \quad (26)$$

имеем

$$\tau z' = W z''. \quad (27)$$

Преобразуем (23) с учетом (27), добавлением и вычитанием одной и той же величины

$$\begin{aligned} P &= \frac{N_A}{\mu} \left\{ \tau \left[(C_\tau - C_0)(f_1 - f_2)z' + \left(C_0 f_1 + (1 - C_0)f_2 - \frac{1}{2}(f_1 + f_2) \right) z' \right] - \right. \\ &\quad \left. - W \left[(C_W - C_0)(f_1 - f_2)z'' + \left(C_0 f_1 + (1 - C_0)f_2 - \frac{1}{2}(f_1 + f_2) \right) z'' \right] \right\} = \\ &= \frac{N_A}{2\mu} [\tau(2C_\tau - 1)(f_1 - f_2)z' - W(2C_W - 1)(f_1 - f_2)z'']. \quad (28) \end{aligned}$$

Из (24), (25) и (28) найдем

$$P = -\frac{kT}{2} \frac{N_A}{\mu} \left[\tau(2C_\tau - 1) \ln \frac{\frac{C_\tau}{1-C_\tau}}{\frac{C_0}{1-C_0}} - W(2C_W - 1) \ln \frac{\frac{C_0}{1-C_0}}{\frac{C_W}{1-C_W}} \right], \quad (29)$$

что с точностью до постоянного множителя совпадает с (21).

Таким образом, мощность, затрачиваемая на разделение компонентов после установления градиента полного давления смеси в потенциальном поле сил с точностью до постоянной, взятой с противоположным знаком, равна разделительной способности ΔU . Выполненный анализ может служить иллюстрацией энергетического характера понятия "разделительная способность".

Автор признателен А.И. Карчевскому за интерес к работе. Благодарю В.Д. Борисевича, А.Н. Езубченко, А.А. Сазыкина, Г.А. Сулаберидзе, А.Л. Устинова и В.Е. Филиппова за полезные замечания.

Список литературы

- [1] Колокольцов Н.А., Николаев Б.И., Сулаберидзе Г.А., Третьяк С.А. // Атомная энергия. 1970. Т. 29. № 2. С. 128-130.
- [2] Herrington J. // Nuclear-Fuel. 1986. Vol. 10. N 12. P. 11-12.
- [3] Бенедикт М., Лихфорд Т. Химическая технология ядерных материалов. М., 1960.
- [4] Розен А.М. Теория разделения изотопов в колоннах. М.: Атомиздат, 1960.
- [5] Böttger O., Pingel H. // Atomkernenergie. 1964. Bd 9. N 3/4. P. 107-112.
- [6] Сивухин Д.В. Общий курс физики. Термодинамика и молекулярная физика. Т. 2. М., 1975.
- [7] Потанин Е.П. // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 9. С. 1777-1782.
- [8] Потанин Е.П. // ЖТФ. 1984. Т. 54. Вып. 2. С. 803-807.
- [9] Opfell J.B. // AIChE J. 1978. Vol. 24. N 4. P. 726-728.

Институт атомной энергии им.И.В.Курчатова
Москва

Поступило в Редакцию
13 июля 1992 г.
В окончательной редакции
20 января 1993 г.