

01;09

©1993 г.

## ВОЗБУЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В РАВНОМЕРНО ДВИЖУЩИХСЯ СРЕДАХ

*И.Г.Абламунец*

Рассматривается задача возбуждения электромагнитных волн в равномерно движущейся среде неподвижными сторонними электрическими токами и зарядами. Для случая  $1 - \beta^2 \approx 1$ , где  $\beta = V/c$ ,  $V$  — линейная скорость точек среды,  $c$  — скорость света, характеризующего собой медленное движение, получены разложения искомым полей по собственным функциям декартовой прямоугольной и цилиндрической систем координат. В качестве примера использования полученных результатов найдено поле бесконечного поверхностного распределения тока, расположенного в движущейся среде возле границы идеально проводящего полупространства, и линейного тока, расположенного в движущейся среде возле идеально проводящего цилиндра.

### Введение

Впервые задача определения поля стороннего источника в движущейся среде рассмотрена в [1]. С тех пор решено много конкретных задач возбуждения электромагнитных полей различного рода источниками, помещенными в движущуюся среду (см. литературу в [2]). Наиболее полно эти результаты изложены в [3], где получены уравнения для векторного и скалярного потенциалов полей, решения которых представлены с помощью функции Грина безграничной движущейся среды. На основании потенциалов приведены решения многих задач электродинамики движущихся сред.

И хотя по известным потенциалам всегда можно найти поля, однако при решении граничных задач зачастую оказывается более удобным иметь дело непосредственно с полями, записанными определенным образом [4–6]. Обычно такие решения для неподвижных сред представляют собой разложения искомым полей по полной системе собственных функций данной граничной задачи. В этой связи определенный интерес вызывают решения задачи возбуждения электромагнитных волн сторонними источниками в движущейся среде, дающие разложения полей по собственным функциям системы координат.

Ниже приводятся такие решения для декартовой прямоугольной и цилиндрической систем координат. При этом предполагается, что выпол-

няется условие медленности движения

$$1 - \beta^2 \approx 1, \quad (1)$$

где  $\beta = V/c$ ,  $V$  — скорость среды,  $c$  — скорость света в вакууме.

Аналогичная задача для вращающейся среды рассмотрена в [7].

### Потенциалы поля в движущейся среде

Пусть в системе отсчета  $K(x, y, z, t)$  изотропная среда с электрофизическими параметрами  $\mu_a, \varepsilon_a$  и  $\sigma$  перемещается как целое с постоянной скоростью  $\mathbf{V}$ . В среду помещены сторонние источники поля (токи и заряды), изменяющиеся во времени по гармоническому закону с частотой  $\omega$ , которые покоятся относительно системы отсчета  $K$ .

Вводя векторный  $\mathbf{A}$  и скалярный  $\varphi$  потенциалы

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad} \varphi, \quad \mathbf{B} = -\text{rot} \mathbf{A}, \quad (2)$$

после преобразований, аналогичных [2,8], получим уравнение для потенциала  $\mathbf{A}$

$$\left\{ \mathbf{v}^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\bar{\kappa}}{c^2} \left[ (\mathbf{V} \cdot \nabla) + \frac{\partial}{\partial t} \right]^2 - \mu_a \sigma \left[ (\mathbf{V} \cdot \nabla) + \frac{\partial}{\partial t} \right] \right\} \mathbf{A} = -\mu_a \left\{ \mathbf{j}^{\text{CT}} + \frac{\bar{\kappa}}{1 + \bar{\kappa}} \frac{\mathbf{V}}{c^2} [(\mathbf{V} \cdot \mathbf{j}^{\text{CT}}) - c^2 \rho^{\text{CT}}] \right\} \quad (3)$$

при дополнительном условии Лоренца

$$\text{div} \mathbf{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{\bar{\kappa}}{c^2} \left[ (\mathbf{V} \cdot \nabla) + \frac{\partial}{\partial t} \right] [(\mathbf{V} \cdot \mathbf{A}) - \varphi] - \mu_a \sigma [(\mathbf{V} \cdot \mathbf{A}) - \varphi] = 0, \quad (4)$$

где  $\bar{\kappa} = c^2 \mu_a \varepsilon_a - 1$ ;  $\mathbf{j}^{\text{CT}}, \rho^{\text{CT}}$  — плотности сторонних токов и зарядов.

Решение уравнения (3) можно представить с помощью функции Грина движущейся среды [2]. Полагая для простоты, что скорость движения среды направлена по оси  $x$ , т.е.  $\mathbf{V} = (V, 0, 0)$ , будем иметь

$$\mathbf{A} = \mu_a \iiint_{V'} \mathbf{j}_v^{\text{CT}}(x', y', z') \cdot G(x, y, z; x', y', z') dx' dy' dz', \quad (5)$$

где

$$\mathbf{j}_v^{\text{CT}} = \mathbf{j}^{\text{CT}} + \frac{\bar{\kappa}}{1 + \bar{\kappa}} \frac{\mathbf{V}}{c^2} [(\mathbf{V} \cdot \mathbf{j}^{\text{CT}}) - c^2 \rho^{\text{CT}}] = \left\{ j_x^{\text{CT}} - \frac{\bar{\kappa} V}{c^2 \mu_a \varepsilon_a} \rho^{\text{CT}}, j_y^{\text{CT}}, j_z^{\text{CT}} \right\}, \quad (6)$$

$$G(x, y, z; x', y', z') =$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\chi_1(x-x') - i\chi_2(y-y') - i\chi_3(z-z')}}{\chi_1^2 + \chi_2^2 + \chi_3^2 - \bar{\kappa} \beta^2 \chi_1^2 + \frac{\bar{\kappa} \omega \beta \chi_1}{c} + \frac{\bar{\kappa}' \omega \beta \chi_1}{c} - k_0^2} d\chi_1 d\chi_2 d\chi_3,$$

$$k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon', \quad \varepsilon' = \varepsilon_a \left( 1 + \frac{\sigma}{i\omega \varepsilon_a} \right), \quad \bar{\kappa}' = c^2 \mu_a \varepsilon' - 1. \quad (7)$$

Отметим, что функция Грина  $G(x, y, z; x', y', z')$  для равномерно движущейся среды изучалась во многих работах, список которых можно найти в [2].

Как и для неподвижных сред [4], внутренний интеграл в (7) может быть вычислен с помощью теории вычетов. Переходя на плоскость комплексного переменного  $\chi_3$  и дополняя (7) исчезающим интегралом по кругу бесконечно большого радиуса в верхней или нижней полуплоскости, где при  $\chi_3 \rightarrow i\infty$  или  $\chi_3 \rightarrow -i\infty$  подынтегральное выражение стремится к нулю, будем иметь

$$G(x, y, z; x', y', z') = \frac{1}{8\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\gamma} e^{-i\chi_1(x-x') - i\chi_2(y-y') \pm \gamma(z-z')} d\chi_1 d\chi_2, \quad (8)$$

где

$$\gamma = \sqrt{\chi_1^2 + \chi_2^2 - \bar{\kappa}\beta^2\chi_1^2 + \frac{\bar{\kappa}\omega\beta\chi_1}{c} + \frac{\bar{\kappa}'\omega\beta\chi_1}{c} - k_0^2}; \quad (9)$$

знак  $+$  в показателе экспоненты берется для области пространства  $(z - z') < 0$ , а знак  $-$  — для области пространства  $(z - z') > 0$ .

Из (9) следует, что в движущейся среде может существовать спектр бегущих волн, скорость распространения которых  $\omega/|\gamma|$  и амплитуды, пропорциональные  $1/|\gamma|$ , зависят от скорости движения среды.

Скалярный потенциал поля  $\varphi$  может быть найден из условия Лоренца (4) в виде

$$\varphi = -\mu_a \iiint_{V'} \iiint_{-\infty}^{\infty} \frac{(1 - \bar{\kappa}\beta^2)(-i\chi_1) \left( j_x^{\text{ct}} - \frac{\bar{\kappa}V}{c^2 \mu_a \varepsilon_a'} \rho^{\text{ct}} \right) + (-i\chi_2) j_y^{\text{ct}} + (\pm\gamma) j_z^{\text{ct}}}{i\omega \mu_a \varepsilon' + \frac{\bar{\kappa}\beta}{c}(-i\chi_1)} \times \\ \times \frac{1}{8\pi^2} \frac{1}{\gamma} e^{-i\chi_1(x-x') - i\chi_2(y-y') \pm \gamma(z-z')} d\chi_1 d\chi_2 dv'. \quad (10)$$

### Поля электрического и магнитного типов в равномерно движущейся среде

В работе [9] электромагнитное поле в движущейся среде представлено в виде суперпозиции полей электрического (э) и магнитного (м) типов. Эти разложения для компонент поля имеют вид

$$E_x^{\circ} = \frac{\partial^2 V^{\circ}}{\partial x \partial z}, \quad E_y^{\circ} = \frac{\partial^2 V^{\circ}}{\partial y \partial z}, \quad E_z^{\circ} = \frac{1 - \bar{\kappa}\beta^2}{\varepsilon'} \left( D_z^{\circ} + \frac{1}{i\omega} j_z^{\circ} \right) - \frac{\bar{\kappa}'\beta}{\varepsilon' c} H_y^{\circ}, \\ H_x^{\circ} = i\omega \varepsilon' \frac{\partial V^{\circ}}{\partial y} + \frac{\bar{\kappa}\beta}{\mu_a c} \frac{\partial^2 V^{\circ}}{\partial x \partial y}, \quad H_y^{\circ} = i\omega \varepsilon' \frac{\partial V^{\circ}}{\partial y} + \frac{\bar{\kappa}\beta}{\mu_a c} \frac{\partial^2 V^{\circ}}{\partial y^2},$$

$$H_z^{\circ} = \frac{\bar{\kappa}\beta}{\mu_a c} E_y^{\circ}, \quad B_z^{\circ} = 0, \quad (11)$$

$$E_x^{\text{M}} = -i\omega\mu_a \frac{\partial V^{\text{M}}}{\partial y} - \frac{\bar{\kappa}'\beta}{\varepsilon'c} \frac{\partial^2 V^{\text{M}}}{\partial x \partial y}, \quad E_y^{\text{M}} = i\omega\mu_a \frac{\partial V^{\text{M}}}{\partial x} - \frac{\bar{\kappa}'\beta}{\varepsilon'c} \frac{\partial^2 V^{\text{M}}}{\partial y^2},$$

$$E_z^{\text{M}} = \frac{\bar{\kappa}'\beta}{\varepsilon'c} H_y^{\text{M}}, \quad D_z^{\text{M}} + \frac{1}{i\omega} j_z^{\text{M}} = 0,$$

$$H_x^{\text{M}} = \frac{\partial^2 V^{\text{M}}}{\partial x \partial z}, \quad H_y^{\text{M}} = \frac{\partial^2 V^{\text{M}}}{\partial y \partial z}, \quad H_z^{\text{M}} = \frac{1 - \bar{\kappa}\beta^2}{\mu_a} B_z^{\text{M}} + \frac{\bar{\kappa}\beta}{\mu_a c} E_y^{\text{M}}, \quad (12)$$

где  $\mathbf{j} = \mathbf{j}^{\circ} + \mathbf{j}^{\text{M}}$  - ток проводимости движущейся среды, определяемый по формуле  $\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + c[\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{V}])$ ,

$$D_z^{\circ} + \frac{1}{i\omega} j_z^{\circ} = -\varepsilon' \left( \frac{\partial^2 V^{\circ}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V^{\circ}}{\partial y^2} \right), \quad (13)$$

$$B_z^{\text{M}} = -\mu_a \left( \frac{\partial^2 V^{\text{M}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V^{\text{M}}}{\partial y^2} \right), \quad (14)$$

а скалярные функции  $V^{\circ}$ ,  $V^{\text{M}}$  удовлетворяют уравнению

$$\left[ \nabla^2 - \bar{\kappa}\beta^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{2\bar{\kappa}\beta}{c} \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} - \mu_a \varepsilon_a \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \mu_a \sigma \left( \frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial x} \right) \right] \cdot V^{\circ, \text{M}} = 0$$

и являются потенциалами Лебая для движущейся среды.

Полное поле получается суперпозицией полей электрического и магнитного типов

$$\begin{aligned} E_x &= E_x^{\circ} + E_x^{\text{M}}, & E_y &= E_y^{\circ} + E_y^{\text{M}}, & E_z &= E_z^{\circ} + E_z^{\text{M}}, \\ H_x &= H_x^{\circ} + H_x^{\text{M}}, & H_y &= H_y^{\circ} + H_y^{\text{M}}, & H_z &= H_z^{\circ} + H_z^{\text{M}}. \end{aligned} \quad (15)$$

Эта суперпозиция по сути дела является разложением компонент поля по малому параметру  $\beta$ , причем условие малости соответствует (1).

Разложения (11), (12) построены в [9] формально, так как не указана связь функций  $V^{\circ}$ ,  $V^{\text{M}}$  со сторонними источниками поля. Эту связь будем искать с помощью векторного (5) и скалярного (10) потенциалов.

### Электромагнитное поле в движущейся среде

Перейдем от потенциалов  $A$ ,  $\varphi$  к векторам электромагнитного поля. Для этого нам достаточно будет найти продольные составляющие индукций  $B_z$  и  $D_z + 1/i\omega j_z$ , которые, как и в случае неподвижных сред, определяют волны магнитного и электрического типов. Их можно найти с помощью (2) и известных материальных уравнений Минковского для медленно движущихся сред

$$B_z = - \left( \frac{\partial A_x}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial x} \right),$$

$$D_z + \frac{1}{i\omega} j_z = \varepsilon_a E_z + \frac{\bar{\kappa}\beta}{c\mu_a} B_y + \frac{\sigma}{i\omega} (E_z + \beta c B_y) = \varepsilon' \left( E_z + \frac{\bar{\kappa}'\beta}{c\mu_a \varepsilon'} B_y \right) =$$

$$= -\varepsilon' \left[ \frac{\partial A_z}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\bar{x}'\beta}{c\mu_a\varepsilon'} \left( \frac{\partial A_z}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial z} \right) \right].$$

Подставляя сюда векторный (5) и скалярный (10) потенциалы, окончательно получим

$$B_z = \mu_a \cdot e^{i\omega t} \iint_{-\infty}^{\infty} U^m(\chi_1, \chi_2) d\chi_1 d\chi_2, \quad (16)$$

$$D_z + \frac{1}{i\omega} j_z = \varepsilon' \cdot e^{i\omega t} \iint_{-\infty}^{\infty} U^o(\chi_1, \chi_2) d\chi_1 d\chi_2, \quad (17)$$

$$U^{o,m}(\chi_1, \chi_2) = \frac{1}{\gamma} e^{-i\chi_1 x - i\chi_2 y \pm \gamma z} F^{o,m}(\chi_1, \chi_2), \quad (18)$$

$$F^m(\chi_1, \chi_2) = \frac{1}{8\pi^2} \int_{V'} \left[ i\chi_2 \left( j_x^{ct} \frac{\bar{x}V}{c^2 \mu_a \varepsilon_a} \rho^{ct} \right) - i\chi_1 j_y^{ct} \right] e^{i\chi_1 x' + i\chi_2 y' \mp \gamma z'} dv', \quad (19)$$

$$F^o(\chi_1, \chi_2) = \frac{1}{8\pi^2} \frac{1}{i\omega\varepsilon' - \frac{i\bar{x}\beta\chi_1}{c\mu_a}} \int_{V'} \left[ (\chi_1^2 + \chi_2^2) j_z^{ct} - i\chi_1(\pm\gamma) \times \right. \\ \left. \times \left( j_x^{ct} - \frac{\bar{x}V}{c^2 \mu_a \varepsilon_a} \rho^{ct} \right) - i\chi_2(\pm\gamma) j_y^{ct} \right] e^{i\chi_1 x' + i\chi_2 y' \mp \gamma z'} dv'. \quad (20)$$

В выражениях (18)–(20) верхние знаки перед  $\gamma$  берутся для  $(z - z') < 0$ , а нижние — для  $(z - z') > 0$ . Для упрощения записи множитель  $e^{i\omega t}$  в выражениях для составляющих плотности тока  $j_x^{ct}$ ,  $j_y^{ct}$ ,  $j_z^{ct}$  и заряда  $\rho^{ct}$  опущен.

Сравнивая (16), (17) с (13), (14), находим выражения для потенциалов Лебая

$$V^{o,m} = e^{i\omega t} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{U^{o,m}(\chi_1, \chi_2)}{\chi_1^2 + \chi_2^2} d\chi_1 d\chi_2. \quad (21)$$

Таким образом, формулы (11), (12) совместно с (21) и (16)–(20) дают решение рассматриваемой задачи.

### Электромагнитное поле бесконечного поверхностного распределения тока в движущейся среде

Такая задача подробно исследована в [4] для неподвижной среды. Попытаемся выяснить, как изменятся результаты, если среда движется. Среду будем считать прозрачной, так что  $\sigma = 0$ ,  $\varepsilon' = \varepsilon_a$ ,  $\bar{x}' = \bar{x}$ .

Как и в [4], рассмотрим неограниченное однородное пространство и предположим, что в плоскости  $z = 0$  задано распределение бесконечно тонкого стороннего электрического тока (поверхностное распределение

тока). Пусть амплитуда этого тока является постоянной по всей рассматриваемой плоскости, а фаза изменяется по закону бегущей волны в направлении оси  $x$ . Направление тока совместим с осью  $x$ . В этом случае объемную плотность тока можно представить так:

$$j_x^{\text{CT}} = I_0^{\text{CT}} e^{-ihx} \delta(z - 0), \quad (22)$$

где  $\delta(z - 0)$  —  $\delta$ -функция;  $h$  — параметр, характеризующий фазовую скорость тока и имеющий размерность волнового числа.

Так как, согласно (19), (20), электромагнитное поле в движущейся среде зависит как от распределения сторонних токов, так и распределения сторонних зарядов в пространстве, то найдем заряд, соответствующий объемной плотности тока (22). С этой целью воспользуемся уравнением непрерывности

$$\rho^{\text{CT}} = -\frac{1}{i\omega} \operatorname{div} j^{\text{CT}} = -\frac{1}{i\omega} \frac{\partial j_x^{\text{CT}}}{\partial x} = \frac{h}{\omega} I_0^{\text{CT}} e^{-ihx} \cdot \delta(z - 0). \quad (23)$$

Следовательно,

$$j_x^{\text{CT}} - \frac{\bar{\kappa}V}{c^2 \mu_a \varepsilon_a} \rho^{\text{CT}} = I_0^{\text{CT}} \left( 1 - \frac{\bar{\kappa}V}{c^2 \mu_a \varepsilon_a} \frac{h}{\omega} \right) e^{-ihx} \cdot \delta(z - 0).$$

Теперь можно по формулам (19), (20) найти коэффициенты разложения электромагнитного поля в движущейся среде. Они имеют вид

$$F^{\text{M}}(\chi_1, \chi_2) = 0,$$

$$F^{\text{O}}(\chi_1, \chi_2) = F^{\text{O}}(h, 0) = \mp \frac{I_0^{\text{CT}}}{2} \frac{\gamma h}{\omega \varepsilon_a} \delta(\chi_1 - h) \cdot \delta(\chi_2 - 0). \quad (24)$$

Из (24) следует, что поле магнитных волн равно нулю, так как  $F^{\text{M}}(\chi_1, \chi_2) = 0$ , а поле электрических волн не зависит от  $y$ , так как  $\chi_2 = 0$ , т.е.  $\partial/(\partial y) \equiv 0$ , и определяется выражениями

$$\begin{aligned} E_x^{\text{O}} &= \frac{\partial^2 V^{\text{O}}}{\partial x \partial z}, & E_y^{\text{O}} &= 0, & E_z^{\text{O}} &= -(1 - \bar{\kappa}\beta^2) \frac{\partial^2 V^{\text{O}}}{\partial x^2} + \frac{i\omega \bar{\kappa}\beta}{c} + \frac{\partial V^{\text{O}}}{\partial x}, \\ H_x^{\text{O}} &= 0, & H_y^{\text{O}} &= -i\omega \varepsilon_a \frac{\partial V^{\text{O}}}{\partial x}, & H_z^{\text{O}} &= 0, \end{aligned} \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} V^{\text{O}} &= \mp \frac{I_0^{\text{CT}}}{2} \frac{1}{\omega \varepsilon_a h} e^{i\omega t} \cdot e^{-ihx \pm \gamma z}, \\ \gamma &= \sqrt{(1 - \bar{\kappa}\beta^2)h^2 + \frac{2\bar{\kappa}\omega\beta h}{c}} - k_0^2. \end{aligned} \quad (26)$$

Здесь, как уже отмечалось выше, верхние знаки берутся при  $z < 0$ , а нижние — при  $z > 0$ . Вычисляя производные и опуская в записях индекс  $\text{O}$ , так как поле магнитного типа отсутствует, отличные от нуля компоненты можно записать так:

$$E_x = i \frac{I_0^{\text{CT}}}{2} \frac{\gamma}{\omega \varepsilon_a} e^{i\omega t} \cdot e^{-ihx \pm \gamma z},$$

$$E_z = \mp \left( 1 - \bar{\kappa}\beta^2 + \frac{\bar{\kappa}\omega\beta}{ch} \right) \frac{I_0^{\text{CT}}}{2} \frac{h}{\omega\epsilon_a} e^{i\omega t} \cdot e^{-ihx \pm \gamma z},$$

$$H_y = \pm \frac{I_0^{\text{CT}}}{2} e^{i\omega t} \cdot e^{-ihx \pm \gamma z}. \quad (27)$$

Из (27) следует, что для рассматриваемого случая движения среды отличными от нуля являются те же составляющие поля, что и для неподвижной среды. Новых составляющих поля не появилось. По-прежнему сторонний электрический ток, заданный в виде (22), возбуждает электромагнитное поле, которое представляет собой только одну пространственную гармонику, соответствующую значениям  $\chi_1 = h$  и  $\chi_2 = 0$ . Поле этой волны остается однородным по амплитуде и фазе в направлении оси  $y$ , однородным по амплитуде и неоднородным по фазе в направлении оси  $x$ . Однако амплитуда напряженности электрического поля зависит от скорости движения среды, в то же время амплитуда напряженности магнитного поля остается независимой. Наиболее существенной оказывается зависимость от скорости постоянной распространения  $\gamma$  вдоль оси  $z$ . Как видно из (26), при

$$(1 - \bar{\kappa}\beta^2)h^2 + \frac{2\bar{\kappa}\omega\beta h}{c} - k_0^2 > 0 \quad (28)$$

поле уменьшается по амплитуде по экспоненте, оставаясь по фазе постоянным, а при

$$(1 - \bar{\kappa}\beta^2)h^2 + \frac{2\bar{\kappa}\omega\beta h}{c} - k_0^2 < 0 \quad (29)$$

оно представляет собой бегущие волны с постоянной амплитудой, удаляющиеся влево и вправо от плоскости  $z = 0$ .

Рассмотрим поведение составляющих (27) электромагнитного поля на поверхности  $z = 0$  возбуждающего тока. Как и для неподвижных сред, скачок напряженности магнитного поля равен поверхностной плотности стороннего электрического тока

$$H_y|_{z=0} - H_y|_{z=+0} = j_x^{\text{CT}}, \quad (30)$$

а тангенциальная составляющая напряженности электрического поля остается непрерывной

$$E_x|_{z=0} = i \frac{j_x^{\text{CT}}}{2} \frac{\gamma}{\omega\epsilon_a},$$

но зависящей в силу (26) от скорости движения среды.

Сложнее обстоит дело со скачком электрической индукции. Мы привыкли, что он равен поверхностной плотности стороннего электрического заряда (23). Для движущихся сред эта величина получается для скачка более сложной функции  $D_z + 1/i\omega j_z$ . В самом деле, из (27) находим, что

$$D_z + \frac{1}{i\omega} j_z = \mp \frac{I_0^{\text{CT}}}{2} \frac{h}{\omega} e^{i\omega t} \cdot e^{-ihx \pm \gamma z}. \quad (31)$$

Но тогда

$$D_z + \frac{1}{i\omega} j_z|_{z=+0} - D_z + \frac{1}{i\omega} j_z|_{z=0} = j_x^{\text{CT}} \frac{h}{\omega} = \rho^{\text{CT}}. \quad (32)$$

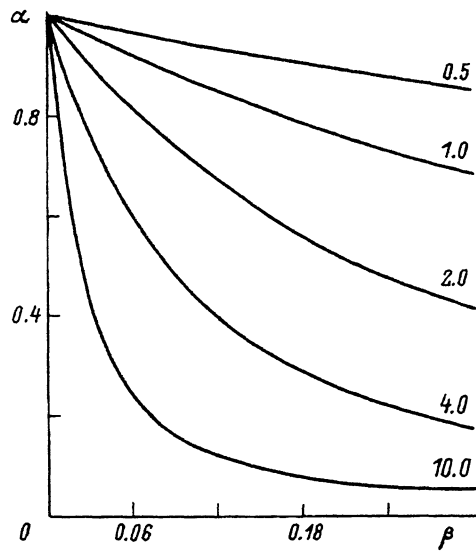


Рис. 1. Зависимость верхней границы диапазона излучения от скорости движения среды.  
Цифры у кривых — значения параметра  $\tilde{\kappa}$ .

Поверхностный импеданс, подсчитываемый как отношение тангенциальной составляющей напряженности электрического поля к тангенциальной составляющей магнитного поля на поверхности возбуждающего тока, определяется формулой

$$\dot{Z} = -\frac{E_x}{H_y} \Big|_{z=+0} = \frac{E_x}{H_y} \Big|_{z=-0} = i \frac{\gamma}{\omega \varepsilon_a}. \quad (33)$$

Видно, что при условии (28) поверхностный импеданс является реактивным и носит индуктивный характер, а при условии (29) он является активным с отрицательным знаком. Первый случай, как отмечалось выше, соответствует колебанию энергии в направлении оси  $z$ , а второй случай — распространению ее от плоскости  $z = 0$  в направлении положительных и отрицательных значений оси  $z$ . Отрицательный знак у поверхностного импеданса указывает, таким образом, на излучение энергии плоскостью  $z = 0$ . Область значений параметра  $h$ , в которой это излучение наблюдается, зависит от скорости движения среды. Если обозначить  $\alpha = h/k_0$ , то из (29) следует, что область излучения заключена между значениями  $\alpha = 0$  и

$$\alpha = \frac{-\frac{\tilde{\kappa}\beta}{\sqrt{\tilde{\kappa}+1}} + \sqrt{1 - \frac{\tilde{\kappa}}{\tilde{\kappa}+1}\beta^2}}{1 - \tilde{\kappa}\beta^2}. \quad (34)$$

На рис. 1 приведена зависимость верхней границы диапазона излучения от скорости движения среды для некоторых значений параметра  $\tilde{\kappa}$ . Видно, что с ростом скорости диапазон излучения уменьшается и чем больше  $\tilde{\kappa}$ , тем быстрее это происходит.

Пусть теперь параллельно поверхности возбуждающего тока расположено идеально проводящее полупространство с границей в плоскости  $z = H$ . Тогда в движущейся среде кроме первичного поля (27) будет существовать вторичное, отраженное от границы сред поле. Его можно



представить в форме (25) со спектральной плотностью  $F^{(b)}(\chi_1, \chi_2)$ , которая находится из граничных условий в виде

$$F^{(b)}(\chi_1, \chi_2) = F^{(b)}(h, 0) = \frac{I_0^{CT}}{2} \frac{\gamma h}{\omega \varepsilon_a} e^{-2\gamma H} \delta(\chi_1 - h) \cdot \delta(\chi_2 - 0).$$

При этом суммарное поле можно записать так:

$$\begin{aligned} E_x &= i \frac{I_0^{CT}}{2} \frac{\gamma}{\omega \varepsilon_a} (e^{\pm \gamma z} - e^{-2\gamma H} \cdot e^{\gamma z}) e^{i\omega t} \cdot e^{-ihx}, \\ E_z &= - \left( 1 - \bar{\kappa} \beta^2 + \frac{\bar{\kappa} \omega \beta}{ch} \right) \frac{I_0^{CT}}{2} \frac{h}{\omega \varepsilon_a} (\pm e^{\pm \gamma z} - e^{-2\gamma H} \cdot e^{\gamma z}) e^{i\omega t} \cdot e^{-ihx}, \\ H_y &= \pm \frac{I_0^{CT}}{2} (\pm e^{\pm \gamma z} - e^{-2\gamma H} \cdot e^{\gamma z}) e^{i\omega t} \cdot e^{-ihx}. \end{aligned} \quad (35)$$

Из (35) следует, что при выполнении условия (28) и малой величине  $H$  поле сосредоточено в области  $0 < z < H$  между проводящим полупространством и поверхностью возбуждающего тока. Вне этого промежутка поле отсутствует. Если же  $H$  велико, то проводящее полупространство не оказывает влияния на картину поля.

Пусть теперь выполняется условие (29). Подсчитаем вектор Пойтинга для области  $z < 0$ . Он имеет две составляющие

$$\Pi_x = 2 \left( \frac{I_0^{CT}}{2} \right)^2 \frac{h}{\omega \varepsilon_a} \left( 1 - \bar{\kappa} \beta^2 + \frac{\bar{\kappa} \omega \beta}{ch} \right) \cdot \sin^2(|\gamma|H),$$

$$\Pi_z = -2 \left( \frac{I_0^{CT}}{2} \right)^2 \frac{|\gamma|}{\omega \varepsilon_a} \sin^2(|\gamma|H),$$

которые являются действительными величинами. В этом случае энергия переносится как вдоль возбуждающей поверхности, так и нормально к ней. Однако проводящее полупространство ослабляет излучение, а при условии  $|\gamma|H = n\pi$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$  оно вообще отсутствует. Последнее условие зависит от скорости движения среды.

### Другие случаи равномерного движения среды

Электромагнитное поле в движущейся среде найдено нами для случая движения среды вдоль оси  $x$ , т.е. когда  $V = \{V, 0, 0\}$ . Как изменятся эти результаты, если движение среды будет вдоль оси  $y$  или вдоль оси  $z$ ?

Наиболее просто обобщаются результаты для первого случая, т.е. когда  $V = \{0, V, 0\}$ . Здесь во всех формулах достаточно сделать замену

$$x \rightarrow -y, \quad \kappa_1 \rightarrow -\kappa_2,$$

$$y \rightarrow x, \quad \kappa_2 \rightarrow \kappa_1,$$

$$V \rightarrow -V,$$

которая следует из поворота осей системы координат (рис. 2), сохраняющего правую систему координат. При этом аналогично преобразуются

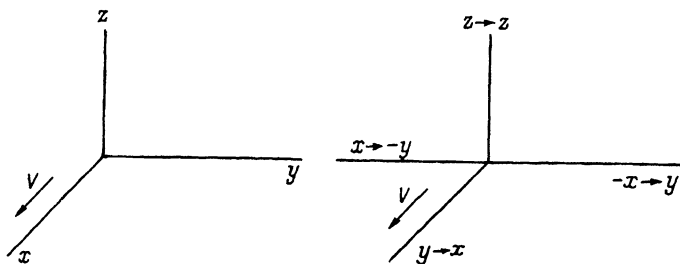


Рис. 2. Поворот системы координат вокруг оси  $z$ .

и все составляющие поля. Например,  $E_y \rightarrow E_x$ ,  $E_x \rightarrow -E_y$  и т.д. В постоянной распространения  $\gamma$  надо заменить  $\chi_1 \rightarrow \chi_2$ , а  $\chi_2 \rightarrow \chi_1$ . Приведем конечные формулы для этого случая.

$$B_z = \mu_a \cdot e^{i\omega t} \iint_{-\infty}^{\infty} U^M(\chi_1, \chi_2) d\chi_1 d\chi_2, \quad (36)$$

$$D_z + \frac{1}{i\omega} j_z = \varepsilon' \cdot e^{i\omega t} \iint_{-\infty}^{\infty} U^o(\chi_1, \chi_2) d\chi_1 d\chi_2, \quad (37)$$

$$U^{o,M}(\chi_1, \chi_2) = \frac{1}{\gamma} e^{-i\chi_1 x - i\chi_2 y \pm \gamma z} F^{o,M}(\chi_1, \chi_2), \quad (38)$$

$$F^M(\chi_1, \chi_2) = \frac{1}{8\pi^2} \int_{V'} \left[ i\chi_2 j_x^{ct} - i\chi_1 \left( j_y^{ct} \frac{\bar{\kappa}V}{c^2 \mu_a \varepsilon_a} \rho^{ct} \right) \right] e^{i\chi_1 x' + i\chi_2 y' \mp \gamma z'} dv', \quad (39)$$

$$F^o(\chi_1, \chi_2) = \frac{1}{8\pi^2} \frac{1}{i\omega \varepsilon' - \frac{i\bar{\kappa}\beta\chi_2}{c\mu_a}} \int_{V'} \left[ (\chi_1^2 + \chi_2^2) j_z^{ct} - i\chi_1 (\pm\gamma) j_x^{ct} - i\chi_2 (\pm\gamma) \left( j_y^{ct} \frac{\bar{\kappa}V}{c^2 \mu_a \varepsilon_a} \rho^{ct} \right) \right] e^{i\chi_1 x' + i\chi_2 y' \mp \gamma z'} dv'. \quad (40)$$

В выражениях (38)–(40) верхние знаки перед  $\gamma$  берутся для  $(z - z') < 0$ , а нижние для  $(z - z') > 0$

$$\gamma = \sqrt{\chi_1^2 + \chi_2^2 - \bar{\kappa}\beta^2 \chi_2^2 + \frac{\bar{\kappa}\omega\beta\chi_2}{c} + \frac{\bar{\kappa}'\omega\beta\chi_2}{c} - k_0^2}, \quad (41)$$

$$E_x^o = \frac{\partial^2 V^o}{\partial x \partial z}, \quad E_y^o = \frac{\partial^2 V^o}{\partial y \partial z}, \quad E_z^o = \frac{1 - \bar{\kappa}\beta^2}{\varepsilon'} \left( D_z^o + \frac{1}{i\omega} j_z^o \right) + \frac{\bar{\kappa}'\beta}{\varepsilon' c} H_x^o;$$

$$H_x^o = i\omega \varepsilon' \frac{\partial V^o}{\partial y} - \frac{\bar{\kappa}\beta}{\mu_a c} \frac{\partial^2 V^o}{\partial x^2}, \quad H_y^o = -i\omega \varepsilon' \frac{\partial V^o}{\partial x} - \frac{\bar{\kappa}\beta}{\mu_a c} \frac{\partial^2 V^o}{\partial x \partial y},$$

$$H_z^o = -\frac{\bar{\kappa}\beta}{\mu_a c} E_x^o, \quad B_z^o = 0, \quad (42)$$

$$\begin{aligned}
E_x^{\text{M}} &= -i\omega\mu_a \frac{\partial V^{\text{M}}}{\partial y} + \frac{\bar{\kappa}'\beta}{\varepsilon'c} \frac{\partial^2 V^{\text{M}}}{\partial x^2}, & E_y^{\text{M}} &= i\omega\mu_a \frac{\partial V^{\text{M}}}{\partial x} + \frac{\bar{\kappa}'\beta}{\varepsilon'c} \frac{\partial^2 V^{\text{M}}}{\partial x \partial y}, \\
E_z^{\text{M}} &= \frac{\bar{\kappa}'\beta}{\varepsilon'c} H_x^{\text{M}}, & D_z^{\text{M}} + \frac{1}{i\omega} j_z^{\text{M}} &= 0, \\
H_x^{\text{M}} &= \frac{\partial^2 V^{\text{M}}}{\partial x \partial z}, & H_y^{\text{M}} &= \frac{\partial^2 V^{\text{M}}}{\partial y \partial z}, & H_z^{\text{M}} &= \frac{1 - \bar{\kappa}\beta^2}{\mu_a} B_z^{\text{M}} - \frac{\bar{\kappa}'\beta}{\mu_a c} E_x^{\text{M}},
\end{aligned} \quad (43)$$

где

$$V^{\circ, \text{M}} = e^{i\omega t} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{U^{\circ, \text{M}}(\chi_1, \chi_2)}{\chi_1^2 + \chi_2^2} d\chi_1 d\chi_2. \quad (44)$$

Если же движение происходит вдоль оси  $z$ , то простой перестановкой типа (35) обойтись не удастся. Это связано с тем, что мы также приняли распространение электрических и магнитных волн совпадающим с осью  $z$ . Поэтому для решения задачи с  $\mathbf{V} = \{0, 0, V\}$  надо повторить все выкладки, сделанные ранее. Мы их опустим и приведем только конечные результаты

$$B_z = \mu_a \cdot e^{i\omega t} \iint_{-\infty}^{\infty} U^{\text{M}}(\chi_1, \chi_2) d\chi_1 d\chi_2, \quad (45)$$

$$D_z = \varepsilon_a \cdot e^{i\omega t} \iint_{-\infty}^{\infty} U^{\circ}(\chi_1, \chi_2) d\chi_1 d\chi_2, \quad (46)$$

$$U^{\circ, \text{M}}(\chi_1, \chi_2) = \frac{1}{\gamma} e^{-i\chi_1 x - i\chi_2 y \pm \gamma_{1,2} z} F^{\circ, \text{M}}(\chi_1, \chi_2), \quad (47)$$

$$F^{\text{M}}(\chi_1, \chi_2) = \frac{1}{8\pi^2} \int_{V'} (i\chi_2 j_x^{\text{CT}} - i\chi_1 j_y^{\text{CT}}) e^{i\chi_1 x' + i\chi_2 y' \mp \gamma_{1,2} z'} dv', \quad (48)$$

$$\begin{aligned}
F^{\circ}(\chi_1, \chi_2) &= \frac{1}{8\pi^2} \frac{1}{i\omega\varepsilon' + \frac{\bar{\kappa}\beta}{c\mu_a} (\pm\gamma_{1,2})} \int_{V'} \left[ (\chi_1^2 + \chi_2^2) \left( j_z^{\text{CT}} - \frac{\bar{\kappa}V}{c^2 \mu_a \varepsilon_a} \rho^{\text{CT}} \right) - \right. \\
&\quad \left. -i\chi_1 (\pm\gamma_{1,2}) j_x^{\text{CT}} - i\chi_2 (\pm\gamma_{1,2}) j_y^{\text{CT}} \right] e^{i\chi_1 x' + i\chi_2 y' \mp \gamma_{1,2} z'} dv',
\end{aligned} \quad (49)$$

$$\gamma = \sqrt{(1 - \bar{\kappa}\beta^2)(\chi_1^2 + \chi_2^2 - k_0^2 - \frac{\omega^2 \beta^2 (\bar{\kappa} + \bar{\kappa}')^2}{4c^2})}, \quad (50)$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 - \bar{\kappa}\beta^2} \left( \gamma + \frac{i\omega\beta(\bar{\kappa} + \bar{\kappa}')}{2c} \right), \quad \gamma_2 = \frac{1}{1 - \bar{\kappa}\beta^2} \left( \gamma - \frac{i\omega\beta(\bar{\kappa} + \bar{\kappa}')}{2c} \right). \quad (51)$$

Верхние знаки и  $\gamma_1$  берутся, если  $(z - z') < 0$ , а нижние знаки и  $\gamma_2$ , если  $(z - z') > 0$ ,

$$E_x^{\circ} = (1 - \bar{\kappa}\beta^2) \frac{\partial^2 V^{\circ}}{\partial x \partial z} - \frac{i\omega\bar{\kappa}'\beta}{c} \frac{\partial V^{\circ}}{\partial x},$$

$$E_y^{\circ} = (1 - \bar{\kappa}\beta^2) \frac{\partial^2 V^{\circ}}{\partial y \partial z} - \frac{i\omega \bar{\kappa}' \beta}{c} \frac{\partial V^{\circ}}{\partial y}, \quad E_z^{\circ} = - \left( \frac{\partial^2 V^{\circ}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V^{\circ}}{\partial y^2} \right),$$

$$H_x^{\circ} = i\omega \epsilon' \frac{\partial V^{\circ}}{\partial y}, \quad H_y^{\circ} = -i\omega \epsilon' \frac{\partial V^{\circ}}{\partial x}, \quad H_z^{\circ} = 0, \quad (52)$$

$$E_x^{\text{M}} = -i\omega \mu_a \frac{\partial V^{\text{M}}}{\partial y}, \quad E_y^{\text{M}} = i\omega \mu_a \frac{\partial V^{\text{M}}}{\partial x}, \quad E_z^{\text{M}} = 0,$$

$$H_x^{\text{M}} = (1 - \bar{\kappa}\beta^2) \frac{\partial^2 V^{\text{M}}}{\partial x \partial z} - \frac{i\omega \bar{\kappa} \beta}{c} \frac{\partial V^{\text{M}}}{\partial x},$$

$$H_y^{\text{M}} = (1 - \bar{\kappa}\beta^2) \frac{\partial^2 V^{\text{M}}}{\partial y \partial z} - \frac{i\omega \bar{\kappa} \beta}{c} \frac{\partial V^{\text{M}}}{\partial y}, \quad H_z^{\text{M}} = - \left( \frac{\partial^2 V^{\text{M}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V^{\text{M}}}{\partial y^2} \right), \quad (53)$$

где

$$V^{\circ, \text{M}} = e^{i\omega t} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{U^{\circ, \text{M}}(\chi_1, \chi_2)}{\chi_1^2 + \chi_2^2} d\chi_1 d\chi_2. \quad (54)$$

Сравнение (45)–(54) с (36)–(44) или с (16)–(21), (11), (12) показывает, что они существенно отличаются как по структуре формул электрических и магнитных волн, так и постоянными распространения  $\gamma$ .

Постоянную распространения  $\gamma$  можно привести к виду, аналогичному (9), (41), если в функции Грина вычислить интеграл не по переменной  $\chi_3$ , как это было сделано в (7) или (36)–(44) и (45)–(54), а по переменным  $\chi_1$  или  $\chi_2$ . Так, переходя на плоскость комплексной переменной  $\chi_1$  и вычисляя в функции Грина с помощью теории вычетов интеграл по переменной  $\chi_1$ , получим

$$B_z = \mu_a \cdot e^{i\omega t} \iint_{-\infty}^{\infty} U^{\text{M}}(\chi_2, \chi_3) d\chi_2 d\chi_3, \quad (55)$$

$$D_z = \epsilon_a \cdot e^{i\omega t} \iint_{-\infty}^{\infty} U^{\circ}(\chi_2, \chi_3) d\chi_2 d\chi_3, \quad (56)$$

$$U^{\circ, \text{M}}(\chi_2, \chi_3) = \frac{1}{\gamma} e^{\pm \gamma x - i\chi_2 y - i\chi_3 z} F^{\circ, \text{M}}(\chi_2, \chi_3), \quad (57)$$

$$F^{\text{M}}(\chi_2, \chi_3) = \frac{1}{8\pi^2} \int_{V'} (i\chi_2 j_x^{\text{CT}} + (\pm\gamma) j_y^{\text{CT}}) e^{\mp \gamma x' + i\chi_2 y' + i\chi_3 z'} dv', \quad (58)$$

$$F^{\circ}(\chi_2, \chi_3) = \frac{1}{8\pi^2} \frac{1}{i\omega \epsilon' - \frac{i\bar{\kappa}\beta\chi_3}{c\mu_a}} \int_{V'} \left[ \chi_2^2 \left( j_z^{\text{CT}} - \frac{\bar{\kappa}V}{c^2 \mu_a \epsilon_a} \rho^{\text{CT}} \right) - \right. \\ \left. - i\chi_3 (\pm\gamma) j_x^{\text{CT}} - \chi_2 \chi_3 j_y^{\text{CT}} \right] e^{\mp \gamma x' + i\chi_2 y' + i\chi_3 z'} dv', \quad (59)$$

$$\gamma = \sqrt{\chi_2^2 + (1 - \bar{\kappa}\beta^2)(\chi_3^2 + \frac{\bar{\kappa}\omega\beta\chi_3}{c} + \frac{\bar{\kappa}'\omega\beta\chi_3}{c} - k_0^2)}. \quad (60)$$

Верхние знаки берутся, если  $(z - x') < 0$ , а нижние, если  $(x - x') > 0$ .

Остальные составляющие поля находятся по формулам (52), (53), где потенциалы Лебая определяются выражением

$$V^{\circ, \text{м}} = e^{i\omega t} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{U^{\circ, \text{м}}(\chi_2, \chi_3)}{\chi_2^2 - \gamma^2} d\chi_2 d\chi_3. \quad (61)$$

Для случая равномерного движения среды вдоль оси  $z$  можно привести еще одно полезное решение задачи, записанное в цилиндрической системе координат. И хотя оно существенно отличается от решений, рассмотренных в этой работе, тем, что требует привлечения аппарата векторных собственных функций, мы не будем останавливаться на нем здесь, так как в [5-7] этот метод подробно рассматривается для вращающихся сред, а приведем только конечные результаты

$$B_z = \mu_a e^{i\omega t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{h=-\infty}^{\infty} U_n^{\text{м}}(h) dh, \quad (62)$$

$$D_z = \varepsilon_a e^{i\omega t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{h=-\infty}^{\infty} U_n^{\circ}(h) dh, \quad (63)$$

$$U_n^{\circ, \text{м}}(h) = e^{-in\varphi - ihz} \begin{cases} F_1^{\circ, \text{м}}(h) \cdot J_n(\nu_h \rho), & \rho < \rho', \\ F_2^{\circ, \text{м}}(h) \cdot H_n^2(\nu_h \rho), & \rho > \rho', \end{cases} \quad (64)$$

$$F_s^{\text{м}}(h) = \frac{1}{8\pi i} \int_{V'} \left[ j_\rho^{\text{сг}} \frac{i n}{\rho'} R_n(\nu_h \rho') - j_\varphi^{\text{сг}} \frac{\partial R_n(\nu_h \rho')}{\partial \rho'} \right] \times \\ \times e^{in\varphi' + ihz'} \rho' d\rho' d\varphi' dz', \quad (65)$$

$$F_s^{\circ}(h) = \frac{1}{8\pi i} \frac{1}{i\omega\varepsilon' - \frac{i\bar{\kappa}\beta h}{c\mu_a}} \int_{V'} \left[ \left( j_z^{\text{сг}} - \frac{\bar{\kappa}V}{c^2 \mu_a \varepsilon_a} \rho^{\text{сг}} \right) \nu_h^2 \cdot R_n(\nu_h \rho') + \right. \\ \left. + j_\rho^{\text{сг}} \cdot ih \cdot \frac{\partial R_n(\nu_h \rho')}{\partial \rho'} - j_\varphi^{\text{сг}} \frac{nh}{\rho'} R_n(\nu_h \rho') \right] e^{in\varphi' + ihz'} \rho' d\rho' d\varphi' dz', \quad (66)$$

$$\nu_h = -ik_h, \quad k_h = \sqrt{(1 - \bar{\kappa}\beta^2)h^2 + \frac{\bar{\kappa}\omega\beta h}{c} + \frac{\bar{\kappa}'\omega\beta h}{c} - k_0^2}, \quad (67)$$

Здесь при  $s = 1$   $R_n(\nu_h \rho') = H_n^{(2)}(\nu_h \rho')$  и при  $s = 2$   $R_n(\nu_h \rho') = J_n(\nu_h \rho')$ ,  $J_n(\nu_h \rho')$  — функция Бесселя,  $H_n^{(2)}(\nu_h \rho')$  — функция Ганкеля второго рода,

$$E_\rho^{\circ} = (1 - \bar{\kappa}\beta^2) \frac{\partial^2 V^{\circ}}{\partial \rho \partial z} - \frac{i\omega \bar{\kappa}' \beta}{c} \frac{\partial V^{\circ}}{\partial \rho},$$

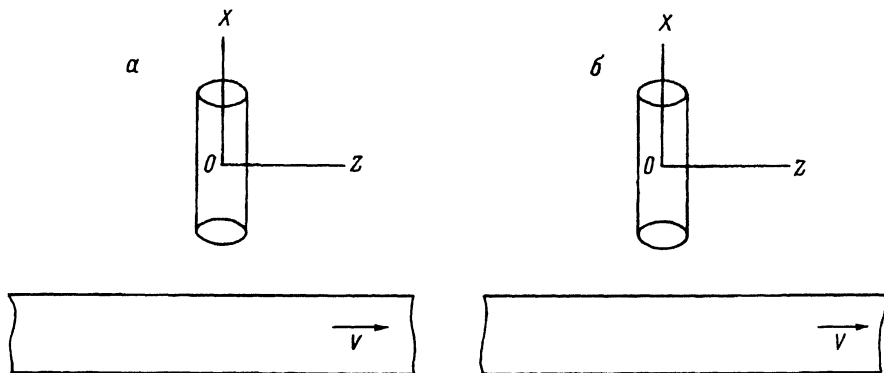


Рис. 3. Выбор системы координат для расчета электромагнитного поля в движущейся многослойной среде.

$$E_{\varphi}^{\circ} = (1 - \bar{\kappa}\beta^2) \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 V^{\circ}}{\partial \varphi \partial z} - \frac{i\omega \bar{\kappa}' \beta}{c} \frac{1}{\rho} \frac{\partial V^{\circ}}{\partial \varphi},$$

$$E_z^{\circ} = \frac{1}{\varepsilon_a} D_z^{\circ} = - \left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial V^{\circ}}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 V^{\circ}}{\partial \varphi^2} \right];$$

$$H_{\rho}^{\circ} = \frac{i\omega \varepsilon'}{\rho} \frac{\partial V^{\circ}}{\partial \varphi}, \quad H_{\varphi}^{\circ} = -i\omega \varepsilon' \frac{\partial V^{\circ}}{\partial \rho}, \quad H_z^{\circ} = \frac{1}{\mu_a} B_z^{\circ} = 0, \quad (68)$$

$$E_{\rho}^{\text{M}} = -\frac{i\omega \mu_a}{\rho} \frac{\partial V^{\text{M}}}{\partial \varphi}, \quad E_{\varphi}^{\text{M}} = i\omega \mu_a \frac{\partial V^{\text{M}}}{\partial \rho}, \quad E_z^{\text{M}} = \frac{1}{\varepsilon_a} D_z^{\text{M}} = 0,$$

$$H_{\rho}^{\text{M}} = (1 - \bar{\kappa}\beta^2) \frac{\partial^2 V^{\text{M}}}{\partial \rho \partial z} - \frac{i\omega \bar{\kappa} \beta}{c} \frac{\partial V^{\text{M}}}{\partial \rho},$$

$$H_{\varphi}^{\text{M}} = (1 - \bar{\kappa}\beta^2) \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 V^{\text{M}}}{\partial \varphi \partial z} - \frac{i\omega \bar{\kappa} \beta}{c} \frac{1}{\rho} \frac{\partial V^{\text{M}}}{\partial \varphi},$$

$$H_z^{\text{M}} = \frac{1}{\mu_a} B_z^{\text{M}} = - \left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial V^{\text{M}}}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 V^{\text{M}}}{\partial \varphi^2} \right], \quad (69)$$

где

$$V^{\circ, \text{M}} = e^{i\omega t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{v_h^2} U_n^{\circ, \text{M}}(h) dh. \quad (70)$$

Применение того или иного решения определяется видом источника поля, расположением его относительно границ движущейся среды и направлением движения среды относительно источника поля. Например, для случая, приведенного на рис. 3,а, где ось витка лежит в плоскости чертежа, удобнее выбрать систему координат, показанную на рис. 3,б, и применить для решения формул (55)–(61) и (52), (53).

## Возбуждение цилиндра бесконечно протяженным линейным током

В качестве примера использования полученных результатов рассмотрим задачу возбуждения идеально проводящего цилиндра линейным электрическим током. Цилиндр и ток расположены в движущейся вдоль оси цилиндра среде (рис. 4). Будем считать, что ток задан вдоль оси  $z$ , амплитуда тока постоянна, а фаза меняется по линейному закону, т.е. в направлении оси  $z$  распространяется бегущая волна тока

$$j_z^{ct} = I_0^{ct} \frac{1}{a} \delta(\rho - a) \cdot \delta(\varphi - \varphi_0) \cdot e^{-ih_0 z}. \quad (71)$$

Из уравнения непрерывности найдем объемную плотность заряда, связанную с током (71),

$$\rho^{ct} = -\frac{1}{i\omega} \operatorname{div} \mathbf{j}^{ct} = -\frac{1}{i\omega} \frac{\partial j_z^{ct}}{\partial z} = \frac{h_0}{\omega} I_0^{ct} \frac{1}{a} \delta(\rho - a) \cdot \delta(\varphi - \varphi_0) \cdot e^{-ih_0 z}. \quad (72)$$

Подставляя (71), (72) в (65), (66) найдем коэффициенты  $F_s^{(n)M}(h)$ ,  $F_s^{(n)O}(h)$  первичного поля  $\mathbf{E}^{(n)}$ ,  $\mathbf{H}^{(n)}$ , которые для случая  $\rho < a$  имеют вид

$$F_1^{(n)M}(h) = 0, \\ F_1^{(n)O}(h) = -\frac{J_0^{ct}}{4} \frac{\nu_h^2}{\omega \varepsilon_a} H_n^{(2)}(\nu_h a) e^{in\varphi_0} \delta(h - h_0). \quad (73)$$

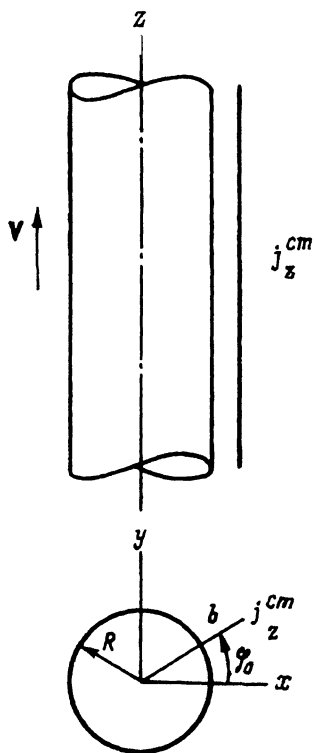


Рис. 4. Возбуждение цилиндра бесконечно протяженным линейным током.

Из (73) следует, что первичное поле представлено только волнами электрического типа, амплитуды которых зависят от скорости движения среды через постоянную распространения  $\nu_h$ .

Вторичное поле (отраженное от цилиндра)  $\mathbf{E}^{(B)}$ ,  $\mathbf{H}^{(B)}$  будем искать в форме (63), (64), (68), (69) с неизвестными спектральными плотностями  $F_2^{(B)M}(h)$ ,  $F_2^{(B)E}(h)$ . Их можно выразить через спектральные плотности (73) сторонних источников поля, используя граничные условия на поверхности идеально проводящего цилиндра. При этом получается

$$F_2^{(B)M}(h) = 0,$$

$$F_2^{(B)E}(h) = -\frac{J_n(\nu_h R)}{H_n^{(2)}(\nu_h R)} F_1^{(n)E}. \quad (74)$$

Таким образом, искомое поле представлено только волнами электрического типа. Его продольную компоненту можно записать так:

$$E_z = \frac{I_0^{CT}}{4\omega\epsilon_a} e^{i\omega t} e^{-ih_0 z} k_0^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-in(\varphi-\varphi_0)} \frac{H_n^{(2)}(\nu_{h0}\rho)}{H_n^{(2)}(\nu_{h0}R)} \times \\ \times \left[ J_n(\nu_{h0}a) \cdot H_n^{(2)}(\nu_{h0}R) - J_n(\nu_{h0}R) \cdot H_n^{(2)}(\nu_{h0}a) \right], \quad (74a)$$

где

$$\nu_{h0} = -ik_{h0}, \quad k_{h0} = \sqrt{(1 - \bar{\kappa}\beta^2)h_0^2 + \frac{2\bar{\kappa}\omega\beta h_0}{c} - k_0^2}, \quad k_0^2 = \omega^2 \mu_a \epsilon_a.$$

Рассматривая поле в дальней зоне и учитывая асимптотическое представление для функции Ганкеля

$$H_n^{(2)}(\nu_{h0}\rho) \underset{\nu_{h0}\rho \rightarrow \infty}{\approx} \left( \frac{2}{\pi\nu_{h0}\rho} \right)^{1/2} e^{-i(\nu_{h0}\rho - n\pi/2 - \pi/4)},$$

можно получить более простое выражение для (74)

$$E_z = \frac{I_0^{CT}}{4\omega\epsilon_a} \left( \frac{2}{\pi\rho} \right)^{1/2} e^{i\omega t} e^{-i(h_0 z + k\rho - \pi/4)} \cdot U, \quad (75)$$

$$U = k^{3/2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-in(\varphi-\varphi_0-\pi/2)} \left[ J_n(ka) - \frac{H_n^{(2)}(ka)}{H_n^{(2)}(kR)} J_n(kR) \right], \quad (76)$$

$$k = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \left( \frac{h_0 c}{\omega} \right)^2 + \bar{\kappa} \left( 1 - \beta \frac{h_0 c}{\omega} \right)^2}. \quad (77)$$

Функция  $U$  определяет диаграмму направленности в зоне излучения ливнейного электрического тока, расположенного в движущейся среде вблизи цилиндра.



## Список литературы

- [1] Тамм И.Е. // Собр. науч. тр. М.: Наука, 1975. Т. 1. С. 77–99.
- [2] Болотовский Б.М., Столяров С.Н. // Современное состояние электродинамики движущихся сред (безграничные среды). Эйнштейновский сб., 1974. М.: Наука, 1976. С. 179–275.
- [3] Болотовский Б.М., Столяров С.Н. Поля источников излучения в движущихся средах. Эйнштейновский сб., 1978–1979 г. М.: Наука, 1983. С. 173–277.
- [4] Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. Возбуждение электромагнитных волн. М.: Радио и связь, 1983. 296 с.
- [5] Петров Б.М. // Антенны / Под ред. А.А.Пистолькорса. М.: Связь, 1976. Вып. 24. С. 81–94.
- [6] Петров Б.М. // Рассеяние электромагнитных волн. Тр. ТРТИ. Таганрог, 1976. Вып. 41. С. 3–11.
- [7] Абламунец И.Г. // ЖТФ. 1992. Т. 62. Вып. 8. С. 7–22.
- [8] Угаров В.А. Специальная теория относительности. М.: Наука, 1977. 384 с.
- [9] Абламунец И.Г. // Изв. вузов. Электромеханика. 1988. № 3. С. 10–17.

Самарский инженерно-строительный институт

Поступило в Редакцию  
27 мая 1992 г.