

05;09;12

©1993 г.

ИЗМЕРЕНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ ПРОВОДИМОСТИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКОВ МЕТОДОМ ВОЗМУЩЕНИЯ ОБЪЕМНОГО РЕЗОНАТОРА

И.Б.Вендик, В.В.Кузнецов

Исследован метод возмущения объемного резонатора применительно к измерениям СВЧ проводимости монокристаллов высокотемпературных сверхпроводников. На основе классической теории возмущения получены аналитические выражения, связывающие параметры возмущения с комплексной проводимостью сверхпроводника, для образца, помещенного в пучность электрического или в пучность магнитного поля. Даны количественные оценки условий эксперимента.

Введение

Экспериментальное исследование комплексной проводимости высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) в диапазоне СВЧ позволяет получить информацию о принципиально важных параметрах, таких как лондоновская глубина проникновения и проводимость, обусловленная квазичастичными возбуждениями. Анализ температурной зависимости этих параметров и их количественная оценка дают возможность сделать очередной шаг в понимании физической природы ВТСП. Экспериментально исследуются различные объекты: толстые градулированные пленки, тонкие эпитаксиальные пленки и монокристаллы сверхпроводников разного состава. Большинство исследований температурной зависимости СВЧ проводимости ВТСП выполняется на толстых пленках с использованием медного резонатора, одна из стенок которого замещается пленкой исследуемого материала [1-4]. При этом удается получить температурную зависимость поверхностного сопротивления R_s , величина которого линейно связана с изменением добротности резонатора за счет введения пленки ВТСП. Для тонких пленок с толщиной $d \ll \lambda_L$ возможно применение метода изменения коэффициента передачи [5].

Достаточно чистым модельным объектом являются монокристаллы ВТСП. Однако в силу малости их размеров использование указанных методов оказывается невозможным. Практически единственным методом измерения СВЧ проводимости монокристаллов ВТСП является метод возмущения объемного резонатора [6]. Этот метод был применен в [7] для измерения поверхностного сопротивления образцов керамики $YBaCuO$ на частоте $f \approx 9.6$ ГГц в медном резонаторе, покрытом свинцом, при $T=4.2$ К

с использованием индивидуального нагрева образца в интервале температур 4.2–200 К. Измерение поверхностного сопротивления монокристаллов $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ в сверхпроводниковом Nb резонаторе методом возмущения выполнено в [8]. Проводимость монокристаллов $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ и $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ измерялась в медном резонаторе [9,10]. В эксперименте [8] образец помещался в пучность магнитного поля и ориентировался так, что магнитное поле было параллельно плоскости CuO монокристалла. В работах [9,10] измерения проводились в двух положениях образца: в пучности электрического поля, касательного к плоскости CuO , и в пучности магнитного поля, нормального к этой плоскости. Результаты измерений практически совпадают. В [7] также использовалось нормальное магнитное поле по отношению к образцу в форме тонкого диска, помещенного в пучность магнитного поля. При такой ориентации образца возникает сильный эффект деполяризации, существенно искажающий магнитное поле вблизи поверхности образца. В s -состоянии возможно образование вихрей при нормальной ориентации магнитного поля. В связи с этим расчет поверхностного сопротивления по изменению добротности за счет возмущения, вносимого образцом, при нормальной ориентации магнитного поля требует детального расчета распределения магнитного поля вблизи образца. Кроме того, результаты измерения могут отражать не столько свойства сверхпроводниковых монокристаллов, сколько свойства вихрей и требуют анализа с учетом образования вихрей.

В настоящей работе приводится электродинамический анализ возмущения электромагнитного поля образцом, для которого магнитное поле является касательным к поверхности пластинки. В строгой постановке требуется решить сложную краевую задачу о возмущении резонатора малым образцом с анизотропной проводимостью. Однако с учетом ряда допущений, соответствующих условиям реального эксперимента, задача может быть решена достаточно простыми средствами.

Постановка задачи и выбор метода расчета

В соответствии с теорией возмущения объемного резонатора введение образца приводит к изменению резонансной частоты и добротности. Для проводящих образцов малых размеров параметры возмущения определяются следующим выражением [6]

$$\delta + i\frac{\Delta}{2} = -\frac{(\hat{\epsilon} - \epsilon_0) \int_V \mathbf{E}^{(i)} \mathbf{E}^*(\mathbf{r}) dV}{2\epsilon_0 \int_V |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 dV}, \quad (1)$$

где $\delta = (f - f_0)/f_0$ — относительное изменение резонансной частоты, $\Delta = 1/Q - 1/Q_0$ — изменение обратной добротности резонатора, $\hat{\epsilon} = \hat{\epsilon}' + i\hat{\sigma}/\omega$ — комплексная диэлектрическая проницаемость образца (в общем случае тензор), $\hat{\sigma}$ — комплексная анизотропная проводимость образца, $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ — электрическое поле невозмущенного резонатора, $\mathbf{E}^{(i)}$ — электрическое поле внутри образца, ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость свободного пространства.

В числителе интегрирование выполняется по объему образца V_0 , в знаменателе — по объему резонатора V . Для описания электрического

поля внутри образца $\mathbf{E}^{(i)}$ необходимо решить электродинамическую задачу. Для диэлектрических или проводящих образцов простой формы, поверхность которых является поверхностью второго порядка, электрическое поле внутри образца определяется в квазистатическом приближении и рассчитывается через коэффициенты деполяризации [11,12]. Этот метод успешно используется для измерения проводимости диэлектриков и хорошо проводящих квазиодномерных проводников и проверен многократно на большом числе различных по своим свойствам материалов.

Применительно к сверхпроводникам при измерении их проводимости на СВЧ методом возмущения объемного резонатора в ряде работ используется другой подход к расчету параметров возмущения δ и Δ [7-10]. При этом используется методика, развитая в [13] для расчета добротности объемного резонатора, определяемая средней мощностью потерь в стенках резонатора за счет конечной проводимости материала стенок,

$$\frac{1}{Q_0} = \frac{R_{s0}}{\omega_0} \frac{\int_S |\mathbf{H}|^2 dS}{\int_V \epsilon_0 |\mathbf{E}|^2 dV}. \quad (2)$$

Здесь R_{s0} — поверхностное сопротивление материала стенок резонатора, \mathbf{H} — касательная составляющая магнитного поля на поверхности стенок. Интегрирование в числителе выполняется по поверхности всех стенок резонатора. Выражение (2) получено в предположении, что учет потерь не изменяет распределение поля в резонаторе. Для расчета добротности возмущенного резонатора в числитель (2) добавляют интегрирование по поверхности образца S_0 . Изменение добротности в этом случае

$$\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0} = \frac{R_s}{\omega_0} \frac{S_0 \int |\mathbf{H}^{(\tau)}|^2 dS}{\int_V \epsilon_0 |\mathbf{E}|^2 dV}, \quad (3)$$

где R_s — поверхностное сопротивление образца, $\mathbf{H}^{(\tau)}$ — касательная составляющая магнитного поля на поверхности образца.

В работах [7-10] касательное поле на поверхности образца либо принимается равным магнитному полю в данной плоскости в резонаторе в отсутствие образца, либо рассчитывается с учетом деполяризации [10].

Для определения составляющих поверхностного импеданса $Z_s = R_s + iX_s$ по результатам эксперимента используются соотношения вида

$$R_s = \frac{1}{2\gamma} (\Delta f - \Delta f_0), \quad (4a)$$

$$X_s = \frac{1}{\gamma} (f - f_0), \quad (4б)$$

где Δf_0 и Δf — полосы частот ($\Delta f_0 = f_0/Q_0$, $\Delta f = f_0/Q$) пустого и возмущенного резонаторов соответственно; γ — геометрический фактор, определяемый интегрированием в (3).

Составляющие комплексной проводимости сверхпроводника $\hat{\sigma} = \sigma_1 - i\sigma_2$ определяются соотношением

$$R_s + iX_s = \left(\frac{i\omega\mu_0}{\sigma_1 - i\sigma_2} \right)^{1/2}, \quad (5)$$

где μ_0 — магнитная проницаемость свободного пространства.

Если задача решается строго и поле внутри образца и на его поверхности определяется точно, то, по-видимому, оба метода дадут одинаковый результат. Однако если поле в образце определяется приближенно, то предпочтение следует отдать классическому методу возмущения [6] по крайней мере по двум причинам. Во-первых, выражение (1) получено строго из уравнений Максвелла с единственным приближением о равенстве накопленной энергии в пустом резонаторе и в резонаторе, содержащем возмущающий объект; выражение (3) получено без строгого электродинамического обоснования. Во-вторых, поле $\mathbf{E}^{(i)}$ внутри образца входит в подынтегральное выражение числителя (1) в первой степени, а в подынтегральном выражении числителя (3) используется квадрат поля $\mathbf{H}^{(\tau)}$ на поверхности образца. Если эти поля определены с некоторой ошибкой, то интегрирование квадрата поля приведет к большей ошибке в определении проводимости образца, чем интегрирование первой степени.

На основании сказанного используем классический метод возмущения для определения комплексной проводимости сверхпроводника. Решим задачу применительно к следующим экспериментальным условиям.

Найдем возмущение цилиндрического резонатора с волной H_{011} малым проводящим телом, имеющим форму тонкой пластины. Введем следующие предположения: 1) объем пластины мал, так что в пределах этого объема составляющие поля в резонаторе можно считать либо постоянными, либо изменяющимися по линейному закону; 2) толщина пластины много меньше ее длины и ширины; 3) толщина пластины много больше лондоновской глубины λ_L ; 4) пластина помещается либо в пучности электрического поля, либо в пучности магнитного поля и ориентируется параллельно силовым линиям электрического и магнитного полей.

Необходимо найти электрическое поле внутри образца $\mathbf{E}^{(i)}$. Для образца малых размеров внешнюю задачу можно решать в квазистатическом приближении. Касательное магнитное поле на поверхности непрерывно. Как будет показано ниже, эффектом деполяризации можно пренебречь и принять, что поле на поверхности образца равно магнитному полю в резонаторе в отсутствие возмущения. Магнитное поле проникает в пластину на расстояние лондоновской длины λ_L . Поскольку лондоновская глубина (длина волны) много меньше толщины образца, то внутреннюю задачу необходимо решать методами электродинамики.

Найдем поле внутри образца $\mathbf{E}^{(i)}$ для двух различных положений образца.

Расчет электрического поля внутри образца

а) Образец расположен в пучности электрического поля. В соответствии с принятыми допущениями образец в виде пластины, помещенный в пучность электрического поля в цилиндрическом резонаторе с волной H_{011} (рис. 1, а), можно сопоставить с локальной прямоугольной системой

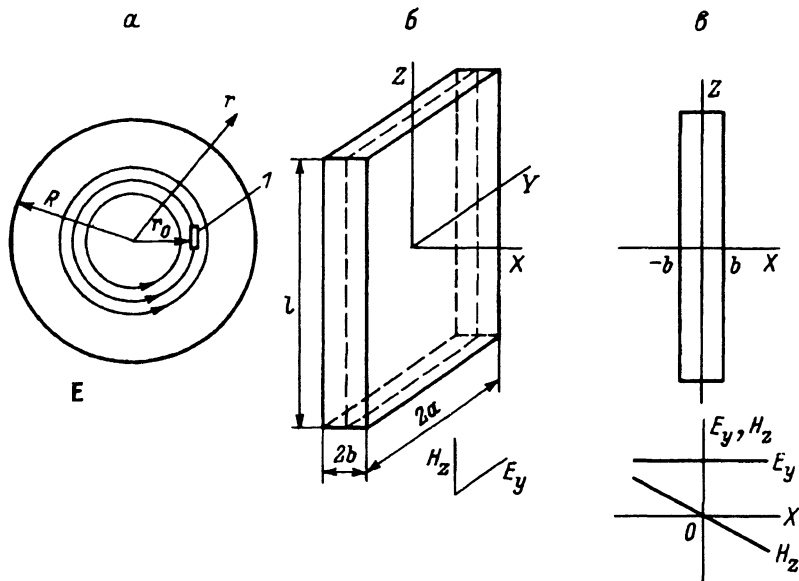


Рис. 1. Структура поля H_{011} в цилиндрическом резонаторе (а) и расположение образца (1) в локальной системе координат (б) и распределение электрического и магнитного полей в образце, помещенном в пучность электрического поля (е).

координат (рис. 1, б). Начало локальной системы координат помещается в точку с координатами $z = L/2$, $r = r_0 = 0.63R$ (см. Приложение) и совмещается с геометрическим центром пластины. При этом ось Z параллельна оси цилиндра z , ось X направлена по радиусу, ось Y — по касательной к образующей цилиндра. В новых координатах электромагнитное поле невозмущенного резонатора в пределах объема пластины можно представить в виде

$$H_z = -A_{01} \cdot 0.83 \frac{x}{R}, \quad H_r = 0, \quad (6a)$$

$$E_y = -iA_{01} \cdot 0.52 \frac{\omega\mu_0}{k_c}, \quad (6б)$$

где $k_c = V_{01}/R$, $V_{01} = 3.83$, R — радиус резонатора, A_{01} — константа.

Представим магнитное поле в пластине, используя распределение поля в бесконечной тонкой пластине в параллельном магнитном поле [14] с учетом непрерывности поля на границе (с учетом квазистатических возмущений λ_L — комплексной величины)

$$H_z^{(i)} = -A_{01} \cdot 0.83 \frac{b \operatorname{sh} \frac{x}{\lambda_L}}{R \operatorname{sh} \frac{b}{\lambda_L}}. \quad (7)$$

Определим ток в пластине из уравнения Максвелла $\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j}$. Учтем, что ток на поверхности сверхпроводниковой пластины распределен неравномерно и вытесняется к краям [15]. Его распределение может быть

описано аппроксимирующей функцией [16]

$$j_{\text{пов}}(y) = j_{\text{пов}}(0) \left[1 - \left(\frac{y}{a} \right)^2 \right]^{-1/2}. \quad (8)$$

Выражение для тока имеет вид

$$j_y = A_{01} \cdot 0.83 \frac{b}{R\lambda_L} \frac{\text{ch} \frac{x}{\lambda_L}}{\text{sh} \frac{b}{\lambda_L}} \left[1 - \left(\frac{y}{a} \right)^2 \right]^{-1/2}. \quad (9)$$

В соответствии с (9) ток течет по обеим сторонам пластины в слое толщиной λ_L и имеет одинаковое направление с обеих сторон пластины. Отсутствие замкнутого контура с током не приводит к появлению внешних магнитных полей рассеяния, т.е. эффект деполяризации магнитного поля не проявляется. Имеет место деполяризация, связанная с появлением электрических зарядов на концах пластины ($y = \pm a$) при протекании тока, однако искажение внешнего электрического поля за счет деполяризации не влияет на распределение тока (9) внутри пластины. Найдем электрическое поле внутри пластины из соотношения

$$E_y^{(i)} = \frac{j_y}{\hat{\sigma}}, \quad (10)$$

где $\hat{\sigma} = \sigma_1 + i\sigma_2$ — комплексная проводимость образца в s -состоянии в плоскости CuO .

Полагаем, что образец ориентирован так, что главные оси тензора проводимости ориентированы вдоль осей локальной системы координат. С учетом (7), (9) и (10) получим

$$E_y^{(i)} = A_{01} \cdot 0.83 \frac{b}{\hat{\sigma} R\lambda_L} \frac{\text{ch} \frac{x}{\lambda_L}}{\text{sh} \frac{b}{\lambda_L}} \left[1 - \left(\frac{y}{a} \right)^2 \right]^{-1/2}. \quad (11)$$

б) Образец расположен в пучности магнитного поля (рис. 2, а). В соответствии с рис. 2, а и б начало локальной системы координат помещается в точку с координатами $z = z_0 \ll L$ (L — длина резонатора) и $r = r_0 = 0.63R$. Направление осей совпадает с предыдущим случаем. Электромагнитное поле невозмущенного резонатора в пределах объема пластины имеет вид

$$H_x = -A_{01} \cdot 0.52 \frac{\beta}{k_c}, \quad H_z = 0, \quad (12a)$$

$$E_y = -iA_{01} \cdot 0.52 \frac{\omega\mu_0}{k_c} \frac{\pi z_0}{L} \left(1 + \frac{z}{z_0} \right), \quad (12б)$$

где $\beta = (k^2 - k_c^2)^{1/2}$, $k^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0$.

Магнитное поле внутри пластины представим в виде [14]

$$H_x^{(i)} = -A_{01} \cdot 0.52 \frac{\beta}{k_c} \frac{\text{ch} \frac{z}{\lambda_L}}{\text{ch} \frac{b}{\lambda_L}}. \quad (13)$$

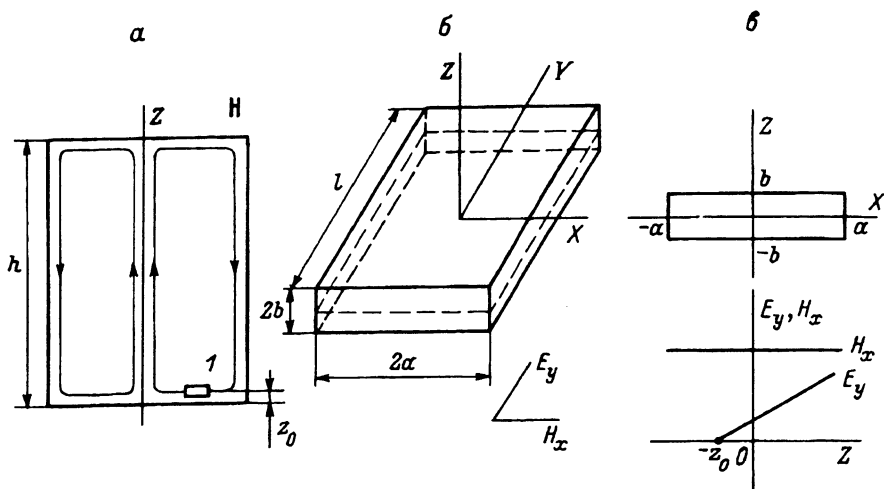


Рис. 2. Структура поля H_{011} в цилиндрическом резонаторе (а) и расположение образца (1) в локальной системе координат (б); распределение электрического и магнитного полей в образце, помещенном в пучность магнитного поля (в).

Соответственно ток в пластине

$$j_y = A_{01} \cdot 0.52 \frac{\beta}{k_c \lambda_L} \frac{\text{sh} \frac{z}{\lambda_L}}{\text{ch} \frac{b}{\lambda_L}} \left[1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right]^{-1/2}. \quad (14)$$

Токи в поверхностных слоях пластины равны по величине и противоположны по направлению, что приводит к образованию замкнутого контура с током и возникновению магнитного поля рассеяния. Внутри пластины магнитное поле существует в двух тонких поверхностных слоях толщиной λ_L . При этом внешнее магнитное поле по обе стороны пластины пренебрежимо мало, так как возбуждающие токи протекают в близко расположенных слоях (толщина пластины мала) и направлены встречно [14]. Нескомпенсированные краевые магнитные поля пластины ($x = \pm a$) также малы. На основании сказанного при решении внешней задачи можно не учитывать искажений магнитного поля за счет токов, протекающих в пластине сверхпроводника. Заметим, что возмущение поля сверхпроводниковой пластиной с немагнитными свойствами существенно отличается от возмущения, вносимого пластиной магнитного материала с теми же размерами [17].

Электрическое поле внутри пластины определяется формулой (10) с использованием (14).

Определение параметров возмущения

Найдем параметры возмущения δ и Δ , пользуясь формулой (1) и выражениями для электрического поля внутри пластины. Выполняя интегрирование (см. Приложение) и разделяя вещественные и мнимые части, найдем уход частоты и изменение добротности

$$-\delta = \delta_0 + B \frac{\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}, \quad (15a)$$

$$\frac{\Delta}{2} = B \frac{\sigma_1}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}. \quad (156)$$

В полученных выражениях для образца, расположенного в пучности электрического поля,

$$\delta_0 = \delta_{\text{э}} = 0.19\alpha \left(\frac{\Lambda_0}{R} \right)^2, \quad (16)$$

$$B = B_{\text{э}} = \frac{7.66\alpha}{\omega\mu_0 R^2}, \quad (17)$$

для образца, расположенного в пучности магнитного поля,

$$\delta_0 = \delta_{\text{м}} = 0.19\alpha \frac{\Lambda_0}{L} \left[1 - 0.36 \left(\frac{\Lambda_0}{R} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (18)$$

$$B = B_{\text{м}} = \frac{7.91\alpha}{\omega\mu_0 L\Lambda_0} \left[1 - 0.36 \left(\frac{\Lambda_0}{R} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (19)$$

где

$$\alpha = 2.1 \frac{V_0}{V} \quad (20)$$

— коэффициент заполнения, V_0 — объем пластины, V — объем резонатора, Λ_0 — длина электромагнитной волны.

Оценка полученных результатов и обсуждение условий эксперимента

Из выражения (15а) следует, что независимо от того, куда помещен образец, в пучность электрического или магнитного поля, возмущение приводит к уменьшению резонансной частоты.

Уход резонансной частоты резонатора при введении возмущающего образца определяется двумя слагаемыми (15а): первое слагаемое $\delta_{\text{э,м}}$ по порядку величины равно коэффициенту заполнения и не зависит от параметров материала исследуемого объекта, второе слагаемое зависит от параметров материала. Независимо от того, куда помещен образец, в пучность электрического или магнитного поля, возмущение приводит к уменьшению резонансной частоты. Уход частоты $\delta_0 = \delta_{\text{э,м}}$ достаточно большой и при $\alpha = 10^{-2} - 10^{-3}$ составляет сотни мегагерц в миллиметровом диапазоне. В сантиметровом диапазоне из-за большого объема резонатора коэффициент заполнения оказывается слишком малым и уход частоты не превышает 1 МГц.

Преобразуем выражение (15а) к виду

$$-\frac{\delta}{\delta_0} = 1 + \frac{D}{\omega\mu_0\Lambda_0^2} \frac{\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}, \quad (21)$$

где $D \approx 40$ для обоих рассматриваемых случаев (рис. 1, 2).

Второе слагаемое в (21) показывает относительный вклад в изменение резонансной частоты слагаемого, учитывающего проводимость сверхпроводника. В пределе при $T \rightarrow 0$

$$-\frac{\delta}{\delta_0}(T \rightarrow 0) = 1 + 40 \left(\frac{\lambda_L(0)}{\Lambda_0} \right)^2. \quad (22)$$

Для $\lambda_L(0) \approx 1000 \text{ \AA}$ и $\Lambda_0 = 5 \text{ мм}$ ($f = 60 \text{ ГГц}$) эта добавка порядка 10^{-8} т.е. абсолютный уход частоты порядка нескольких герц и менее. Максимальный вклад имеет место при $\sigma_1 = \sigma_2$ и в зависимости от величины σ может достигать нескольких сотен герц. Отметим, что разрешающая способность эксперимента увеличивается с ростом частоты (21). На частоте 60 ГГц для $\alpha = 10^{-2}$ параметр $B \approx 1 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$, откуда следует, что изменение обратной добротности Δ вблизи T_c при $\sigma_1 \approx 10^4 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ порядка 10^{-6} .

Разрешая уравнения (15а) и (15б) относительно вещественной и мнимой частей проводимости сверхпроводника, получим

$$\sigma_1 = B \frac{\frac{\Delta}{2}}{\delta_s^2 + \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2}, \quad (23а)$$

$$\sigma_2 = B \frac{\delta_s}{\delta_s^2 + \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2}, \quad (23б)$$

где $\delta_s = |\delta - \delta_0|$.

Отсюда следует, что связь параметров сверхпроводника σ_1 и σ_2 с параметрами возмущения δ_s и $\Delta/2$ нелинейная.

Представим изменение добротности в выражении (15б) как функцию поверхностного сопротивления, используя (5). Для области температур, где $R_s \ll X_s$ и справедливы выражения

$$R_s = \frac{1}{2}(\omega\mu_0)^2 \lambda_L^3 \sigma_1, \quad (24а)$$

$$X_s = \omega\mu_0 \lambda_L, \quad (24б)$$

получаем для образца в пучности электрического поля простое соотношение

$$\left(\frac{\Delta}{2}\right)_\circ = 15.32\alpha \frac{\lambda_L R_s}{R^2 \omega\mu_0}, \quad (25)$$

откуда следует линейная связь параметра возмущения $\Delta/2$ с поверхностным сопротивлением R_s . Однако вблизи T_c , где $\delta_s \ll \Delta/2$, имеем

$$\left(\frac{\Delta}{2}\right)_\circ \left(1 - \frac{\delta_s}{\Delta/2}\right) = 15.32\alpha \frac{1}{R^2} \left(\frac{R_s}{\omega\mu_0}\right)^2. \quad (26)$$

На основе метода возмущений объемного резонатора получены аналитические выражения для расчета комплексной электропроводности тонкой сверхпроводниковой пластины, помещенной в пучность магнитного или электрического полей касательно по отношению к этим полям. Оценка условий эксперимента показала, что для проведения измерений требуется весьма высокая разрешающая способность при измерении резонансной частоты и добротности.

Измерение комплексной электропроводности монокристаллов ВТСР возможно в миллиметровом диапазоне ($\Lambda_0 \leq 5$ мм) с использованием специальных методов обработки для измерения малых уходов резонансной частоты и изменения ширины резонансной кривой.

Следует отметить, что количественная оценка параметров возмущения, полученных в данной работе на основе классической теории возмущения и с помощью выражения (3), на основе расчета потока мощности в образец в некоторых случаях расходится на несколько порядков. Это может быть следствием того, что достоверное использование выражения (3) требует решения задачи дифракции для определения магнитного поля на поверхности образца.

Авторы приносят благодарность И.Ф.Шеголеву за постановку задачи и О.Г.Вендику за плодотворную дискуссию. Работа включена в программу Совета по высокотемпературной сверхпроводимости (Проект № 90475).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Составляющие поля типа H_{011} в цилиндрическом резонаторе с координатами r, φ, z имеют вид

$$\begin{aligned} H_z &= A_{01} J_0 \left(\frac{\nu_{01}}{R} r \right) \sin \frac{\pi z}{L}, \\ H_r &= -A_{01} \frac{\beta}{k_c} J_1 \left(\frac{\nu_{01}}{R} r \right) \cos \frac{\pi z}{L}, \\ E_y &= -i A_{01} \frac{\omega \mu_0}{k_c} J_1 \left(\frac{\nu_{01}}{R} r \right) \sin \frac{\pi z}{L}, \\ H_y &= E_z = E_r = 0, \end{aligned} \quad (\text{П.1})$$

где J_0 и J_1 — функции Бесселя нулевого и первого порядков соответственно, $\nu_{01} = 3.83$ — первый корень функции Бесселя первого порядка.

При установке образца в пучность электрического поля (рис. 1) $z = L/2$. Выберем значение радиуса r_0 , соответствующего геометрическому центру образца, из условия $H_z = 0$, что выполняется при $J_0((\nu_{01}/R)r) = 0$ и соответствует $r_0 = 0.63R$. При этом $J_1((\nu_{01}/R)r) = 0.52$ и отличается от значения функции Бесселя первого порядка в первом максимуме $J_1((\nu_{01}/R)r) = 0.58$. Таким образом, образец установлен не точно в максимуме электрического поля, а несколько сдвинут по радиусу. Составляющие поля H_{011} в локальной системе координат имеют вид (6) при ориентации образца в соответствии с рис. 1.

Интегрирование по объему образца в этом случае с использованием выражений для электрического поля внутри образца (11) и электрического поля в невозмущенном резонаторе позволяет получить

$$\int_{V_0} (E_y^{(i)} E_y^*)_{\circ} dV = i \frac{A_{01}^2 \omega \mu_0}{\hat{\sigma} k_c} \frac{b}{\lambda_L R} \frac{0.52 \cdot 0.83}{\operatorname{sh} \frac{b}{\lambda_L}} \int_0^l dz \times \\ \times \int_{-b}^b \operatorname{ch} \frac{x}{\lambda_L} dx \int_{-a}^a \left[1 - \left(\frac{y}{a} \right)^2 \right]^{-1/2} dy = i \cdot 0.68 \frac{A_{01}^2 \omega \mu_0 V_0}{\hat{\sigma} k_c R}, \quad (\text{П.2})$$

где $V_0 = 2a \cdot 2b \cdot l$ — объем образца.

Интегрирование по объему резонатора дает с учетом распределения поля (П.1)

$$\int_V (\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*) dV = \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_0^L \left[A_{01} \frac{\omega \mu_0}{k_c} J_1 \left(\frac{v_{01}}{R} r \right) \sin \frac{\pi z}{L} \right]^2 r dr dy dz = \\ = 0.08 \cdot A_{01}^2 \left(\frac{\omega \mu_0}{k_c} \right)^2 V, \quad (\text{П.3})$$

где $V = \pi R^2 L$ — объем резонатора.

Принимая во внимание определение коэффициента заполнения [12]

$$\alpha = \frac{V_0 E_m^2}{2 \int_V (\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*) dV} \quad (\text{П.4})$$

и учитывая, что $E_m = 0.58 \cdot A_{01} \omega \mu_0 / k_c$ — электрическое поле в пучности, найдем отношение интегралов

$$\frac{\int_{V_0} (E_y^{(i)} E_y^*)_{\circ} dV}{2 \int_V (\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*) dV} = i \frac{2.00 \alpha k_c}{\omega \mu_0 \hat{\sigma} R}, \quad (\text{П.5})$$

где $\alpha = 2.1 V_0 / V$.

При установке образца в пучность магнитного поля (рис. 2) центр локальной системы координат соответствует $r_0 = 0.63R$ и отодвинут от торцевой стенки резонатора на малое расстояние z_0 в направлении оси резонатора z . Составляющие поля в локальной системе координат имеют вид (12).

Интегрирование по объему образца в данном случае позволяет получить

$$\int_{V_0} (E_y^{(i)} E_y^*)_{\text{м}} dV = i \frac{A_{01}^2 \omega \mu_0 \beta \pi z_0 (0.52)^2}{\hat{\sigma} k_c^2 \lambda_L L \operatorname{ch} \frac{b}{\lambda_L}} \int_0^l dy \times$$

$$\times \int_{-a}^a \left[1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right]^{-1/2} dx \int_{-b}^b \operatorname{sh} \frac{x}{\lambda_L} \left(1 + \frac{z}{z_0} \right) dz = i \cdot 0.42 \frac{A_{01}^2}{\hat{\sigma}} \frac{\beta \omega \mu_0 V_0}{k_c^2 L}. \quad (\text{П.6})$$

Отношение интегралов

$$\frac{\int_{V_0} (E_y^{(i)} E_y^*)_{\text{м}} dV}{2 \int_V (\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*) dV} = i \frac{1.26 \alpha \beta}{\omega \mu_0 \hat{\sigma} L}. \quad (\text{П.7})$$

Список литературы

- [1] Hagen M., Hein M., Klein N. et al. // J. Magn. and Magn. Mat. 1987. Vol. 68. N 1. P. L1.
- [2] Vendik O.G., Samoilova T.B., Karmanenko S.F. et al. // J. Less Common Metals. 1990. Vol. 164-165. P. 1240-1247.
- [3] Kobayashi Y., Imai T., Kayano H. // IEEE. MTT-39. 1991. N 9. P. 1530-1538.
- [4] Hylton T.L., Beasley M.R., Kapitalnuk A. et al. // IEEE. MAG-25. 1989. N 2. P. 810-813.
- [5] Miranda F.A., Gordon W.L., Bhasin K.B. et al. // J. Appl. Phys. 1991. Vol. 70. N 10. P. 5450-5462.
- [6] Альтман Дж.Л. Устройства сверхвысоких частот. М.: Мир, 1968. 487 с.
- [7] Shridhar S., Kennedy W.L. // Rev. Sci. Instr. 1988. Vol. 59. N 4. P. 531-536.
- [8] Rubin D.L., Green K., Gruschus J. et al. // Phys. Rev. B. 1988. Vol. 38. N 9. P. 6538-6545.
- [9] Holczer K., Forro L., Mihály L., Grüner G. // Phys. Rev. Lett. 1991. Vol. 67. N 1. P. 152-155.
- [10] Klein O., Holczer K., Grüner G., Emelchenko G.A. // J. Phys. I(France). 1992. Vol. 2. N 5. P. 517-522.
- [11] Гинзтон Э.Л. Измерения на сантиметровых волнах. М.: ИЛ, 1960. 620 с.
- [12] Бураев Л.И., Шеголев И.Ф. // ПТЭ. 1971. № 2. С. 171-173.
- [13] Джексон Дж. Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965. 702 с.
- [14] Шмидт В.В. Введение в физику сверхпроводников. М.: Наука, 1982. 238 с.
- [15] Sheen D.M., Ali S.M., Oatis D.E. et al. // IEEE Trans. on Appl. Superconductivity. 1991. Vol. 1. P. 108-115.
- [16] Ван Дузер Т., Тернер Ч.У. Физические основы сверхпроводниковых устройств и цепей. М.: Радио и связь, 1984. 342 с.
- [17] Тамм И.Е. Основы теории электричества. М.; Л.: ОГИЗ ГИТТЛ, 1946. 660 с.

Петербургский государственный
электротехнический университет

Поступило в Редакцию
28 июля 1993 г.