

03:12

©1993 г.

О МЕТОДИКЕ ИЗМЕРЕНИЯ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ЗАРЯДОВ ОКОЛО МОДЕЛИ В АЭРОБАЛЛИСТИЧЕСКОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ

Н.Н.Пилюгин, С.Г.Тихомиров

На основе точного аналитического решения получена и подтверждена измерениями кривая чувствительности кольцевого датчика. Показано, что распределение заряда на модели и в следе за ней является решением уравнения Фредгольма 1-го рода, ядро которого определяется кривой чувствительности датчика, а правая часть — зависимостью выходного напряжения от времени. Для решения этого уравнения используется метод регуляризации А.Н.Тихонова. Серия тестовых расчетов показала существенное повышение информативности и точности измерений при использовании описанной методики.

Введение

Исследование электризации тел при их сверхзвуковом движении в атмосфере Земли представляет значительный научный и практический интерес. Для экспериментальных исследований наиболее перспективными являются аэробаллистические установки, так как измерения проводятся в контролируемых лабораторных условиях в широком диапазоне скоростей, давлений, формы и материала поверхности моделей; измерительные устройства могут быть тщательно прокалиброваны. В [1,2] приведены результаты измерений на снарядах калибром 4–203 мм при скоростях 50–1200 м/с. Полученные результаты указывают на существование различных физических механизмов электризации при движении снаряда в стволе, при полете его в дульном факеле, в свободном полете через воздух, загрязненный пылью или капельками воды. Величина электрического заряда зависит от трибоэлектрических эффектов между загрязненной поверхностью и обтекающим потоком. Обнаружен следующий за телом шлейф носителей свободных зарядов. В [3] также обнаружено появление зарядов на телах при их ускорении в стволе. В [4] приводятся результаты исследования зарядов на сферах, выстреливаемых со скоростями $V_{\infty} = 2 - 2.2$ км/с в барокамеру, наполненную воздухом. Отмечено, что динамика изменения зарядов на теле и в следе за ним, а также появления зарядов нуждаются в дальнейшем детальном исследовании.

В [5,6] выполнены измерения электрических зарядов при сверхзвуковом ($V_{\infty} = 2.0 - 5.5$ км/с) движении моделей из различных материалов:

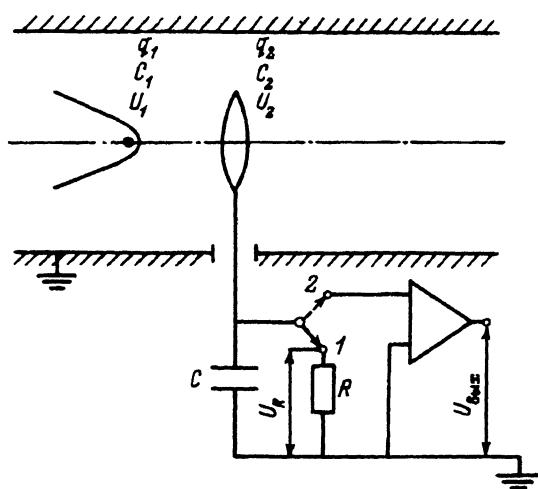


Рис. 1.

меди, железа, алюминия, хондрита, стеклотекстолита, сплавов Вуда и Розе. Эти материалы имеют различные механизмы разрушения поверхности и электризации. Для увеличения числа Маха M_∞ использовалась смесь воздуха с ксеноном, что позволило исследовать влияние образующейся плазмы на распределение заряда около тела. Концентрация свободных электронов измерялась с помощью СВЧ резонаторов. В [7] для исследования влияния плазмы эксперименты проведены в чистом ксеноне при $V_\infty = 2.3$ км/с ($M_\infty = 13$).

Появление в плазме заряженных частиц конденсированной дисперсной фазы приводит к целому ряду новых эффектов [8]. Эмиттируя электроны и заряжаясь положительно, частицы могут повысить концентрацию свободных электронов в плазме. Если частицы, наоборот, поглощают электроны из плазмы, то они заряжаются отрицательно и уменьшают число свободных электронов. В [7] рассматривается механизм разделения зарядов, связанный с их диффузией и газодинамическим разделением в потоках. Однако для построения физической модели явления и разработки методов расчета электростатического заряда на теле и в следе за ним необходимы количественные данные как об изменении заряда на самом теле, так и о распределении носителей заряда в следе. Это требует применения более точных алгоритмов обработки экспериментальных данных и совершенствования измерительной и регистрирующей аппаратуры.

Метод измерений

Для бесконтактного измерения электрического заряда на модели и в следе за ней вдоль траектории полета размещались специальные датчики (рис. 1).

При пролете около датчика модели с зарядом q_1 на датчике генерируется заряд $q_2(t)$ и в электрической цепи измерительного устройства течет ток $I(t)$. Величины $q_2(t)$ и $I(t)$ определяются из совместного решения электростатической задачи и задачи о протекании тока в измерительной цепи. Форма датчиков, их расположение относительно траектории

полета модели и заземленной поверхности баротрассы определяют распределение электрического поля и, следовательно, наведенный заряд q_2 .

Схематично измерительную цепь электростатического датчика можно представить как проводящее тело, соединенное через емкость C и сопротивление R с землей (рис. 1,1). При изменении заряда q_2 в измерительной цепи возникает электрический ток

$$I(t) = \frac{dq_2}{dt} = I_C + I_R,$$

$$I_C = \frac{dq_C}{dt} = C \frac{dU_C}{dt} = C \frac{dU_R}{dt},$$

$$I_R = U_R/R.$$

Выходной сигнал $U_R(t)$ фиксировался цифровым запоминающим осциллографом С9-8 с входным сопротивлением $R = 1$ МОм. Пренебрегая сопротивлением датчика и соединительных кабелей по сравнению с сопротивлением R , получим $U_R = U_2$ и, следовательно,

$$I(t) = \frac{dq_2}{dt} = C \frac{dU_2}{dt} + \frac{U_2}{R}$$

или

$$RI = RC \frac{dU_2}{dt} + U_2. \quad (1)$$

Из (1) следует, что существует два предельных случая: а) характерное время t_* много меньше постоянной времени RC измерительной цепи, тогда

$$\frac{dq_2}{dt} = C \frac{dU_2}{dt}$$

или

$$q_2 = CU_2 + \text{const} = CU_2 \quad (2)$$

(собственный начальный заряд датчика отсутствует, поэтому постоянная интегрирования равна нулю); б) характерное время t_* много больше постоянной времени RC , тогда

$$U_2 = RI = R \frac{dq_2}{dt}$$

или

$$q_2 = \int_0^t U_2 dt. \quad (3)$$

В [1,2] измерения проводились для обоих предельных случаев, причем для получения режима а использовался усилитель заряда. В [3] измерения проведены для режима б, что требовало интегрирования выходного сигнала. Для перехода к а авторы [3] в работе [4] увеличили RC с помощью увеличения емкости C до 7100 пФ, что в свою очередь уменьшает

выходной сигнал U_2 и, следовательно, снижает чувствительность датчика. В [5,6] и настоящей работе используется операционный усилитель с глубокой обратной связью (рис. 1,2), что позволяет определять q_2 по (2) при $C = 100$ пФ.

При калибровке датчика в [4] предполагалось, что все силовые линии электрического поля, создаваемого заряженной моделью, замыкаются на датчике. В этом случае заряд на датчике равен заряду на модели. В общем случае линии смещения распределяются между несколькими проводниками, образующими сложный конденсатор: моделью, носителями заряда в следе за ней, датчиком и стенкой баротрассы. В этом случае заряды q_i и потенциалы U_i проводников не могут быть заданы одновременно произвольным образом, между ними существует определенная связь [9]

$$q_i = \sum C_{ij} U_j, \quad (4)$$

где коэффициенты емкости C_{ii} и коэффициенты электростатической индукции C_{ij} ($i \neq j$) зависят от формы и расположения проводников.

В случае трех проводников, один из которых заземлен, в правой части (4) остаются два члена

$$\begin{aligned} q_1 &= C_{11} U_1 + C_{12} U_2, \\ q_2 &= C_{21} U_1 + C_{22} U_2, \end{aligned} \quad (5)$$

где U_i — потенциал относительно земли, $C_{21} = C_{12} < 0$.

Обратные выражения для потенциалов через заряды

$$\begin{aligned} U_1 &= \beta_{11} q_1 + \beta_{12} q_2, \\ U_2 &= \beta_{21} q_1 + \beta_{22} q_2, \end{aligned} \quad (6)$$

где коэффициенты β_{ij} составляют матрицу, обратную матрице $\|C_{ij}\|$, при этом $\beta_{12} = \beta_{21} > 0$.

В случае двух проводников с емкостями C_1 и C_2 , помещенных на расстоянии z друг от друга, большом по сравнению с их собственными размерами, коэффициенты в (5), (6) имеют вид [9]

$$\beta_{11} = 1/C_1, \quad \beta_{12} = \beta_{21} = 1/Z, \quad \beta_{22} = 1/C_2,$$

$$C_{11} = C_1 \left(1 + \frac{C_1 C_2}{Z^2} \right), \quad C_{12} = C_{21} = -C_1 C_2 / Z, \quad C_{22} = C_2 \left(1 + \frac{C_1 C_2}{Z^2} \right). \quad (7)$$

Подставляя (2), (7) в (6), получим

$$\begin{aligned} U_2 &= \frac{\beta_{12} U_1}{\beta_{11}(1 - \beta_{22} C) + \beta_{12}^2 C} = \frac{C_1 U_1}{Z(1 - C/C_2) + C C_1 / Z}, \\ q_1 &= \frac{U_2(1 - \beta_{22} C)}{\beta_{12}} = Z U_2(1 - C/C_2), \end{aligned} \quad (8)$$

где $Z = 4\pi\epsilon_0 z$, ϵ_0 — электрическая постоянная.

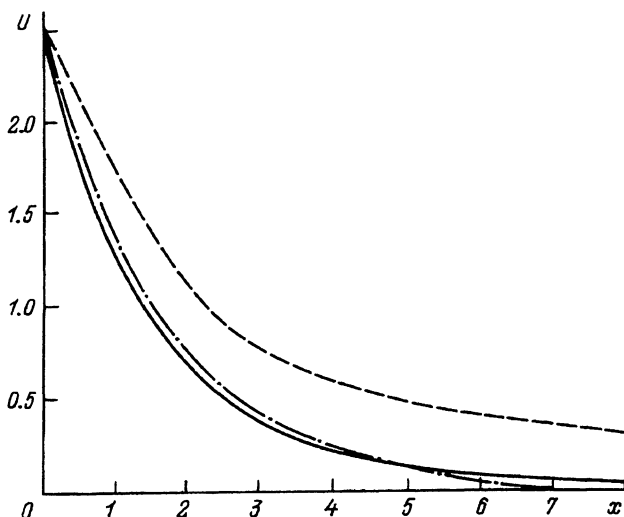


Рис. 2.

Таким образом, в случае двух тел напряжение на датчике U_2 соответствует потенциалу точечного заряда q_1 , умноженному на коэффициент $(1 - C/C_2)^{-1}$, определяемый емкостями датчика и измерительной цепи.

Для исследования влияния стенок заземленной баротрассы рассмотрим точное решение для потенциала электростатического поля точечного заряда, расположенного на оси проводящего цилиндра [10]. Пусть R_0 — радиус баротрассы, R_k — радиус кольцевого датчика, Q_0 — характерное значение заряда. Введем безразмерные переменные $r_0 R_k = R_0$; $x R_k$, $r R_k$ — цилиндрические координаты с началом в центре датчика; $q Q_0$ — заряд; $U U_0$ — потенциал, $U_0 = Q_0 / 2\pi R_0 \epsilon_0$.

В случае, когда заряд Q_0 находится в начале координат, решение [10] имеет вид

$$U(x, r) = q \sum_{n=1}^{n=\infty} \exp(-a_n |x/r_0|) \frac{J_0(a_n r/r_0)}{a_n [J_1(a_n)]^2}, \quad x \neq 0, \quad (9)$$

где J_0 , J_1 — функция Бесселя, a_n удовлетворяют условию $J_0(a_n) = 0$, $n = 1, \dots, \infty$.

При больших r_0 распределение (9) близко к распределению потенциала точечного заряда в пустоте

$$U_\infty(x, r) = q r_0 / 2 \sqrt{x^2 + r^2}. \quad (10)$$

В условиях аэробаллистических экспериментов, когда радиус баротрассы $R_0 = 150$ мм [3,4,7] — 250 мм [5,6], а радиус датчика в этих работах $R_k = 50$ мм (т.е. $r_0 = 5$ и 3 соответственно), влияние заземленной поверхности баротрассы существенно. На рис. 2 для $r_0 = 5$ приведено продольное распределение потенциала точечного заряда $q = 1$ при $r = 1$. Из сравнения зависимостей (9) (сплошная кривая) и (10) (штриховая кривая) на этом рисунке видно, что различия могут превышать 100%. Из анализа точного решения для точечного заряда показано, что при уменьшении

r_0 (т.е. отношения радиуса трассы к радиусу датчика) уменьшаются абсолютное значение потенциала и пространственное разрешение датчика. Это подтверждается и проведенными измерениями.

Калибровка кольцевого датчика ($R_k = 50$ мм), изготовленного из металлической трубки радиуса $R_{\text{тр}} = 2$ мм, в настоящей работе проводилась с помощью металлического шарика диаметром $d = 4.8$ мм, на который по экранированному кабелю подавался прямоугольный импульс напряжения U_1 с генератора Г5-30. Для получения калибровочной кривой датчика шарик перемещался в баротрассе вдоль траектории полета модели. Расчетная емкость шарика C_1 и кольца C_2 равны [9]

$$C_1 = 2\pi\epsilon_0 d = 0.267 \text{ пФ},$$

$$C_2 = \pi R_k / \ln(8R_k/R_{\text{тр}}) = 3.3 \text{ пФ}. \quad (11)$$

Подставляя в (8) числовые значения (11) и $z = R_k$ (шарик в центре кольца) и учитывая (10), получим

$$U_2 = -1.69 \cdot 10^{-3} U_1,$$

$$U_2 = q_1/2r_0(1 - C/C_2) = U_\infty(0, r = 1) / (1 - C/C_2). \quad (12)$$

Отличие измеренных значений от зависимости (12) составляло не более 2–3%. Зависимость напряжения на датчике от расстояния x до точечного заряда с учетом (8) и (9) имеет вид

$$U_2(x) = U(x, r = 1) / (1 - C/C_2). \quad (13)$$

Приведенное на рис. 2 сравнение измеренной зависимости $(1 - C/C_2)U_2(x)$ (штрихпунктир) с (9) (сплошная кривая) показывает, что результаты измерений соответствуют (13). В [4] приведена нормированная калибровочная кривая, полученная опытным путем (сигнал от датчика при пролете модели с небольшой скоростью, принимавшийся за сигнал от точечного заряда (неизвестного), поэтому отнесенный к значению в максимуме), а в [7] — калибровочные кривые для открытого и экранированного кольцевых датчиков, полученные, как в [5,6], и в данной работе с помощью заряженной сферы. Отсутствие в [7] значений C , C_1 , C_2 не позволяет сравнить абсолютные значения, но проведенные расчеты при $r_0 = 3$ показывают, что нормированные калибровочные кривые [4,7] также соответствуют зависимости (13).

Таким образом, для кольцевого датчика электростатических зарядов получены подтвержденные измерениями аналитические зависимости выходного напряжения от величины и положения электрического заряда. Это позволяет получать не только качественную, но и количественную информацию о распределении заряда около модели, а также проводить корректные сравнения с экспериментальными результатами, полученными в иных условиях на других установках.

В первом разделе получена аналитическая зависимость выходного напряжения U_2 электростатического кольцевого датчика от величины q_1 и координаты x точечного заряда

$$U_2 = q_1 K(x) / (1 - C/C_2),$$

$$K(x) = U(x, r = 1) = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{\exp(-a_n x/r_0) J_0(a_n/r_0)}{a_n [J_1(a_n)]^2}. \quad (14)$$

Ряд в (14) быстро сходится, и достаточно брать несколько первых членов (в дальнейшем бралось 5).

При движении точечного заряда вдоль оси трассы со скоростью V_∞ координата x зависит от времени $x = V_\infty(t - t_0)/R_k = (t - t_0)/t_k = \tau$, где t_0 — время пролета модели через центр датчика, $t_k = R_k/V_\infty$ — характерное время. В этом случае зависимость сигнала от времени соответствует (14) при $x = \tau$ и величина заряда определяется по значению U_2 в одной точке, например в максимуме,

$$q_1 = U_2(0)(1 - C/C_2)/K(0).$$

Если заряд распределен в следе за моделью, движущейся со скоростью V_∞ , с плотностью $Q_0 \lambda(s)/(1 - C/C_2)$, где $R_k s$ — координата вдоль оси, направленной против движения с началом в центре модели, то из принципа суперпозиции электростатических полей получим интегральное уравнение

$$U(\tau) = \begin{cases} \int_0^{\tau+x_k} K(\tau-s)\lambda(s)ds, & \tau \leq x_k, \\ \int_{\tau-x_k}^{\tau+x_k} K(\tau-s)\lambda(s)ds, & \tau_1 \leq \tau \leq \tau_2, \\ \int_{\tau-x_k}^{\tau+x_k} K(\tau-s)\lambda(s)ds, & \tau > x_k, \end{cases} \quad (15)$$

где x_k — пространственное разрешение датчика, $\tau_1 = -x_k$ соответствует началу сигнала, τ_2 — окончанию сигнала.

Считая, что ядро уравнения (15) соответствует (14) при $|\tau - s| < x_k$ и равно нулю при $|\tau - s| > x_k$, запишем (15) в виде

$$U_2(\tau) = \int_0^{\tau_2-\tau_1} K(\tau-s)\lambda(s)ds, \quad \tau_1 \leq \tau \leq \tau_2. \quad (16)$$

Таким образом, задача сводится к уравнению Фредгольма 1-го рода (16). Для определения распределения заряда в следе за моделью необходимо решать неустойчивую по отношению к погрешностям измерений (правой части (16)) некорректно поставленную задачу. Этой сложной проблеме посвящена обширная литература (см., например, [11]), существует ряд методов и алгоритмов расчета. Часто эти методы исполь-

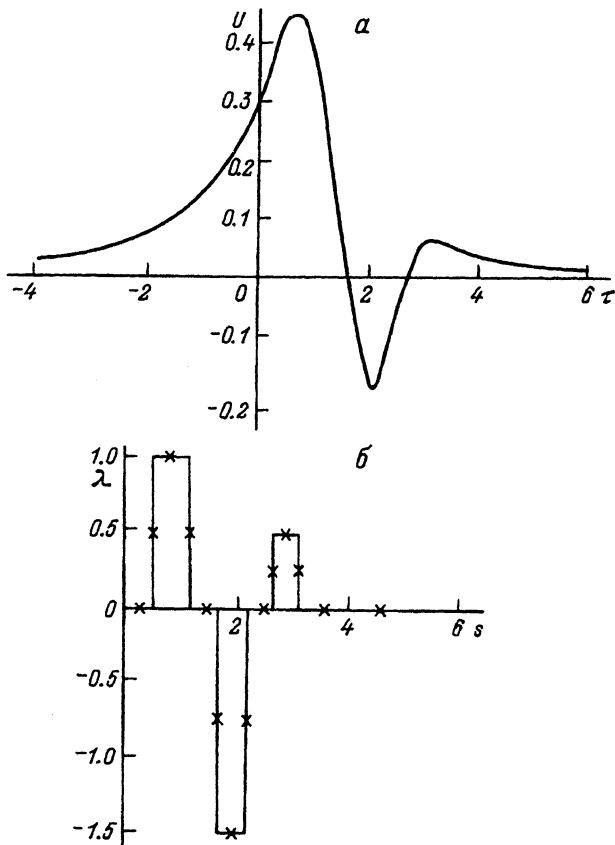


Рис. 3.

зуют априорно известную информацию о свойствах искомого решения (монотонности, выпуклости, неотрицательности, периодичности и т.д.), которая в данном случае отсутствует.

В настоящей работе использовался наиболее общий вариант метода регуляризации А.Н.Тихонова. Приведенная в [12] программа решения интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода с преобразованием уравнений Эйлера к трехдиагональному виду адаптирована для IBM PC AT и дополнена программой обработки записываемых цифровыми осциллографами С9-8 результатов измерений. Для проверки работоспособности программы проведена серия тестовых расчетов. В этих расчетах в качестве правой части (16) использовался результат интегрирования заданной точной зависимости $\lambda(s)$. Полученное затем приближенное решение сравнивалось с точным. Некоторые результаты тестовых расчетов приведены на рис. 3, 4. На этих рисунках показан сигнал (а) и сравнение соответствующих этому сигналу точного и приближенного решений (б). Из рисунков видно, что применение данной методики позволяет получать существенно больше информации о количестве и расположении носителей зарядов, а также их величине и полярности. Например, на рис. 4 $\lambda(s)$ восемь раз меняет знак, а соответствующий сигнал — только один.

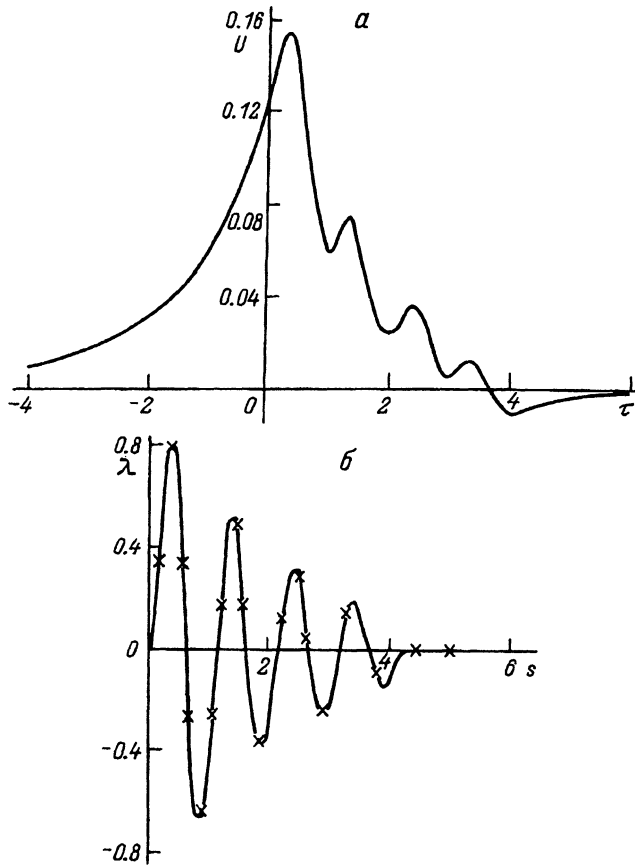


Рис. 4.

Из тестовых расчетов следует, что для получения разрешающей способности Δs необходимо выполнение условия $\Delta\tau/\Delta s = 0(1)$. Выводы работ [3-7], сделанные без такой обработки полученных осциллограмм, носят в основном качественный характер, показывая существование электрического заряда на модели и в следе за ней и его зависимость от различных факторов. В частности, обнаружение в [7] "зарядового предвестника, движущегося перед головной ударной волной", нельзя считать доказанным без его локализации с помощью данной методики. Появление сигнала раньше прихода модели в зону измерения может быть связано с движущимся не перед ней, а за ней зарядом, большим по величине.

Разработанная методика измерения электростатического заряда около модели и в следе за ней позволяет корректно спланировать аэробаллистический эксперимент и получить в результате обработки проведенных измерений достоверную информацию о количестве и распределении носителей зарядов в следе, величине и изменении заряда как на самой модели, так и в следе за ней. Эта информация необходима для создания адекватной физической модели явления.

На основе точного аналитического решения проведен анализ влияния стенок аэробаллистической трассы на измерения электрических зарядов и получена подтвержденная измерениями кривая чувствительности кольцевого датчика. Показано, что распределение заряда на модели и в следе за ней является решением уравнения Фредгольма 1-го рода, ядро которого определяется кривой чувствительности датчика, а правая часть — зависимостью выходного напряжения от времени. Для ПЭВМ IBM PC XT/AT, обрабатывающей показания цифрового запоминающего осциллографа С9-8, адаптирована программа решения уравнения Фредгольма 1-го рода методом А.Н.Тихонова. Проведена серия тестовых расчетов, показавших существенное повышение информативности и точности измерений при использовании данной методики.

Список литературы

- [1] *Ter Haseborg J.L., Trinks H.* // IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems. 1980. Vol. AES-16. N 2. P. 227-231.
- [2] *Ter Haseborg J.L., Trinks H.* // IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems. 1980. Vol. AES-16. N 6. P. 750-753.
- [3] *Кронберг Е.Р., Мишин Г.И., Серов Ю.Л., Явор И.П.* // ЖТФ. 1982. Т. 52. Вып. 5: С. 942-944.
- [4] *Арсеньев В.В., Мишин Г.И., Серов Ю.Л., Явор И.П.* // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 6. С. 122-126.
- [5] *Баулин Н.Н., Илюгин Н.Н., Тихомиров С.Г.* // Тез. V Всесоюз. школы-семинара "Современные проблемы механики жидкости и газа". Иркутск, 1990. С. 43-44.
- [6] *Баулин Н.Н., Пилюгин Н.Н., Тихомиров С.Г.* // Тез. XXI Всесоюз. метеоритной конф. М., 1990. С. 22-23.
- [7] *Серов Ю.Л., Явор И.П.* // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 9. С. 9-14.
- [8] *Жутовичский Д.И., Храпак А.Г., Якубов И.Т.* // Химия плазмы. Вып. 11 / Под ред. Б.М.Смирнова. М.: Энергоатомиздат, 1984. С. 130-170.
- [9] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М., 1957. 532 с.
- [10] *Пановский В., Филипс М.* Классическая электродинамика. М., 1963. 432 с.
- [11] *Воскобойников Ю.Е., Преображенский Н.Г., Седельников А.И.* Математическая обработка эксперимента в молекулярной газодинамике. Новосибирск: Наука, 1984. 238 с.
- [12] *Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г.* Численные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1990. 230 с.

Московский университет им.М.В.Ломоносова
 Научно-исследовательский институт механики

Поступило в Редакцию
 21 февраля 1992 г.
 В окончательной редакции
 15 июня 1992 г.