Список литературы

[1] *Foreman J.E., Makin M.J.* // Phil. Mag. 1966. Vol. 14. P. 911–924.
[2] *Кирсанов В.В., Тюпкина О.Г.* // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 3. С. 518–523.
[3] *Белан В.И., Ландау А.И.* // Металлофизика. 1986. Т. 8. № 2. С. 103–108.
[4] *Зайцев С.И., Надгорный Э.М.* // ФТТ. 1973. Т. 15. Вып. 9. С. 2669–2675.
[5] *Kirsanov V.V., Pyatiletov Yu.S., Tyupkina O.G.* // Phys. Stat. Sol. (a). 1981. Vol. 64. P. 735–740.
[6] *Ibragimov Sh.Sh., Kamshilin D.V., Pyatiletov Yu.S., Tyupkina O.G.* // J. Nucl. Mat. 1989. Vol. 161. P. 102–107.
[7] *Кирсанов В.В., Тюпкина О.Г.* // ФММ. 1989. Т. 67. № 2. С. 233–239.
[8] *Altintas S., Morris Jr. J.W.* // Acta Met. 1986. Vol. 34. N 5. P. 801–816.
[9] *Смирнов Б.И.* Дислокационная структура и упрочнение кристаллов. Л.: Наука, 1981. 235 с.
[10] *Тюпкина О.Г., Камшилин Д.В.* Препринт ИЯФ. № 2-90. Алма-Ата, 1990. 24 с.
[11] *Тюпкина О.Г.* // Письма в ЖТФ. 1991. Т. 17. Вып. 1. С. 68–72.
[12] *Дж.Хирт, И.Лоте.* Теория дислокаций. М.: Атомиздат, 1972. 600 с.
[13] *Владимиров В.И.*Физическая природа разрушения металлов. М.: Металлургия, 1984. 280 с.
[14] *Bason D.J., Kocks U.F., Scattergood R.O.* // Phil. Mag. 1973. Vol. 28. N 6. P. 1271.
[15] *Белан В.И., Ландау А.И., Улановский А.М.* Препринт ФТИНТ. № 1-89. Харьков, 1989. 24 с.

Институт ядерной физики
Алма-Ата

Поступило в Редакцию
15 декабря 1991 г.
В окончательной редакции
27 июля 1992 г.

06

НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПОПЕРЕЧНЫХ МОД В ПОЛУПРОВОДНИКОВОМ ИНТЕРФЕРОМЕТРЕ ФАБРИ–ПЕРО

Ю.И.Балкарей, М.Г.Евтихов, А.С.Коган

Теоретически исследуется стабильность поперечных флуктуаций в полупроводниковом интерферометре Фабри–Перо с концентрационным механизмом оптической нелинейности. При учете пространственно-временно́й динамики среды найдены условия возникновения неустойчивостей относительно статических расслоений и возбуждения поперечных волн огибающей поля и концентрации. Численно промоделированы некоторые нелинейные структуры, формирующиеся при развитии неустойчивостей.

Введение

В работе [1] в широкоапертурном интерферометре Фабри–Перо с безынерционной нелинейной средой предсказана неустойчивость относительно поперечного пространственного расслоения поля типа мелкомасштабной самофокусировки, аналогичная хорошо известной неустойчивости Тьюринга в химической кинетике [2]. Характерной особенностью неустойчивости, рассмотренной в [1], является возникновение при изменении параметров, в частности внешней накачки, апериодически нарастающей по амплитуде неподвижной квазигармонической по пространству структуры огибающей поля. Модель, которая использовалась в [1], описывает усредненные по оптической частоте ω_0 и оптической длине волны λ_0 поля одной продольной моды интерферометра и примыкающей к ней близкой группы поперечных мод, среди которых могут оказаться неустойчивые.

Цель данной работы — исследование устойчивости поперечных мод интерферометра в рамках аналогичной модели при учете динамических свойств среды. Речь идет о полупроводниковом интерферометре Фабри–Перо, в котором оптическая нелинейность определяется концентрацией возбужденных светом электронов (дырок) и учитывается время жизни частиц, а также их диффузия. Усложнение модели приводит при исследовании устойчивости однородного стационарного состояния интерферометра к более сложному по сравнению с [1] дисперсионному уравнению для поперечных флуктуаций. Его анализ позволяет предсказать осцилляторные переходные процессы формирования структур, а также существование установившихся структур с амплитудой, осциллирующей во времени. Характерные частоты осцилляций определяются параметрами среды и резонатора. Рассматриваются также особенности отклика интерферометра на локальное возмущение, когда интерферометр находится вблизи порога неустойчивости относительно расслоения.

Модель

Модель полупроводникового интерферометра с апертурой, протяженной вдоль поперечной оси x, имеет вид

$$i\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{1}{2}i\gamma E - (\Delta - \varkappa N)E + \frac{c}{2k_0}\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \nu F, \tag{1}$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -\frac{N}{\tau} + \alpha|E|^2 + D\frac{\partial^2 N}{\partial x^2}. \tag{2}$$

Здесь E — поле внутри интерферометра, усредненное по оптической частоте и длине волны. Если отбросить член с $\partial^2 E/\partial x^2$, то уравнение (1) описывает одну продольную моду резонатора вдоль оси z. Величина γ характеризует затухание в резонаторе; Δ — расстройка, разность частот внешней накачки и собственной частоты моды ω_0; член $\varkappa N$ (для определенности считаем, что $\varkappa > 0$) характеризует сдвиг частоты ω_0 за счет изменения показателя преломления полупроводника при накачке свободных носителей заряда с концентрацией N; член $(c/(2k_0))(\partial^2 E/\partial x^2)$ в параболическом уравнении учитывает дифракционные эффекты при возникновении неоднородности в поперечном направлении; c — скорость света в полупроводнике; $k_0 = 2\pi\lambda_0^{-1}$ — волновое число продольной моды; член νF учитывает внешнюю накачку; $\nu = c(2d)^{-1}$, где d — размер интерферометра в продольном направлении; τ — время жизни квазичастиц; α — коэффициент поглощения (в обратных секундах); D — коэффициент амбиполярной диффузии. Поле E нормировано так, что $|E|^2$ дает плотность фотонов.

Уравнением (1) можно пользоваться, если расстояние между продольными модами $\Delta\omega = 2\pi c d^{-1} \gg \gamma \sim \Delta$, для описания процессов с временны́ми масштабами $\Delta t \gtrsim \gamma^{-1} \sim \Delta^{-1} \gg \omega_0^{-1}$ и пространственными масштабами $\Delta x \gtrsim L_E \gg \lambda_0$, где $L_E = (c/k_0\gamma)^{1/2}$ — характерная дифракционная длина. Соответствующая диффузионная длина $L_N = (D\tau)^{1/2}$ может быть как меньше, так и больше L_E в зависимости от выбора материала интерферометра и параметров резонатора.

Неустойчивости поперечных мод

Однородные стационарные состояния интерферометра определяются уравнениями

$$|E_c|^2 = \frac{\nu F}{(\gamma/2)^2 + (\Delta - \varkappa N_c)^2} \tag{3}$$

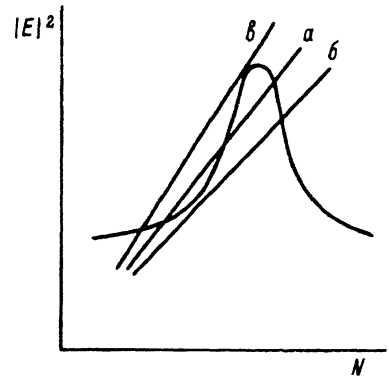

Рис. 1. Качественно различные ситуации, возникающие при решении уравнения (3), (4).

$$N_c = \alpha\tau|E_c|^2, \tag{4}$$

следующими из (1), (2).

На рис. 1,*а–в* качественно показаны различные случаи, которые встречаются при графическом решении уравнений (3), (4) в зависимости от выбора параметров. В эксперименте легче всего изменять параметры F и Δ. Триггерная ситуация (рис. 1, *а*) не реализуется ни при каких F, если $\Delta < (\sqrt{3}/2)\gamma$.

Линеаризуем систему (1), (2) вблизи какого-нибудь стационарного состояния $(E_c,\ N_c)$, полагая

$$E = E_c + \tilde{E} \equiv (\varphi_c + i\psi_c) + (\varphi + i\psi),$$
$$N = N_c + \tilde{N}. \tag{5}$$

Для малых флуктуаций φ, ψ, $\tilde{N}$ получаем уравнения

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = -\frac{1}{2}\gamma\varphi - (\varkappa N_c - \Delta)\psi - \varkappa\psi_c\tilde{N} - \frac{c}{2k_0}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2},$$
$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{1}{2}\gamma\psi + (\varkappa N_c - \Delta)\varphi + \varkappa\varphi_c\tilde{N} + \frac{c}{2k_0}\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2},$$
$$\frac{\partial\tilde{N}}{\partial t} = -\frac{\tilde{N}}{\tau} + 2\alpha\varphi_c\varphi + 2\alpha\psi_c\psi + D\frac{\partial^2\tilde{N}}{\partial x^2}. \tag{6}$$

Выбирая φ, ψ, $\tilde{N}$ в виде, пропорциональном $\exp(\omega t + ikx)$, находим дисперсионное уравнение

$$\omega^3 + \omega^2[\gamma + \tau^{-1}(1 + L_N^2k^2)] + \omega\left[\frac{1}{4}\gamma^2 + \gamma\tau^{-1}(1 + L_N^2k^2) + \right.$$
$$\left. +(\alpha\tau\varkappa|E_c|^2 - \Delta - \frac{1}{2}\gamma L_E^2k^2)^2\right] + \tau^{-1}\left[\frac{1}{4}\gamma^2(1 + L_N^2k^2) + \right.$$
$$+2\alpha\tau\varkappa|E_c|^2(\alpha\tau\varkappa|E_c|^2 - \Delta - \frac{1}{2}\gamma L_E^2k^2) +$$

$$+(\alpha\tau\varkappa|E_c|^2-\Delta-\frac{1}{2}\gamma L_E^2k^2)^2(1+L_N^2k^2)\Big]=0. \qquad (7)$$

Уравнение (7) определяет комплексные частоты $\omega=\omega'+\omega''$. Оно имеет одну действительную ветвь решений $\omega_1=\omega_1'(k)$ и две комплексно-сопряженные волновые ветви $\omega_2=\omega_2'(k)\pm i\omega_2''(k)$. Качественно различающиеся виды этих ветвей флуктуаций при разном выборе параметров представлены на рис. 2 для стационарных состояний, расположенных правее максимума на рис. 1. Конкретные соотношения параметров указаны в подписях к рисункам. На графиках $\omega_{1,2}'(k)$ кривые $\omega_1'(k)$ показаны сплошной линией, а кривые $\omega_2'(k)$ — штриховой. Подчеркнем, что $\mathbf{k}$ является поперечным волновым вектором и решения в силу выбора модели имеют смысл при $k\ll k_0$, где k_0 — волновое число продольной моды.

Ситуация, представленная на рис. 2,*а*, характерна для неустойчивости Тьюринговского типа и аналогична рассмотренной в [1]. Имеется набор параметров, при котором кривая $\omega_1'(k)$ своим максимумом ($k=k_{\text{M}1}$) касается оси абсцисс или слегка заходит в область, где $\omega_1'(k_{\text{M}1})>0$. Такой вид кривой $\omega_1'(k)$ отвечает неустойчивости относительно нарастания флуктуаций с $k\sim k_{\text{M}1}$. При этом комплексно-сопряженные ветви $\omega_2(k)$ являются затухающими. Неустойчивые флуктуации нарастают экспоненциально в виде гармонической в пространстве структуры, которая должна стабилизироваться нелинейными процессами. С усилением неравенства $\omega_1'(k)>0$ при изменении параметров интервал неустойчивых волновых чисел $k_{(1)}$–$k_{(2)}$ растет и структура становится сперва квазигармонической, а затем должна приобретать вид периодически расположенных пространственных пичков, отвечающих формированию самофокусировочных нитей.

На рис. 2,*б* представлена ситуация, когда ветвь $\omega_k'(k)$ имеет интервал неустойчивости $k_{(1)}$–$k_{(2)}$, а ветвь $\omega_2(k)$ при некоторых $k\simeq k_{\text{M}2}$ имеет слабое затухание $\omega_2'(k)\to 0$, причем $\omega_2''(k)\neq 0$. В этом случае при формировании структуры из какого-нибудь неоднородного начального условия на фоне растущей структуры могут существовать слабо затухающие волновые движения. Когда же $\omega_1'(k_{\text{M}1})>0$ и $\omega_2'(k_{\text{M}2})>0$ (рис. 2,*в*), то возможно сосуществование расслоения и волн в установившемся режиме. В ситуации, представленной на рис. 2,*г*, неустойчивыми оказываются и волновые числа $k\to 0$ ($\omega_2'(0)>0$), т.е. возможно сосуществование однородных колебаний, волн и расслоения.

В триггерном случае (рис. 1, *а*) нижнее по $|E|^2$ состояние всегда устойчиво. Такое же утверждение относится к моностационарным случаям, когда точка (E_c, N_c) расположена левее максимума на рис. 1.

Существенную роль в поведении рассматриваемой системы играет параметр $\beta=(L_N/L_E)^2$. На рис. 3,*а–в* показано изменение кривых $\omega_1'(k)$ и $\omega_2'(k)$ с ростом этого параметра. Ширина области неустойчивости $k_{(1)}$–$k_{(2)}$, а также величина $\omega_1'(k_{\text{M}1})$ в этой области уменьшаются, причем точка $k_{(1)}$ практически неподвижна. Далее с ростом параметра β после серии бифуркаций возникает ситуация, показанная на рис. 3,*в*. Здесь имеется область волновых чисел, в которой дисперсионное уравнение (7) обладает тремя действительными решениями. Таким образом, диффузия

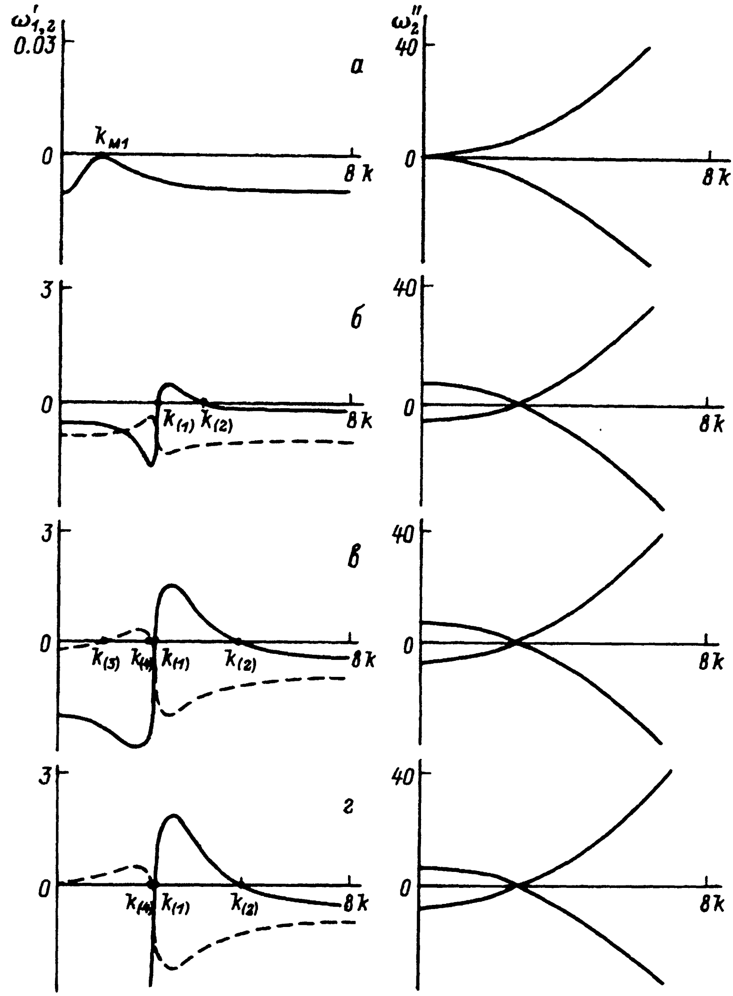

Рис. 2. Характерный вид решений дисперсионного уравнения (7) при различном выборе параметров.

а — $\Delta = -\gamma$, $\delta \equiv \nu F/\gamma((\alpha\tau\varkappa)/\gamma)^{1/2} = 7.64$, $L_N = 0.22 L_E$, $\tau = 200\gamma^{-1}$; *б* — $\Delta = -1/2\gamma$, $\delta = 56.5$, $L_N = 1.9\cdot 10^{-2} L_E$, $\tau = 14\gamma^{-1}$; *в* — $\Delta = -1/2\gamma$, $\delta = 56.5$, $L_N = 8.6\cdot 10^{-3} L_E$, $\tau = 3\gamma^{-1}$; *г* — $\Delta = 1/2\gamma$; $\delta = 56.5$; $L_N = 7\cdot 10^{-3} L_E$, $\tau = 2\gamma^{-1}$. Здесь и далее ω измеряется в единицах $1/2\gamma$, k — в единицах $\sqrt{2} L_E^{-1}$.

существенно влияет на характеристики самофокусировочной неустойчивости.

В ограниченной по x системе поперечные волновые числа k становятся дискретными. Обычно граничные условия в рассматриваемой задаче о поперечных модах для огибающих оптического поля E и концентрации N выбираются в виде нулевых производных на границах апертуры [1], а возбуждения ищутся в виде разложения по $\cos(k_n x)$, где $k_n = (\pi n)/\mathcal{L}$ $(n = 0, 1, 2, \ldots)$, $\mathcal{L}$ — размер системы по оси x. Решения с $n = 0$ удовлетворяют граничным условиям и существуют при любых $\mathcal{L}$. Если в область

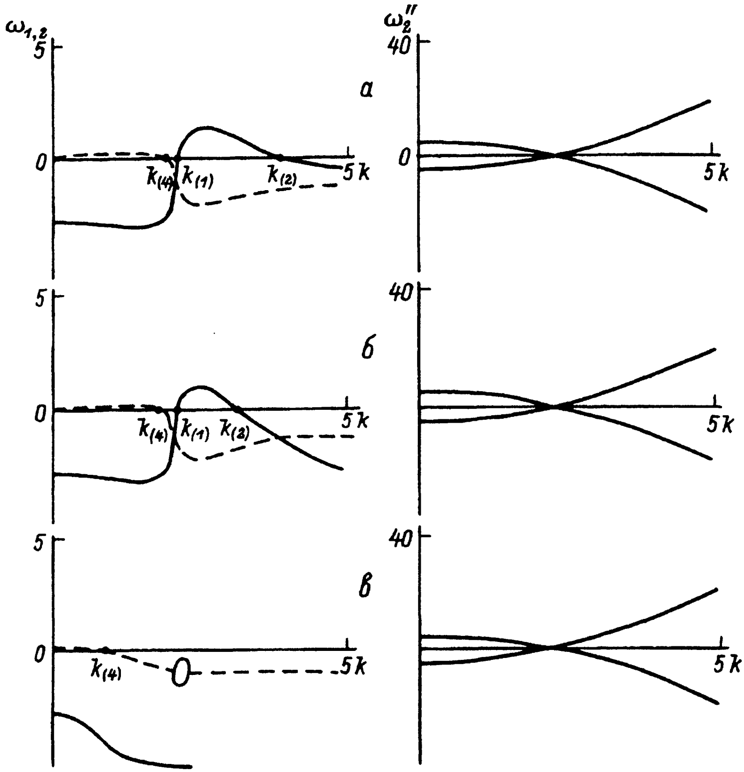

Рис. 3. Характерный вид решений дисперсионного уравнения (7) при разных значениях параметров $\beta = (L_N/L_E)^2$.

β: *а* — 0, *б* — $5 \cdot 10^{-2}$, *в* — 1; $\Delta = -1/2\gamma$, $\delta = 28$, $\tau = 2\gamma^{-1}$.

неустойчивости на рис. 2,*а* не попадает ни одно из волновых чисел k_n, то расслоение не возникает. При одних и тех же параметрах с ростом апертуры возможны перестройки структуры при изменении числа мод k_n, входящих в область неустойчивости $k_{(1)}$–$k_{(2)}$, смена режима статического расслоения на расслоение с колебаниями или просто колебательные режимы, когда в область $k_{(1)}$–$k_{(2)}$ не попадает ни одно из k_n, а в область $k_{(3)}$–$k_{(4)}$ какие-то k_n попадают. Такие же перестройки режимов должны происходить и при изменении других параметров, например Δ и F, при фиксированном значении $\mathcal{L}$.

На рис. 4 приведен результат расчета нелинейной ситуации, когда линейный анализ показывает, что возбуждается однородная колебательная мода с $\omega_2'(0) > 0$, $\omega_2''(0) \neq 0$ и одна неоднородная неколебательная мода с $k = k_1$ $(k_{(1)} < k_1 < k_{(2)})$ и $\omega_1'(k_1) > 0$. Решение в виде

$$E = E_0(t) + E_1(t)\cos(k_1 x); \qquad N = N_0(t) + N_1(t)\cos(k_1 x) \tag{8}$$

подставляется в уравнения (1), (2) и находятся уравнения для $E_0(t)$, $E_1(t)$, $N_0(t)$, $N_1(t)$, которые затем решаются численно. Возникающие вследствие нелинейности исходных уравнений высшие пространственные гар-

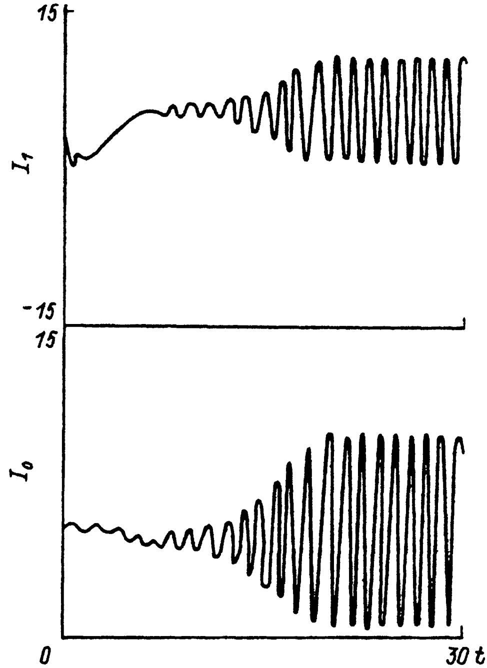

Рис. 4. Временны́е зависимости интенсивностей I_0 однородной ($k = 0$) и I_1 неоднородной ($k_{(1)} < k_1 < k_{(2)}$) мод в условиях, когда обе моды в линейном приближении неустойчивы.
$\Delta = -0.6\gamma$, $\delta = 28$, $L_N = 7 \cdot 10^{-2} L_E$, $\tau = 2\gamma^{-1}$, $L = 0.7 L_E$; I_0 и I_1 измеряются в единицах $1/2\gamma(\alpha\tau\varkappa)^{-1}$, время — $2\gamma^{-1}$.

моники, волновые числа которых оказываются вне интервала неустойчивости, отбрасываются. На рис. 4 показаны интенсивности нулевой

$$I_0 = |E_0|^2 + \frac{1}{2}|E_1|^2$$

и первой

$$I_1 = E_0^* E_1 + E_0 E_1^*$$

пространственных гармоник, которые совершают незатухающие колебания вследствие колебательной неустойчивости моды с $k = 0$. Справедливость двухмодового расчета подтверждается прямым моделированием системы (1), (2).

На рис. 5 представлен результат прямого моделирования уравнений (1), (2) в случае, когда одно из k_n, а именно $k_2 = (2\pi)/\mathcal{L}$ попадает в интервал неустойчивости $k_{(1)}$–$k_{(2)}$. При этом волновое число $k_1 = \pi/\mathcal{L}$ попадает в область вблизи k_{M2}, но $\omega_2'(k_{M2}) < 0$, а также $\omega_2'(0) < 0$. Начально возмущение таково, что формируется стоячая волна с $k = k_1$, которая, однако, быстро затухает, и вместо нее формируется неподвижная концентрационно-полевая структура, отвечающая возбуждению моды с $k = k_2$.

На рис. 6 приведен вид структуры, формирующейся при накачке $F + \Delta F(x)$, где F — однородный фон, а $\Delta F(x)$ — дополнительный гауссов пучок, показанный штриховой кривой на рис. 6,*в*. Фоновая накачка отвечает устойчивой ситуации, но в области, где имеется гауссов пучок, реализуется неустойчивость относительно расслоения.

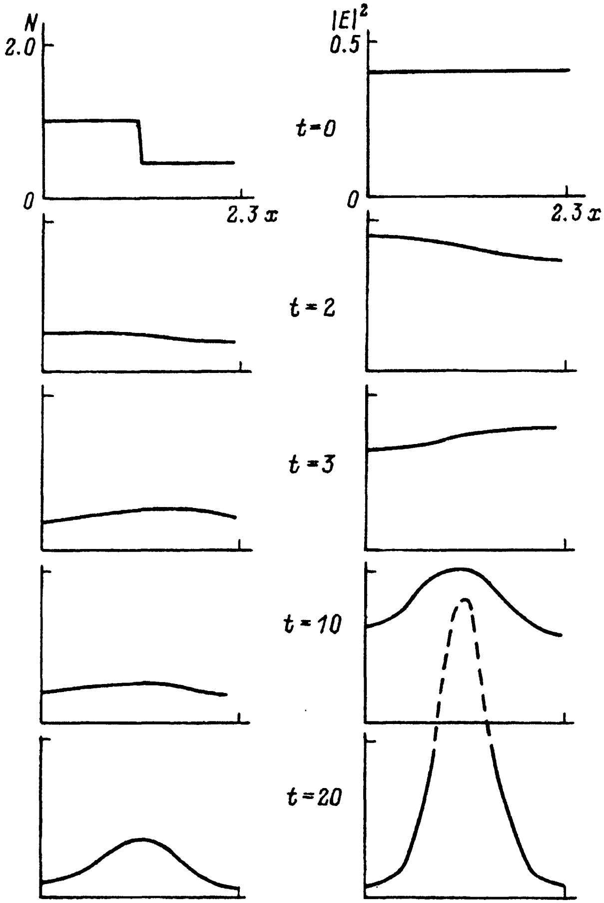

Рис. 5. Немонотонный процесс формирования стационарной структуры с $k_{(1)} < k_2 < k_{(2)}$.

Начальное возмущение сначала возбуждает затухающую стоячую волну с $k = k_1$, которая трансформируется в застывающую структуру; $\Delta = 0$, $\delta = 20$, $L_N = 1.5 \cdot 10^{-1} L_E$, $\tau = \gamma^{-1}$, $\mathcal{L} = 0.9 L_E$.

Возможность однородных автоколебаний интенсивности поля $|E|^2$ и концентрации N внутри интерферометра за счет неустойчивости при $k = 0$ предсказана в работе [3]. На пороге возникновения таких колебаний, когда $\omega_2'(0) = 0$, легко найти их частоту $\omega_2''(0)$, используя (7),

$$\omega_2''(0) = \left[\frac{1}{4}\gamma^2 + \gamma\tau^{-1} + (\alpha\tau\varkappa|E_c|^2 - \Delta)^2\right]^{1/2}. \tag{9}$$

Такие колебания возможны вокруг однородных стационарных состояний, расположенных правее максимума на рис. 1, если подсветка превышает критическую

$$F^2 > F_{\text{кр}}^2 = \nu^{-2}\gamma(\alpha\varkappa)^{-1}\left(\frac{1}{2}\gamma + \tau^{-1}\right)\left\{\frac{1}{4}\gamma^2 + \left[\gamma\tau\left(\frac{1}{2}\gamma + \tau^{-1}\right) - \Delta\right]^2\right\}. \tag{10}$$

Из (7) также легко определить поведение ветвей $\omega_1(k)$ и $\omega_2(k)$ при больших $k \gtrsim L_N^{-1}$, L_E^{-1}

$$\omega_1' \to -\tau^{-1} L_N^2 k^2, \tag{11}$$

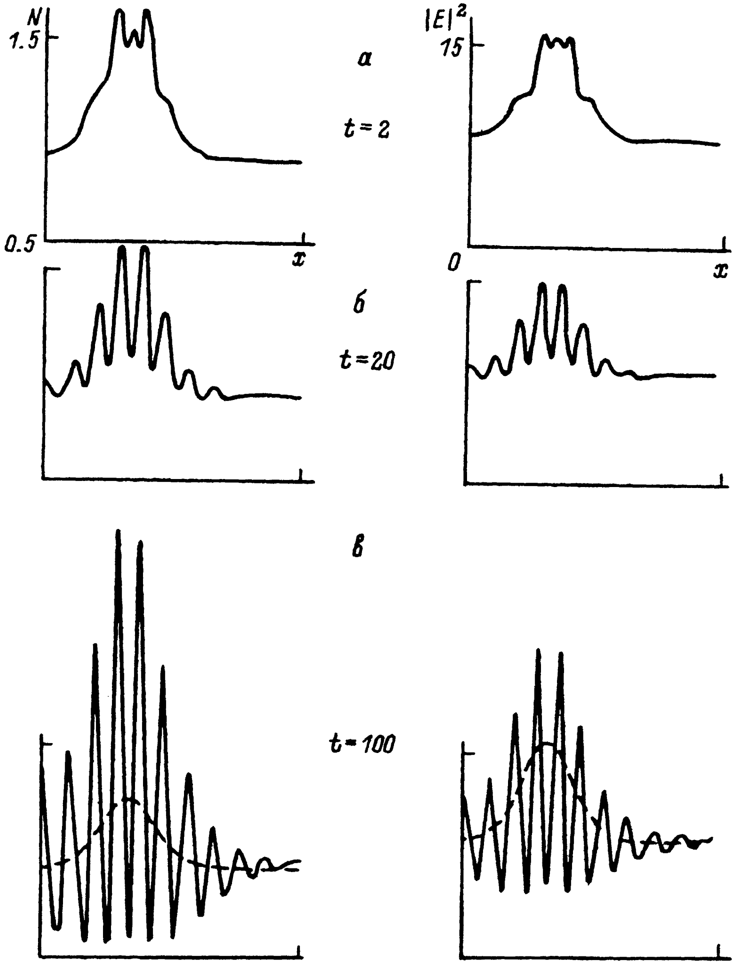

Рис. 6. Неоднородная структура в гауссовом пучке.

Подсветка выбрана в виде $F = F_0(1 + A\exp[-1/2((x - x_0)/\sigma)^2])$. Однородная часть F_0 отвечает ситуации устойчивой относительно расслоения. В области дополнительной подсветки в виде гауссового пучка интерферометр становится неустойчивым и формируется мелкомасштабное расслоение. $\Delta = 0$, $\delta = 3.68$, $L_N = 2.3 \cdot 10^{-2} L_E$, $\tau = 0.6\gamma^{-1}$, $\mathcal{L} = 32 L_E$, $x_0 = 10 L_E$, $\sigma = 3.5 L_E$, $A = 0.5$.

$$\omega_2 \to \frac{1}{2}\gamma(-1 \pm iL_E^2 k^2). \tag{12}$$

Приведем также выражения для интервалов неустойчивости $k_{(1)}$–$k_{(2)}$ и $k_{(3)}$–$k_{(4)}$, полученные в пределе $L_N \to 0$,

$$(\Delta k_{(1),(2)})^2 = \left(\frac{c}{2k_0}\right)^{-1} \left\{ \left[2(\alpha\tau\varkappa)|E_c|^2 - \Delta\right] \pm \left[(\alpha\tau\varkappa)^2 |E_c|^4 - \frac{1}{4}\gamma^2\right]^{1/2} \right\}, \tag{13}$$

$$(\Delta k_{(3),(4)})^2 = \left(\frac{c}{2k_0}\right)^{-1} \left\{2(\alpha\tau\varkappa)|E_c|^2[1-(\gamma\tau)^{-1}] - \Delta \pm 2(\gamma\tau)^{-1}\left[(\alpha\tau\varkappa)^2|E_c|^4 - \right.\right.$$

$$\left.\left. -\gamma^2\left(\frac{1}{2}\gamma\tau+1\right)^2\right]^{1/2}\right\}. \quad (14)$$

Заключение

Учет динамики среды при анализе свойств полупроводникового интерферометра Фабри–Перо показывает, что рассмотренная в [1] неустойчивость Тьюринговского типа относительно пространственного периодического расслоения поля типа мелкомасштабной самофокусировки сохраняется, но появляются новые эффекты. На фоне возникающего расслоения возможны однородные и неоднородные затухающие или нарастающие флуктуации поперечных мод колебательного и волнового типов. В нелинейном режиме рост флуктуаций указанных мод может приводить к сосуществованию статических расслоений, волн и однородных колебаний конечной амплитуды. Возможны также чисто волновые режимы. При фиксированных параметрах проявление неустойчивости существенно зависит от величины апертуры интерферометра. Ширина области неустойчивости относительно расслоения уменьшается с увеличением параметра L_N/L_E. Указанные эффекты могут иметь место как в бистабильном, так и в моностабильном однородных случаях. Рассмотренные неустойчивости могут оказывать существенное влияние на работу оптических устройств, использующих нелинейные полупроводниковые интерферометры.

Список литературы

[1] *Lugiato L.A., Lefever R.* // Phys. Rev. Lett. 1987. Vol. 58. N 21. P. 2209–2211.
[2] *Turing A.M.* // Proc. Roy. Soc. B. 1952. Vol. 237. N 1286. P. 37–71.
[3] *Goldstone J.A., Garmire E.M.* // IEEE J. Quant. Electron. 1981. Vol. QE-17. N 3. P. 366–374.

Институт радиотехники и электроники
Фрязинская часть

Поступило в Редакцию
17 июня 1991 г.