

05

©1993 г.

ВЛИЯНИЕ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ПРОЦЕССЫ РАЗРУШЕНИЯ СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО СОСТОЯНИЯ КОМБИНИРОВАННОГО ПРОВОДА

В.Р.Романовский

Исследована устойчивость сверхпроводящего состояния комбинированного провода к конечным температурным возмущениям при изменении индукции внешнего магнитного поля. Показана возможность полного отсутствия области стационарной стабильности у охлаждаемых магнитных систем. Изучены переходные процессы, происходящие в комбинированных сверхпроводниках при их необратимом переходе в нормальное состояние. Обнаружены состояния, при которых нормальная зона может стабильно существовать в однородном проводе.

Проблема обеспечения устойчивой работоспособности токонесущих элементов сверхпроводящих магнитных систем является одной из основных проблем технической сверхпроводимости. Ее решение основывается на исследовании процессов разрушения исходного сверхпроводящего состояния. Изучение этих процессов во всем диапазоне изменения магнитного поля вплоть до критического позволяет определять наиболее стабильные условия работы всей обмотки [1]. Исследованию основных особенностей процессов перехода в нормальное состояние сверхпроводящего провода при варьировании индукции магнитного поля посвящена настоящая работа.

Рассмотрим комбинированный сверхпроводник, находящийся в заданном магнитном поле B и помещенный в хладагент с температурой T_0 . Будем считать, что в начальный момент времени под действием источника теплового возмущения конечный участок провода l_0 мгновенно нагрелся до температуры T_1 , превышающей критическую температуру композита при данном токе I . Поместим начало координат в центр участка начального возмущения. Предполагая постоянной температуру по сечению композита и используя усредненные значения объемной теплоемкости C_v и теплопроводности композита λ , запишем одномерное уравнение распространения тепла вдоль провода в виде [2]

$$C_v \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{hp}{S} (T - T_0) + \begin{cases} \frac{I(I - I_c)}{S^2} \rho_0, & I \geq I_c, \\ 0, & I < I_c, \end{cases} \quad (1)$$

Здесь S — полное поперечное сечение композита; p — охлаждаемый периметр; $h = \text{const}$ — коэффициент теплоотдачи, ρ_0 — удельное электро-

сопротивление композита; I_c — критический ток сверхпроводника, определяемый согласно модельной зависимости [3]

$$I_c = \frac{A_0}{B} \left(1 - \frac{T}{T_{CB}} \right),$$

где A_0 — заданная константа; T_{CB} — критическая температура сверхпроводника при нулевом токе, связанная с известными критическими параметрами сверхпроводника T_k и B_k соотношением [2]

$$T_{CB} = T_k \sqrt{1 - \frac{B}{B_k}}.$$

Согласно поставленной задаче, уравнение (1) будем решать совместно со следующими граничными и начальным условиями:

$$T(-l, t) = T(l, t) = T_0,$$

$$T(x, 0) = \begin{cases} T_1, & |x| \leq l_0, \\ T_0, & |x| > l_0, \end{cases} \quad (2)$$

Задача (1), (2) позволяет исследовать тепловые процессы, происходящие в композите, при произвольном законе изменения индукции магнитного поля по длине провода. Для упрощения проводимых вычислений величину удельного электросопротивления матрицы будем полагать не зависящей от магнитного поля. Введем безразмерные переменные

$$X = \frac{x}{L_B}, \quad \tau = \frac{\lambda t}{C_v L_B^2}, \quad \vartheta = \frac{T - T_0}{T_0}, \quad b = \frac{B}{B_k},$$

$$\vartheta_0 = T_k/T_0, \quad i_b = I/I_0.$$

Здесь в качестве характерного значения тока принята величина $I_0 = A_0/B_k$, а характерная длина обезразмеривания определяется отношением кондуктивного потока тепла к мощности джоулевого тепловыделения при токе I_0

$$L_B = \sqrt{\frac{\lambda S^2 T_0}{I_0^2 \rho_0}}.$$

Тогда задача (1), (2) преобразуется к виду

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial X^2} - \frac{1}{\alpha_b} \vartheta + \begin{cases} i_b(i_b - i_c), & i_b \geq i_c, \\ 0, & i_b < i_c, \end{cases} \quad (3)$$

$$\vartheta(-L, \tau) = \vartheta(L, \tau) = 0, \quad L = l/L_B, \quad (4)$$

$$\vartheta(X, 0) = \begin{cases} \vartheta_1, & |X| \leq \xi_0 = l_0/L_B, \\ 0, & |X| > \xi_0, \end{cases} \quad (5)$$

где

$$\alpha_b = \frac{I_0^2 \rho_0}{h p S T_0}, \quad i_c = \frac{1}{b} \left(1 - \frac{\vartheta + 1}{\vartheta_0 \sqrt{1 - b}} \right).$$

Введенные независимые переменные $\alpha_b, i_b, \vartheta, \xi_0, \vartheta_0$ не являются функциями магнитной индукции. Это позволяет непосредственно проводить анализ тепловых процессов, происходящих в композитах при различных значениях индукции магнитного поля. В свою очередь это привело к изменению некоторых общепринятых безразмерных комплексов. Так, в уравнении (3) вместо известного параметра Стекли α введен аналог параметра стабильности α_b . Он связан с параметром Стекли соотношением

$$\alpha = \alpha_b \frac{\vartheta_0 \sqrt{1-b} - 1}{b^2 \vartheta_0^2 (1-b)}.$$

Введен также безразмерный транспортный ток $i_b (0 < i_b < i_c)$, который связан с безразмерным током $i = I/I_c$ равенством

$$i = i_b \frac{b \vartheta_0 \sqrt{1-b}}{\vartheta_0 \sqrt{1-b} - 1}.$$

Кроме того, данное обезразмеривание привело к появлению нового параметра ϑ_0 — безразмерной критической температуры сверхпроводника при нулевом магнитном поле.

Проведем с помощью модели (3)–(5) исследование условий частичной (нестационарной) стабильности, когда сверхпроводящее состояние провода метастабильно. Рассмотрим комбинированный сверхпроводник в однородном магнитном поле. В этом случае для каждого теплового возмущения существует так называемая критическая энергия, которая определяет верхнюю границу допустимых возмущений. Будем определять эти значения из численного решения задачи (3)–(5) согласно процедуре поиска критического температурного возмущения, описанной в [4]. При этом расчет искомой величины критического температурного возмущения ϑ_q проводится таким образом, что для всех $\vartheta_1 < \vartheta_q$ сверхпроводимость провода всегда восстанавливается, а при $\vartheta_1 > \vartheta_q$ происходит его необратимый переход в нормальное состояние.

На рис. 1, 2 приведены численные значения критических температурных возмущений ϑ_q как функции магнитного поля для некоторых значений α_b . Расчет проводился при $L = 100, i_b = 0.5, \vartheta_0 = 2$. На рис. 1 кривые устойчивости построены для практически точечного возмущения $\xi_0 = 0.1$, а на рис. 2 — при изменении протяженности начального участка возмущения. Из приведенных графиков видно, что с ростом индукции магнитного поля значения ϑ_q всегда монотонно уменьшаются, достигая нулевого значения при $b = b_c$, где критический ток становится равным транспортному току. Соответствующие значения b_c удовлетворяют уравнению

$$b_c^3 i_b^2 - b_c^2 (i_b + 2) i_b + b_c (2 i_b + 1) + \frac{1}{\vartheta_0^2} - 1 = 0.$$

Другой граничной точкой условий частичной стабильности являются значения индукции магнитного поля b_s , при которых $\vartheta_q \rightarrow \infty$. Согласно известной теореме „равных площадей“ [5], эти значения определяются из решения уравнения

$$b_s^2 i_b^2 - b_s^2 (4 + i_b) i_b + 4 b_s (1 + i_b) + \frac{\alpha_b i_b^2 + 2}{\vartheta_0^2} - 4 = 0.$$

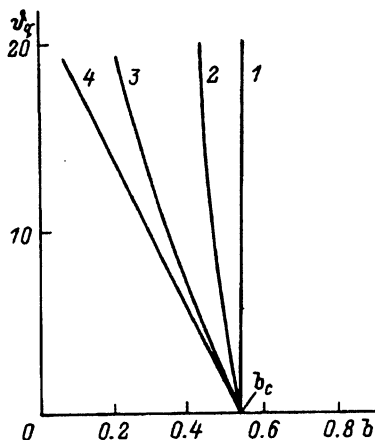


Рис. 1. Зависимость критической температуры возмущения от индукции магнитного поля.

1 — $\alpha_b \leq 1.46$, 2 — $\alpha_b = 3$, 3 — 10, 4 — ∞ .

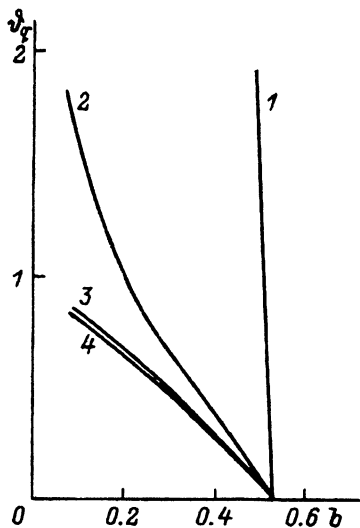


Рис. 2. Изменение критической температуры возмущения при варьировании начальной протяженности участка возмущения ($\alpha_b = 10$).

ξ_0 : 1 — 0.1, 2 — 2, 3 — 5, 4 — ∞ .

Нетрудно найти, что при

$$\alpha_b i_b^2 - 2\vartheta_0 + 2 > 0 \quad (6)$$

корни этого уравнения отсутствуют. Поэтому на рис. 1 допустимые температуры возмущения при $\alpha_b > 8$ неограниченно возрастают только при $b \rightarrow 0$. Переходя к размерным переменным, последнее неравенство можем записать в виде

$$\frac{I^2 \rho_0}{S} > 2hp(T_k - T_0). \quad (7)$$

Условия (6), (7) описывают такие состояния сверхпроводящих композитов, когда полная тепловая стабильность у охлаждаемых проводов отсутствует для всех $0 < b < b_c$. Другими словами, для данных параметров охлаждение токонесущего элемента не будет приводить к его стационарной стабилизации во всем диапазоне изменения магнитного поля, так как допустимые энергии возмущения будут всегда ограничены сверху конечной величиной критических энергий.

Уменьшение параметра стабильности приводит к уменьшению диапазона магнитных полей, в которых токонесущий элемент находится в условиях частичной стабильности. При этом комбинированный провод будет всегда восстанавливать сверхпроводящее состояние во всем диапазоне изменения магнитного поля вплоть до критического, если выполняется неравенство

$$\alpha_b i_b^2 - \sqrt[3]{\frac{\vartheta_0^2}{2i_b}(1+a)} - \sqrt[3]{\frac{\vartheta_0^2}{2i_b}(1-a)} + 1 < 0,$$

где

$$a = \sqrt{1 + \frac{4\vartheta_0^2}{27i_b}(1 - i_b)^3}.$$

Для данных параметров кривые устойчивости на рис. 1 вырождаются в вертикальные прямые.

При нарушении условий частичной стабильности композит полностью переходит в нормальное состояние. Существенно, что по истечении некоторого промежутка времени тепловое состояние провода практически не зависит от его начального состояния. В этом случае распространение нормальной зоны происходит с постоянной скоростью, значение которой в предположении постоянства магнитного поля ($b = \text{const}$, $-L \leq X \leq L$) и с учетом введенных безразмерных переменных может быть вычислено, согласно [6], по формуле

$$V_b = \frac{\sqrt{\vartheta_0\sqrt{1-b}-1}}{b\vartheta_0\sqrt{1-b}} V(\alpha, i). \quad (8)$$

Здесь в выражении

$$V(\alpha, i) = \frac{\alpha i_2 + i - 2}{\sqrt{\alpha(\alpha i^2 - 1)}} + \sqrt{\frac{\alpha - 1}{\alpha}} \left(2 - 2\sqrt{\frac{1-i}{1-i_s}} - \frac{i - i_s}{1 - i_s} \right)$$

значения α и i были определены выше, а величина i_s равна

$$i_s = \frac{1}{2\alpha}(\sqrt{1+8\alpha} - 1).$$

Конечные значения скорости нормальной зоны имеют место при $b_r < b < b_c$, где $b_r = 1 - (\alpha_b i_b^2 + 1)^2 / \vartheta_0^2$ — величина индукции магнитного поля, ниже которой тепловой поток в хладагент всегда превосходит поток тепла от джоулева ($\alpha i^2 < 1$).

Записанное выражение для безразмерной скорости V_b может быть использовано при проведении расчетов переходных процессов, происходящих в сверхпроводящих обмотках. В частности, для неохлаждаемых магнитных систем ($\alpha_b \rightarrow \infty$) скорость нормальной зоны как функция магнитного поля описывается соотношением

$$V_b = 2 \left(1 - \sqrt{1 - i_b \frac{b\vartheta_0\sqrt{1-b}}{\vartheta_0\sqrt{1-b}-1}} \right), \quad 0 < b < b_c.$$

На рис. 3 приведены результаты расчета V_b по формуле (8) при $i_b = 0.5$, $\vartheta_0 = 2$ и варьировании условий охлаждения. Нетрудно заметить, что не для всех охлаждаемых токонесущих элементов существуют отрицательные значения скорости нормальной зоны. Область существования этих состояний описывается неравенством $b_s > 0$, из которого, в частности, следует условие

$$\alpha_b < 2 \frac{\vartheta_0 - 1}{i_b^2}.$$

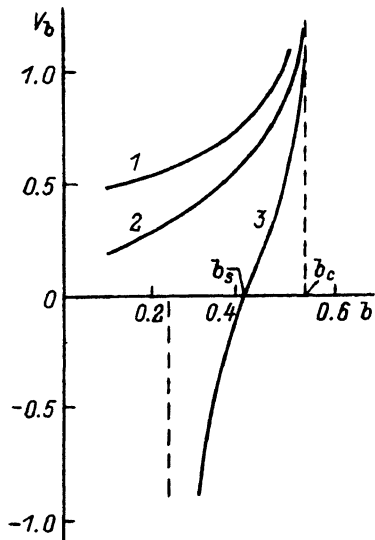
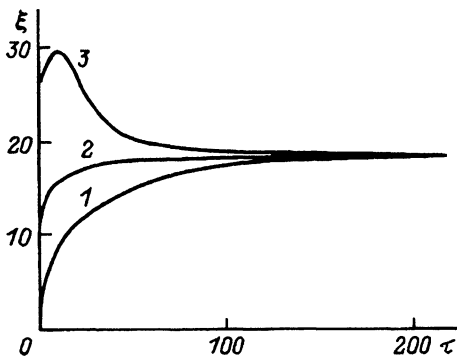


Рис. 3. Зависимость скорости нормальной зоны от индукции магнитного поля.
 α_b : 1 — 100, 2 — 10, 3 — 3.

Рис. 4. Образование стабильного резистивного участка в проводе, находящемся в неоднородном магнитном поле, при действии температурных возмущений различной протяженности.

ξ_0 : 1 — 1, 2 — 10, 3 — 25.



Данные значения параметра стабильности приводят к знакопеременным значениям скорости нормальной зоны как функции магнитного поля. При этом ее нулевое значение будет иметь место при $b = b_s$.

Возможность существования подобных режимов накладывает особенности на характер распространения нормальной зоны в обмотке. Наличие неоднородного магнитного поля может приводить к образованию в обмотке стационарных состояний, к которым будет стремиться ее температурное поле после образования в магнитной системе нормальной зоны. На рис. 4 представлены результаты расчетов изменения во времени длины нормальной зоны, основанные на численном решении уравнения (3) в случае неоднородного магнитного поля по длине провода

$$b(X) = b_p(1 - X/L), \quad 0 < X < L$$

при $\alpha_b = 3$, $\vartheta_0 = 2$, $i_b = 0.5$, $b_p = 0.5$ и различных начальных длинах нормальной зоны ($-\xi_0 \leq X \leq \xi_0$). Из рисунка видно, что по истечении некоторого промежутка времени в проводе стабилизируется тепловыделяющая область конечной протяженности. Ее длину нетрудно определить,

зная соответствующее значение b_s . Поскольку наличие в обмотке подобных состояний нежелательно, то возможность образования стабильных положений нормальной зоны будет накладывать ограничения на режимы эксплуатации сверхпроводящих обмоток, в частности условия ввода тока в охлаждаемые магниты. В этом случае при малых токах область полной стабильности может охватывать практически всю обмотку. Поэтому при появлении нормальной зоны в наиболее опасной области полей ($b > b_s$) в обмотке будет образовываться стационарный тепловыделяющий участок.

Следует отметить особенность образования резистивных областей. В отличие от так называемых «сильных неоднородностей» [7] образование подобных состояний определяется импульсным характером возмущения и зависит от местоположения начального участка возмущения. Если он захватил область обмотки, находящуюся в магнитном поле, превышающем соответствующее значение $b_s \neq 0$, то тепловыделяющая область со временем перейдет в стабильное состояние. В противном случае ее образования не произойдет и по истечении некоторого промежутка времени нормальная зона в обмотке исчезнет.

Таким образом показано следующее.

1. С увеличением индукции магнитного поля энергия допустимых возмущений монотонно уменьшается.

2. Импульсные тепловыделения и наличие неоднородного магнитного поля могут приводить к образованию у охлаждаемых сверхпроводящих магнитных систем стабильных резистивных областей.

Список литературы

- [1] Альтов В.А., Благов Е.В., Кулысов Н.А., Сычев В.В. // ДАН СССР. 1985. Т. 284. № 5. С. 1104–1107.
- [2] Альтов В.А., Зенкевич В.Б., Кремлев М.Г., Сычев В.В. Стабилизация сверхпроводящих магнитных систем. М.: Энергоатомиздат, 1984. 312 с.
- [3] Кейлин В.Е. // ДАН СССР. 1982. Т. 263. № 1. С. 90–92.
- [4] Романовский В.Р. // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1984. № 4. С. 115–119.
- [5] Maddock B.J., James G.B., Norris W.T. // Cryogenics. 1969. Vol. 9. N 8. P. 261–273.
- [6] Turck B. // Cryogenics. 1980. Vol. 20. N 3. P. 146–150.
- [7] Минц Р.Г. // ДАН СССР. 1979. Т. 248. № 2. С. 252–355.

Институт атомной энергии им.И.В.Курчатова
Москва

Поступило в Редакцию
6 октября 1991 г.