

Квантовые осцилляции сопротивления и коэффициента Холла и квантовый предел в сплавах $\text{Bi}_{0.93}\text{Sb}_{0.07}$ в магнитном поле вдоль тригональной оси

© Н.А. Редько^{1,2}, В.Д. Каган¹, М.П. Волков^{1,2}

¹ Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия

² International Laboratory of High Magnetic Fields and Low Temperatures, Wrocław, Poland

E-mail: nikolaj.a.redko@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 14 марта 2011 г.)

На зависимостях сопротивления ρ и коэффициента Холла R от магнитного поля монокристаллов сплавов $n\text{-Bi}_{0.93}\text{Sb}_{0.07}$ с концентрацией электронов $1 \cdot 10^{16} < n < 2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ наблюдались квантовые осцилляции Шубникова–де Гааза. Значения магнитных полей максимумов осцилляций сопротивления хорошо согласуются с вычисленными значениями магнитных полей, соответствующих выходу квантового уровня Ландау под номером N на уровень Ферми. Для квантовых осцилляций коэффициента Холла с малыми номерами наблюдается существенное спиновое расщепление. В магнитном поле, направленном вдоль тригональной оси, квантовые осцилляции ρ и R связаны с электронами трехдолинного полупроводника и находятся в фазе по магнитному полю. В случае магнитного поля, параллельного бинарной оси, осцилляции, связанные как с электронами побочных эллипсоидов в меньших полях, так и с электронами главного эллипсоида в больших полях (после перетекания электронов из побочных эллипсоидов в главный эллипсоид), также находятся в фазе. В магнитных полях квантового предела $\hbar\omega_c/2 \geq E_F$ наблюдался рост проводимости при увеличении магнитного поля $\sigma_{22}(H) \sim H^k$. Теоретическая оценка показателя степени для анизотропного непараболического полупроводника приводит к значениям k , близким к экспериментальным значениям $4 \leq k \leq 4.6$, полученным для образцов сплава с различной концентрацией электронов. Дальнейшее увеличение магнитного поля приводит к уменьшению показателя степени k и переходу к неравенству $\sigma_{22}(H) \geq \sigma_{21}(H)$.

1. Введение

Квантовые осцилляции сопротивления (эффект Шубникова–де Гааза) подробно исследовались на монокристаллических полупроводниках как с изотропным, так и с анизотропным электронным спектром [1–4]. Условиями наблюдения эффекта Шубникова–де Гааза являются вырождение электронного газа ($E_F/kT > 1$), классические сильные магнитные поля ($\omega_c\tau > 1$, $\omega_c = \frac{eH}{mc}$) и низкие температуры ($\hbar\omega_c > kT$). Квантовые осцилляции коэффициента Холла в полупроводниках обусловлены осцилляцией плотности состояний на поверхности Ферми и малы по амплитуде, так как эффект Холла ($R = 1/enc$) в сильном магнитном поле в первом приближении не зависит от рассеяния электронов.

При исследовании гальваномагнитных свойств полупроводников (металлов) измеряется электрическое сопротивление ρ , а в теории обсуждается проводимость σ . Поэтому необходимо привести соотношение, связывающее проводимость σ и сопротивление ρ . Для изотропного закона дисперсии, а также в ряде случаев для анизотропного закона (например, Bi , сплавы Bi-Sb и другие полупроводники) при направлении магнитного поля вдоль осей симметрии кристалла третьего, четвертого или шестого порядка ($\mathbf{H} = \mathbf{H}_z$, ось z совпадает с

осью симметрии) тензор проводимости имеет вид [1,2,4]

$$\sigma_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Компоненты тензора сопротивления $\rho_{\alpha\beta}$ связаны с компонентами тензора $\sigma_{\alpha\beta}$ соотношениями

$$\rho_{xx} = \rho_{yy} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2},$$

$$\rho_{xy} = -\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xy}^2 + \sigma_{xx}^2}, \quad \rho_{zz} = \frac{1}{\sigma_{zz}}. \quad (2)$$

Для закрытых поверхностей Ферми и $n_e \neq n_h$ [1]

$$\sigma_{xx} \sim \frac{1}{H^2}, \quad \sigma_{xy} \sim \frac{ec(n_e - n_h)}{H}, \quad \sigma_{zz} = \text{const}. \quad (3)$$

В области магнитных полей, где наблюдаются квантовые осцилляции, выполняется неравенство $\sigma_{xy} > \sigma_{xx}$, в этом случае можно пренебречь величиной σ_{xx}^2 по сравнению с холловской проводимостью σ_{xy}^2 . В результате получим, что

$$\rho_{xx} = \rho_{yy} \cong \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xy}^2}. \quad (4)$$

Поскольку при квантовых осцилляциях относительные изменения холловской проводимости σ_{xy} много

меньше относительных изменений проводимости σ_{xx} , из приближенного выражения (4) следует, что положения максимумов осцилляций в зависимости $\sigma_{xx}(H)$ в магнитном поле совпадают с положениями максимумов осцилляций в $\rho_{xx}(H)$. В продольном же магнитном поле ($\mathbf{I} \parallel \mathbf{H}$), где \mathbf{I} — электрический ток, сопротивление ρ_{zz} осциллирует в противофазе с проводимостью σ_{zz} (соотношение (2)).

В висмуте $n_e = n_h$ и холловская проводимость σ_{xy} равна в первом приближении нулю и, согласно (2), $\rho_{xx} \sim 1/\sigma_{xx}$, т.е максимум проводимости соответствует минимуму сопротивления.

При исследовании квантовых осцилляций коэффициента Холла и сопротивления в различных полупроводниках было обнаружено, что фаза этих осцилляций отличается не только для разных полупроводников, но и для одинаковых полупроводников с разной технологией получения [2,5,6].

В настоящей работе исследован фазовый сдвиг между осцилляциями коэффициента Холла $R_{12.3}$ ($\mathbf{H} \parallel \mathbf{C}_3$), $R_{32.1}$ ($\mathbf{H} \parallel \mathbf{C}_2$) и сопротивления ρ_{22} полупроводниковых сплавов $\text{Bi}_{0.93}\text{Sb}_{0.07}$ в магнитных полях как вдоль тригональной оси ($\mathbf{H} \parallel \mathbf{C}_3$), так и вдоль бинарной оси ($\mathbf{H} \parallel \mathbf{C}_2$). Индексы коэффициентов ρ_{ij} , $R_{ij,k}$ полупроводниковых сплавов Bi–Sb обозначают, с какой грани кристалла измеряется электрическое напряжение, а также вдоль каких кристаллографических осей кристалла направлены ток и магнитное поле.

Также исследована зависимость проводимости от магнитного поля в квантовом пределе $\hbar\omega_c/2 \geq E_F$ при $\mathbf{H} \parallel \mathbf{C}_3$ и проведено сравнение с теоретической оценкой этой зависимости, сделанной для анизотропного непараболического полупроводника.

2. Образцы и методика эксперимента

Измерения удельного сопротивления ρ и коэффициентов Холла R в магнитном поле проводились на монокристаллических образцах полупроводниковых сплавов $n\text{-Bi}_{0.93}\text{Sb}_{0.07}$ с концентрацией электронов $1 \cdot 10^{16} < n < 2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$. Образцы вырезались на

Основные параметры исследованных образцов полупроводникового сплава $\text{Bi}_{0.93}\text{Sb}_{0.07}$

№ п/п	n , 10^{16} cm^{-3}	$E_F(H=0)$, meV	H_1 , Т	H_3 , Т
1	1.2	7	0.02	1.4
2	3.5	11	0.06	3
3	16	20	0.23	8
4	200	51	1.8	38

Примечание. n — концентрация электронов, $E_F(H=0)$ — энергия Ферми электронов в нулевом магнитном поле, H_1 — магнитное поле границы перехода из области слабых магнитных полей в область классически сильных магнитных полей, H_3 — магнитное поле квантового предела.

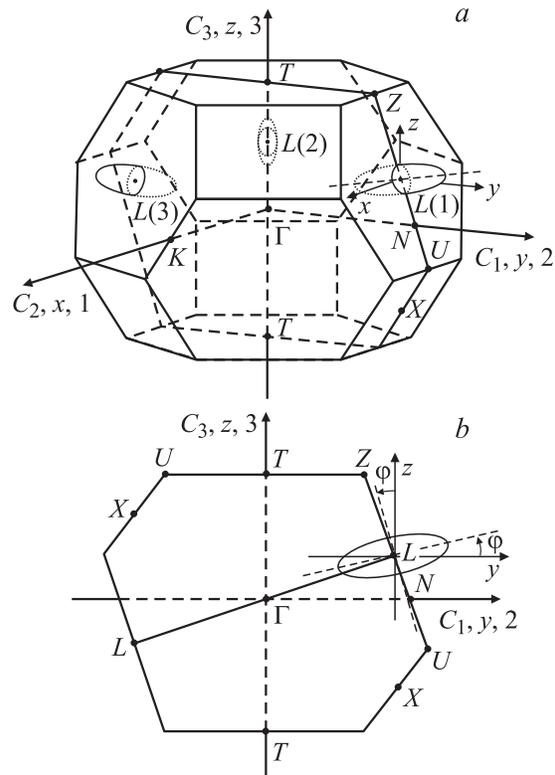


Рис. 1. а) Зона Бриллюэна для вырожденных полупроводниковых сплавов $n\text{-Bi-Sb}$ с тремя электронными эллипсоидами с центрами в L -точках на плоскостях отражения. б) Одно из трех сечений зоны Бриллюэна плоскостью отражения.

электроэрозийной установке из средней части монокристаллического слитка, выращенного методом горизонтальной зонной перекристаллизации [7]. Образцы, вырезанные из слитка, травились в растворе $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH-HNO}_3$ (1:1). Образцы имели форму прямоугольных параллелепипедов размером $2.5 \times 2.5 \times 18 \text{ mm}$, грани которых были перпендикулярны кристаллографическим осям C_1, C_2, C_3 . Наибольший размер образца совпадал с биссекторной осью C_1 . К подготовленному образцу припаивались токовые и потенциальные тонкие медные провода. Основные параметры исследованных образцов полупроводниковых сплавов $n\text{-Bi-Sb}$ приведены в таблице.

На рис. 1 показана поверхность Ферми сплавов $n\text{-Bi-Sb}$, состоящая из трех электронных эллипсоидов с центрами в точках L зоны Бриллюэна, находящихся в плоскостях отражения, и указаны кристаллографические оси: тригональная $C_3, z, 3$; бинарная $C_2, x, 1$ и биссекторная $C_1, y, 2$. Эллипсоиды эквивалентны между собой и повернуты друг относительно друга на угол $\pm 120^\circ$ (рис. 1, а). Одна из меньших осей эллипсоида совпадает с бинарной осью C_2 кристалла, а две другие оси эллипсоида составляют угол φ с кристаллографическими осями: тригональной C_3 и биссекторной C_1 (рис. 1, б).

Для измерения холловского напряжения, по которому вычисляется коэффициент $R_{12.3}$ ($\mathbf{j} \parallel C_1, \mathbf{H} \parallel C_3$), потенциальные провода припаивались к граням образца, пер-

пендикулярным бинарной оси C_2 . Для измерения холловского напряжения, по которому вычисляется коэффициент Холла $R_{32.1}$ ($\mathbf{j} \parallel C_1$, $\mathbf{H} \parallel C_2$), потенциальные провода припаивались к граням образца, перпендикулярным тригональной оси C_3 . Здесь использованы стандартные обозначения для коэффициентов Холла; так, например, индекс 12.3 у коэффициента Холла означает измерение напряжения вдоль бинарной оси C_2 (1) при токе на образце вдоль биссекторной оси C_1 (2) и направлении магнитного поля вдоль тригональной оси C_3 (3).

Измерение сопротивления и коэффициента Холла проводилось в магнитных полях сверхпроводящего соленоида ($0 < H < 14\text{T}$) на переменном токе частотой 13 Hz с использованием прецизионных синхронных усилителей.

Энергия Ферми для образцов полупроводникового сплава $\text{Bi}_{0.93}\text{Sb}_{0.07}$ находилась по формуле [6]

$$E_F = \frac{E_g}{2} \left[\left(1 + \frac{2\hbar^2(3\pi^2 n)^{2/3}}{m_d(0)E_g} \right)^{1/2} - 1 \right], \quad (5)$$

где $E_g = 7.5\text{ meV}$ — энергия запрещенной зоны, $m_d(0) = 1.44 \cdot 10^{-2} m_0$ — масса плотности состояний электронов на дне зоны проводимости. Для вычисления $m_d(0) = N_0^{2/3} (m_1 m_2 m_3)^{1/3}$ использовались эффективные массы электронов на дне зоны в осях эллипсоида: $m_1/m_0 = 9 \cdot 10^{-4}$, $m_2/m_0 = 0.31$, $m_3/m_0 = 1.2 \cdot 10^{-3}$, $N_0 = 3$ — число долин в зоне проводимости. Значения E_F для исследованных образцов представлены в таблице.

3. Квантовые осцилляции и квантовый предел в полупроводниковых сплавах с сильно анизотропным электронным спектром

Для анализа квантовых осцилляций в полупроводниковых сплавах Bi-Sb было получено выражение для периода квантовых осцилляций в зависимости от обратного магнитного поля. Для этого было использовано выражение для сильно анизотропного непараболического закона дисперсии L -электронов сплавов $n\text{-Bi-Sb}$ в рамках модели Лэкса

$$E_p = \sqrt{\left(\frac{E_g}{2}\right)^2 + \frac{E_g}{2} \left(\frac{p_1^2}{m_1} + \frac{p_2^2}{m_2} + \frac{p_3^2}{m_3}\right)} - \frac{E_g}{2}, \quad (6)$$

где E_p — энергия электрона с импульсом \mathbf{p} , m_i — эффективные массы электронов в эллипсоиде, E_g — энергия запрещенной зоны.

Зависимость периода квантовых осцилляций кинетических коэффициентов Δ от $1/H$ для произвольного электронного спектра металлов получена Лифшицем с сотрудниками и независимо Онзагером (формула

Лифшица–Онзагера) [1]

$$\Delta \left(\frac{1}{H} \right) = \frac{2\pi e \hbar}{c S_{\text{extr}}}, \quad (7)$$

где S_{extr} — площадь экстремального сечения изоэнергетической поверхности металла плоскостью, перпендикулярной магнитному полю \mathbf{H} . В нашей работе [8] приводится процедура вычисления S_{extr} в сплавах $n\text{-Bi-Sb}$, которая приводит к формуле

$$S_{\text{extr}} = 2\pi m_c E_F (1 + E_F/E_g) \quad (8)$$

и к формуле для периода квантовых осцилляций сопротивления для сплавов $n\text{-Bi-Sb}$

$$\Delta \left(\frac{1}{H} \right) = \frac{e \hbar}{c m_c E_F \left(1 + \frac{E_F}{E_g} \right)}. \quad (9)$$

При ориентации магнитного поля вдоль тригональной оси C_3 периоды квантовых осцилляций для электронов всех трех эллипсоидов одинаковы из соображений симметрии. Период квантовых осцилляций электронов в сплавах при $\mathbf{H} \parallel C_3$ определяется формулой (9) с циклотронной массой m_c , равной

$$m_c = \left(\frac{m_1 m_2 m_3}{m_3 \cos^2 \varphi + m_2 \sin^2 \varphi} \right)^{1/2}. \quad (10)$$

Формула (9) для периода квантовых осцилляций электронов с m_c из (10) при $\mathbf{H} \parallel C_3$ позволяет проанализировать экспериментально полученные зависимости периодов квантовых осцилляций от обратного магнитного поля.

Увеличение магнитного поля приводит к подъему уровней Ландау относительно энергии Ферми, и в сильном поле электронам останется доступен только один нижний — нулевой уровень Ландау, эта ситуация называется квантовым пределом. В ситуации квантового предела отсутствует перераспределение концентрации электронов между различными уровнями, что в меньших полях приводило к осцилляционной зависимости. В эксперименте квантовый предел можно определить по исчезновению осцилляционной зависимости $\rho_{22}(H)$ при увеличении магнитного поля.

Для определения полевой зависимости электропроводности в квантовом пределе необходимо решить квантовую задачу об электроне с сильно анизотропным непараболическим спектром (6), помещенном в магнитное поле. Приведем стационарное уравнение Шредингера

$$E \left(\hat{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right) \psi(\mathbf{r}) = \varepsilon \psi(\mathbf{r}), \quad (11)$$

где $\hat{p} = -i\hbar \nabla_{\mathbf{r}}$ — оператор импульса электрона, \mathbf{A} — векторный потенциал магнитного поля, а ε — собственное значение энергии. Уравнение (11) легко сводится к

параболическому уравнению Шредингера

$$\sum_i \frac{1}{2m} \left(\hat{p}_i - \frac{e}{c} A_i \right)^2 \psi(\mathbf{r}) = \varepsilon' \psi(\mathbf{r}),$$

$$\varepsilon' = \varepsilon \left(1 + \frac{\varepsilon}{E_g} \right). \quad (12)$$

Здесь в качестве собственного значения энергии выступает ε' , нелинейно связанное с ε , в чем проявляется непараболичность спектра электронов в сплаве Bi–Sb. Решение анизотропной задачи представлено, например, в [1,9] и осуществляется с помощью аффинного преобразования из анизотропного пространства в сферически-симметричное. В результате определяется спектр энергетических уровней Ландау

$$\varepsilon' = \hbar\omega_c \left(N + \frac{1}{2} \right) + \frac{p_0^2}{2m}, \quad (13)$$

где $\omega_c = \frac{eH}{cm_c}$ — циклотронная частота электронов, $N = 0, 1, 2, 3, \dots$ — целое число, соответствующее номеру уровня Ландау. Решение квантовой задачи с помощью аффинного преобразования в координатном пространстве естественно приводит к тому же значению циклотронной массы, которое получается при аффинном преобразовании в импульсном пространстве при полуклассическом рассмотрении. Таким образом, определяется энергетический спектр в магнитном поле для анизотропного непараболического спектра электронов в сплаве

$$\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{E_g}{2} \right)^2 + E_g \left[\hbar\omega_c \left(N + \frac{1}{2} \right) + \frac{p_0^2}{2m} \right]} - \frac{E_g}{2}. \quad (14)$$

Ввиду симметричного расположения трех эквивалентных эллипсоидов квантовый предел наступает для них при $\mathbf{H} \parallel \mathbf{C}_3$ одновременно. Уровни энергии электрона (14) не дискретные, а квазидискретные, так как движение вдоль магнитного поля остается свободным. Значение энергии Ферми E_F в квантовом пределе вычисляется при учете того, что вся концентрация электронов сосредоточена в состояниях, по мере увеличения магнитного поля все более тесно прижимающихся к нулевому дискретному уровню:

$$E_F = \sqrt{\left(\frac{E_g}{2} \right)^2 + E_g \left(\frac{\hbar\omega_c}{2} + \frac{\pi^2 c^2 \hbar^4 n_0^2}{8N_0^2 e^2 H^2 m} \right)} - \frac{E_g}{2}, \quad (15)$$

где n_0 — концентрация электронов, $N_0 = 3$ — число эквивалентных эллипсоидов. Подъем нулевого уровня Ландау относительно дна зоны проводимости равен $\frac{\hbar\omega_c}{2}$. Второе слагаемое в круглых скобках в квантовом пределе параметрически меньше первого [2], но именно оно определяет тот уровень энергии, на котором находится вся концентрация свободных электронов.

Электропроводность полупроводника с изотропным параболическим спектром электронов в квантовом пределе $\hbar\omega_c/2 \geq E_F$ была вычислена Адамсом и Холстейном [10]. Эту работу требуется обобщить для электронов со спектром (6), причем магнитное поле не направлено вдоль оси симметрии эллипсоида. Для этого определяется общий тензор электропроводности системы трех эллипсоидов. Ввиду аддитивности электрического тока определяется тензор электропроводности каждого эллипсоида и результат суммируется. Так как для каждого эллипсоида тригональная ось не является осью симметрии (рис. 1), недиагональные компоненты тензоров отличны от нуля, но для систем трех эллипсоидов тензор электропроводности третьего порядка распадается на поперечный тензор электропроводности второго порядка и продольный тензор электропроводности первого порядка. После вычисления тензора электропроводности в системе координат, полученной при аффинном преобразовании из анизотропного пространства в сферически-симметричное [1,9], проводится обратное преобразование и определяется электропроводность в лабораторной системе. При определении суммарной компоненты σ_{21} для трех эллипсоидов вклады части компонент тензора электропроводности отдельных эллипсоидов ввиду симметрии системы сокращаются, и окончательно получается

$$\sigma_{21} = \frac{n_0 e c}{H}. \quad (16)$$

В этой формуле отсутствуют все сложности энергетического спектра: она определяется только полной концентрацией электронов n_0 .

Если электрическое поле направлено перпендикулярно магнитному полю, поток электронов вдоль электрического поля возможен только благодаря переходу электронов в другие квантовые состояния при их рассеянии на фононах или примесях. Выражение для электропроводности дается формулой, выведенной Адамсом и Холстейном [10],

$$\sigma_{22} = \frac{e^3 H}{\pi \hbar^2 c} \int d p_0 \left(-\frac{\partial f_0(E(p))}{\partial E(p)} \right) \times \int d^3 q W(\mathbf{q}) \left(\frac{\hbar q_y c}{e H} \right)^2 (I_q)^2, \quad (17)$$

где f_0 — фермиевская функция распределения электронов, \mathbf{q} — импульс электрона, переданный рассеивателю в процессе взаимодействия, $W(\mathbf{q})$ — вероятность рассеяния электронов.

Вероятность рассеяния электронов на фононах равна

$$W(\mathbf{q}) = \frac{2\pi}{\hbar} |C_q|^2 \left[(N_q + 1) \delta(E(\mathbf{p}) - E(\mathbf{p} - \hbar\mathbf{q}) - \hbar\omega_q) + N_q \delta(E(\mathbf{p}) - E(\mathbf{p} - \hbar\mathbf{q}) + \hbar\omega_q) \right], \quad (18)$$

где C_q — константа электрон-фононного взаимодействия, ω_q — частота, N_q — функция распределения Планка для фононов с волновым вектором \mathbf{q} .

Вероятность рассеяния электронов на примесях равна

$$W(\mathbf{q}) = \frac{2\pi}{\hbar} n_{im} |V(\mathbf{q})|^2 \delta(E(\mathbf{p}) - E(\mathbf{p} - \hbar\mathbf{q})). \quad (19)$$

Здесь n_{im} — концентрация рассеивающих примесей, $V(\mathbf{q})$ — Фурье-компонента рассеивающего потенциала. В магнитном поле вероятность (19) нужно умножить на функцию $(I_q)^2$, где $I_q = \langle \alpha | e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} | \alpha' \rangle$ представляет собой матричный элемент экспоненты волновых функций начального и конечного состояний рассеяния, характеризуемых квантовыми числами α и α' .

Вероятность рассеяния содержит δ -функции, выражающие законы сохранения энергии и импульса в элементарных процессах рассеяния. В упругом приближении они включают только продольный переданный импульс. Интегрирование при этом δ -функции показывает, что величина σ_{22} пропорциональна одномерной плотности состояний электронов ρ

$$\begin{aligned} \rho &= \int_{-\infty}^{+\infty} dp_0 \delta(E(n, p_0) - \xi_0) \\ &= \sqrt{1 + \frac{\left(2\hbar\omega_c + \frac{\pi^2 c^2 \hbar^2 n_0^2}{2N_0^2 e^2 H^2 m}\right) 4eHNm}{E_g \pi c \hbar^2 n_0}}. \end{aligned} \quad (20)$$

Квадратный корень получается в результате непараболичности спектра. Под корнем пренебрежем малым вторым слагаемым в круглых скобках. Возрастающая зависимость от магнитного поля вызвана тем, что одномерная плотность состояний ρ имеет особенность при малых импульсах вида $1/p_0$, где малый импульс $p_0 = \frac{c\hbar^2 n_0}{eH}$ содержится в знаменателе выражения (20) для плотности состояний ρ . Для Ферми-статистики электропроводность σ_{22} пропорциональна одномерной плотности начальных и конечных состояний, т.е. квадрату выражения (20). Зависимость от магнитного поля может возникнуть также от усреднения вероятности рассеяния в плоскости импульсов, перпендикулярных магнитному полю. Так как волновая функция электрона размыта в этой плоскости на расстоянии порядка магнитной длины $\lambda = \sqrt{\frac{\hbar c}{eH}}$, характерный переданный импульс $\frac{\hbar}{\lambda} = \sqrt{\frac{e\hbar H}{c}}$ зависит от магнитного поля.

При описании взаимодействия электронов с акустическими фононами с помощью деформационного потенциала константа взаимодействия пропорциональна \sqrt{q} . При высокотемпературном рассеянии ($N_q \gg 1$) процессы поглощения и испускания фононов электронами равноправны и зависимость N_q от \mathbf{q} компенсирует зависимость C_q от \mathbf{q} , и поэтому нет зависимости от переданного поперечного импульса. При низкотемпературном рассеянии ($N_q \ll 1$) сохраняются только процессы испускания, так что вероятность рассеяния пропорциональна $\sqrt{\frac{e\hbar H}{c}}$. При рассеянии электронов на точечных примесях потенциал рассеяния от импульсов не зависит.

Как показано в работе авторов [11], в твердом растворе Bi–Sb важную роль играет сплавное рассеяние, вызванное флуктуациями ионного потенциала при замещении атомов Bi атомами Sb. Но сплавное рассеяние по своей зависимости от импульса эквивалентно точечному примесному рассеянию, когда в роли примеси выступает примесь атомов Sb. Усреднение вероятности сплавного рассеяния по импульсам, перпендикулярным магнитному полю, не дает зависимости от магнитного поля.

При учете всех зависимостей от магнитного поля в формуле (17) при наличии в рассеянии электронов рассеяния на точечном потенциале, сплавного рассеяния и высокотемпературного электрон-фононного рассеяния получается следующая зависимость проводимости σ_{22} от магнитного поля:

$$\sigma_{22} \sim H^3 \left(1 + \frac{2\hbar\omega}{E_g}\right). \quad (21)$$

При наличии низкотемпературного электрон-фононного рассеяния получаем следующую зависимость проводимости σ_{22} от магнитного поля:

$$\sigma_{22} \sim H^{7/2} \left(1 + \frac{2\hbar\omega_c}{E_g}\right). \quad (22)$$

Рост проводимости σ_{22} при увеличении магнитного поля — характерная особенность квантового предела. Как показано выше, она в основном определяется особенностями плотности состояний электронов в магнитном поле. Степени магнитного поля, стоящие перед скобками в формулах (21) и (22), были приведены в работе Адамса и Холстейна [10]. Из зависимостей проводимости σ_{22} от магнитного поля (21) и (22) следует, что при сильной непараболичности спектра появляется еще одна степень из-за наличия в круглых скобках ω_c . Приведенный выше расчет относится к одному эллипсоиду, расположенному так, что электрическое и магнитное поле ориентированы вдоль осей симметрии эллипсоида. В случае магнитного поля, направленного вдоль тригональной оси C_3 , ни один из эллипсоидов не находится в таком положении и каждая компонента тензора электропроводности эллипсоида представляет собой определенную комбинацию σ_{22} , σ_{21} , σ_{33} одного эллипсоида в симметричном положении. Однако при вычислении суммарной величины σ_{22} для системы трех эллипсоидов $\tilde{\sigma}_{22}$ оказывается пропорциональной только σ_{22} одного эллипсоида

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{22} &= \frac{3}{2} \sigma_{22} \\ &\times \left(\frac{m}{m_1} + \frac{m\sqrt{m_3/m_2} \cos^4 \varphi + 2m \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + m\sqrt{m_2/m_3} \sin^4 \varphi}{m_3 \cos^2 \varphi + m_2 \sin^2 \varphi} \right). \end{aligned} \quad (23)$$

Сокращение вклада других компонент при ориентации магнитного поля вдоль тригональной оси C_3 происходит из-за симметрии расположения эквивалентных эллипсоидов.

4. Экспериментальные результаты и обсуждение

На рис. 2 представлены зависимости сопротивления $\rho_{22}(H)$ и коэффициента Холла $R_{12,3}(H)$ для образца сплава с концентрацией электронов $n = 2 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ от магнитного поля, направленного вдоль тригональной оси ($\mathbf{H} \parallel \mathbf{C}_3$), при токе, направленном вдоль биссекторной оси ($\mathbf{j} \parallel \mathbf{C}_1$), и температуре 1.6 К. На рис. 2 через максимумы осцилляций сопротивления $\rho_{22}(H)$ проведены вертикальные штриховые прямые. Видно, что эти прямые для полей ниже 5 Т проходят также через максимумы осцилляций коэффициента Холла, т. е. осцилляции коэффициента Холла в этом интервале магнитных полей при $H < 5 \text{ Т}$ при $\mathbf{H} \parallel \mathbf{C}_3$ находятся в фазе с осцилляциями сопротивления. В больших магнитных полях картина осцилляций усложняется из-за проявления спинового расщепления, более выраженного для осцилляций коэффициента Холла.

На рис. 3 для этого образца представлена зависимость номера максимума квантовых осцилляций сопротивления $\rho_{22}(H)$ при $\mathbf{H} \parallel \mathbf{C}_3$ от обратного магнитного поля при $T = 1.6 \text{ К}$. Из этой зависимости следует, что наименьшему наблюдавшемуся номеру ($N = 2$) соответствует выход уровня Ландау на уровень Ферми при $H = 12.5 \text{ Т}$.

Из условия равенства энергии уровня Ландау и граничного значения энергии Ферми находится магнитное

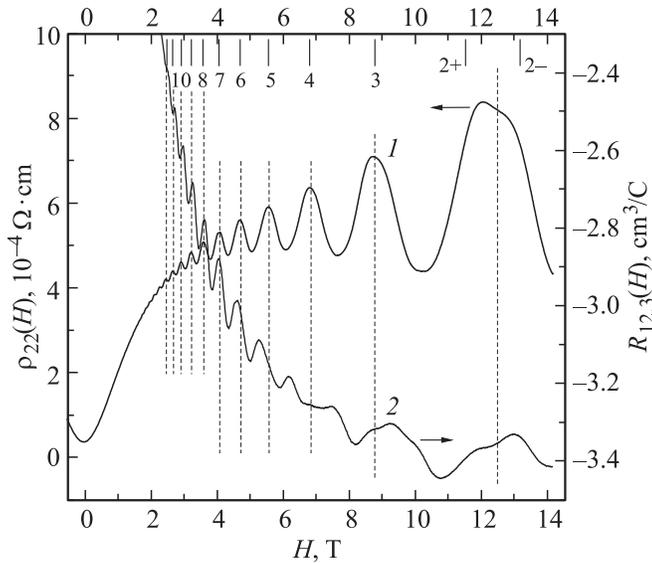


Рис. 2. Зависимости сопротивления ρ_{22} (1) и коэффициента Холла $R_{12,3}$ (2) от магнитного поля, направленного вдоль тригональной оси ($\mathbf{H} \parallel \mathbf{C}_3$), при температуре 1.6 К. Ток направлен вдоль биссекторной оси ($\mathbf{j} \parallel \mathbf{C}_1$). Образец сплава с концентрацией электронов $n = 2 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$. Вертикальные штриховые прямые проведены через максимумы осцилляций сопротивления $\rho_{22}(H)$. Отрезки сверху указывают величины магнитных полей, соответствующие выходу уровня Ландау с номером N на уровень Ферми, вычисленные по формуле (25).

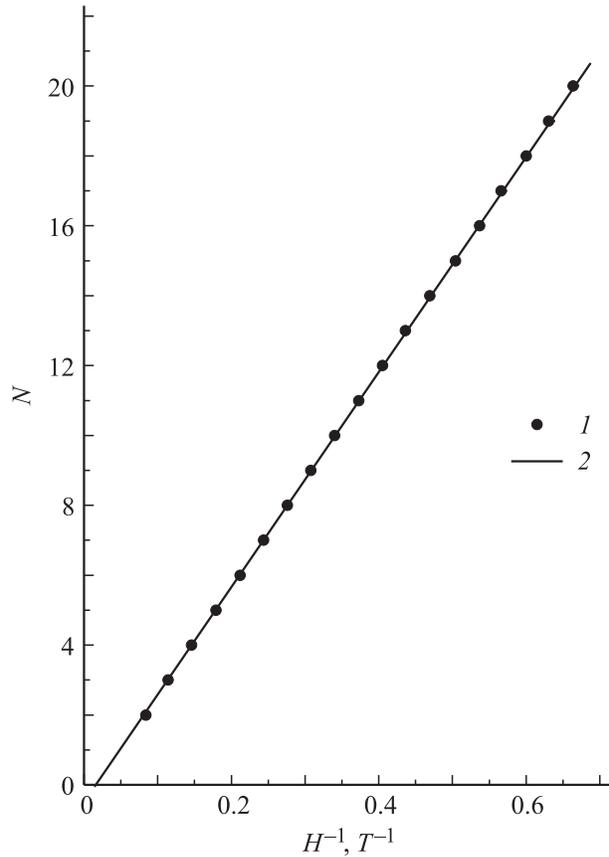


Рис. 3. Зависимость номера максимума квантовых осцилляций сопротивления $\rho_{22}(H)$ при $\mathbf{H} \parallel \mathbf{C}_3$ от обратного магнитного поля при $T = 1.6 \text{ К}$ для образца с концентрацией электронов $n = 2 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$. 1 — экспериментальные результаты (рис. 2), 2 — расчет по формуле (25).

поле H_N^\pm , соответствующее значению поля максимума осцилляции сопротивления $\rho_{22}(H)$ с номером N при $\mathbf{H} \parallel \mathbf{C}_3$,

$$E_F \left(1 + \frac{E_F}{E_g} \right) = \hbar \omega_c \left(N + \frac{1}{2} - \frac{s\gamma}{2} \right), \quad (24)$$

$$H_N^\pm = \frac{E_F (1 + E_F/E_g) cm_c}{\left(N + \frac{1}{2} \pm \frac{\gamma}{2} \right) \hbar e}, \quad (25)$$

где E_F — энергия Ферми, E_g — энергия запрещенной зоны, $\omega_c = \frac{eH}{m_c c}$ — циклотронная частота, $s = \pm 1$ — спиновое квантовое число, $\gamma = \Delta_s/\Delta_{\text{orb}} = m_c/m_s$ — отношение спинового расщепления к орбитальному расщеплению, m_c и m_s — соответственно циклотронная и спиновая массы.

По формуле (25) были вычислены величины магнитных полей максимумов квантовых осцилляций сопротивления $\rho_{22}(H)$, соответствующие выходу квантового уровня Ландау под номером N на уровень Ферми. Эти значения указаны вертикальными отрезками в верхней части рис. 2. Наблюдается хорошее согласие расчетных значений магнитных полей с экспериментальными

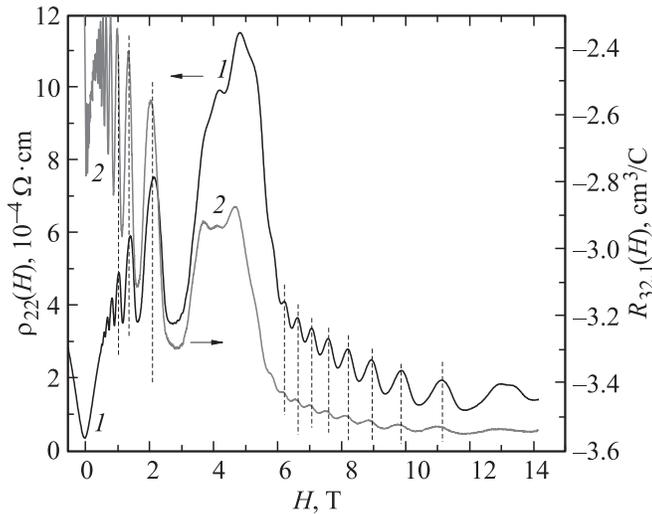


Рис. 4. Зависимости сопротивления ρ_{22} (1) и коэффициента Холла $R_{32.1}$ (2) от магнитного поля, направленного вдоль бинарной оси ($\mathbf{H} \parallel \mathbf{C}_2$, $\mathbf{j} \parallel \mathbf{C}_1$), при температуре $T = 1.6$ К. Образец сплава с концентрацией электронов $n = 2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$. Вертикальные штриховые прямые проведены через максимумы осцилляций сопротивления $\rho_{22}(H)$.

значениями магнитных полей максимумов осцилляций сопротивления $\rho_{22}(H)$.

Отметим, что на рис. 3 прямая линия, проведенная по вычисленным по формуле (25) значениям магнитных полей для номеров N квантовых осцилляций сопротивления, не проходит через нуль из-за присутствия в формуле (25) постоянного слагаемого $(1/2 + s\gamma/2)$.

Для квантовых осцилляций коэффициента Холла, представленных на рис. 2, наблюдается существенное спиновое расщепление максимумов от $N = 2$ до 6. В то же время для квантовых осцилляций сопротивления спиновое расщепление наблюдается только для максимума с $N = 2$. Отметим, что в полупроводниках $A^{\text{III}}B^{\text{V}}$ спиновое расщепление наиболее заметно на осцилляциях сопротивления, а не коэффициента Холла.

Для этого же образца (концентрация электронов $n = 2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$) на рис. 4 представлены зависимости сопротивления $\rho_{22}(H)$ и коэффициента Холла $R_{32.1}(H)$ от магнитного поля, направленного вдоль бинарной оси ($\mathbf{H} \parallel \mathbf{C}_2$, $\mathbf{j} \parallel \mathbf{C}_1$), при температуре $T = 1.6$ К. Через максимумы осцилляций сопротивления $\rho_{22}(H)$ проведены вертикальные штриховые линии, которые и в этом случае проходят также и через максимумы осцилляций коэффициента Холла $R_{32.1}(H)$, т.е. квантовые осцилляции $R_{32.1}(H)$ и $\rho_{22}(H)$ при $\mathbf{H} \parallel \mathbf{C}_2$ синфазны. Это уже отмечалось в нашей работе [8], в которой было показано, что осцилляции сопротивления и модуля (отрицательного) коэффициента Холла при $\mathbf{H} \parallel \mathbf{C}_2$ находятся в противофазе. Из-за сильной анизотропии электронного спектра сначала (в магнитных полях, меньших 6 Т) наблюдаются квантовые осцилляции сопротивления $\rho_{22}(H)$ и коэффициента Холла $R_{32.1}(H)$ для

электронов побочных эллипсоидов (рис. 4), поскольку в этих полях для них выполняется условие классически сильного магнитного поля ($\omega\tau > 1$), которое не выполняется для электронов главного эллипсоида [8]. В магнитном поле $H \sim 5.5$ Т достигается условие квантового предела для электронов побочных эллипсоидов, и они перетекают в главный эллипсоид. В больших магнитных полях ($H > 6$ Т) условие классически сильного магнитного поля начинает выполняться для электронов главного эллипсоида и для них наблюдаются квантовые осцилляции магнетосопротивления и коэффициента Холла. В работе [8] этот электронный топологический переход обсуждался на примере сплава с концентрацией электронов $n \sim 1.6 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ при той же ориентации ($\mathbf{H} \parallel \mathbf{C}_2$). Представленные в настоящей работе результаты исследования квантовых осцилляций $\rho_{22}(H)$ и $R_{32.1}(H)$ для образца с большей концентрацией электронов ($n = 2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$) в магнитных полях при $\mathbf{H} \parallel \mathbf{C}_2$ согласуются с результатами и выводами работы [8]. Отметим также, что и после перетекания электронов в главный эллипсоид (т.е. после перехода от трехдолинного к однодолинному полупроводнику) квантовые осцилляции коэффициента Холла $R_{32.1}(H)$ и сопротивления $\rho_{22}(H)$ также находятся в фазе, что видно из рис. 4 (в полях > 6 Т).

Для анализа полевой зависимости проводимости в квантовом пределе $\hbar\omega_c/2 \geq E_F$ удобно рассмотреть результаты, полученные при ориентации магнитного поля вдоль наиболее симметричной тригональной оси \mathbf{C}_3 . При этой ориентации переход от измеренных компонент тензора сопротивления к компонентам тензора проводимости имеет наиболее простой вид, упрощаются и теоретические выражения для проводимостей (формулы (21), (22)).

На рис. 5 приведены зависимости диагональной компоненты тензора проводимости $\sigma_{22} = \rho_{22}/(\rho_{22}^2 + \rho_{12}^2)$ и недиагональной компоненты $\sigma_{21}(H) = \rho_{12}/(\rho_{22}^2 + \rho_{12}^2) = R_{12.3}H/(\rho_{22}^2 + \rho_{12}^2)$, а также коэффициента Холла $R_{12.3}(H)$ от магнитного поля при $\mathbf{H} \parallel \mathbf{C}_3$, $\mathbf{j} \parallel \mathbf{C}_1$ для образца сплава $\text{Vi}_{0.93}\text{Sb}_{0.07}$ с концентрацией электронов $n = 1.2 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ при $T = 1.8$ К. Приведенные зависимости $\sigma_{22}(H)$, $\sigma_{21}(H)$ и $R_{12.3}(H)$ является типичными для исследованных образцов сплава $\text{Vi}_{0.93}\text{Sb}_{0.07}$ с разными концентрациями электронов. На рис. 5 можно выделить несколько областей магнитного поля, соответствующих выполнению следующих условий: область слабого магнитного поля, область классически сильного магнитного поля, области квантовых осцилляций и квантового предела. Магнитное поле H_1 на рис. 5 обозначает границу перехода проводимостей из области слабых магнитных полей ($\omega_c\tau \ll 1$, $\sigma_{21}(H) \ll \sigma_{22}(H)$) при $H < H_1$ в область классически сильных магнитных полей ($\omega_c\tau \gg 1$, $\sigma_{21}(H) \gg \sigma_{22}(H)$) при $H > H_1$. Значения магнитных полей H_1 для исследованных образцов представлены в таблице, они имеют следующую зависимость от энергии Ферми: $H_1 \sim E_F^{5/2}$.

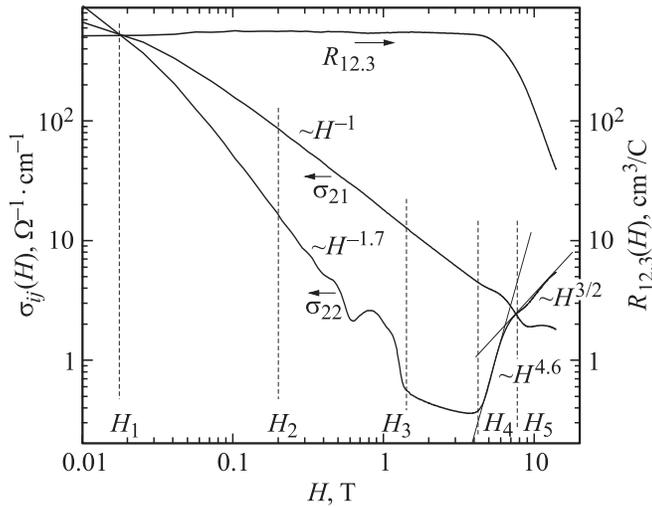


Рис. 5. Зависимости диагональной компоненты тензора проводимости σ_{22} и недиагональной компоненты σ_{21} , а также модуля коэффициента Холла $R_{12,3}$ от магнитного поля при $\mathbf{H} \parallel \mathbf{C}_3, \mathbf{j} \parallel \mathbf{C}_1$ для образца сплава $\text{Bi}_{0,93}\text{Sb}_{0,07}$ с концентрацией электронов $n = 1.2 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ при $T = 1.8 \text{ K}$. H_1 — магнитное поле границы перехода из области слабых магнитных полей в область классических сильных магнитных полей при $H > H_1$; H_2 — магнитное поле начала квантовых осцилляций; H_3 — магнитное поле квантового предела $\hbar\omega_c/2 \geq E_F$; H_4 — характерное магнитное поле начала интенсивного роста проводимости σ_{22} ; H_5 — магнитное поле пересечения зависимостей $\sigma_{22}(H)$ и $\sigma_{21}(H)$.

В области классически сильных магнитных полей, начиная с некоторого магнитного поля H_2 (рис. 5), наблюдаются квантовые осцилляции для проводимостей $\sigma_{ij}(H)$ и коэффициента Холла $R_{12,3}(H)$. В этой области магнитных полей ($H > H_2$) для представленного образца наблюдаются зависимости $\sigma_{22}(H) \sim H^{-1.7}$, $\sigma_{21}(H) \sim H^{-1}$. Теория кинетических явлений в полупроводниках в сильных магнитных полях предлагает следующие зависимости: $\sigma_{22}(H) \sim H^{-2}$ (см. (3)), $\sigma_{21}(H) = nec/H$ (см. (16)) и именно такие зависимости наблюдаются для образцов сплава с концентрацией электронов, большей чем $n = 1.2 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Квантовые осцилляции продолжаются с ростом магнитного поля до тех пор, пока все электроны не перейдут на нулевой уровень Ландау (квантовый предел $\hbar\omega_c/2 \geq E_F$), что происходит в магнитном поле H_3 на рис. 5. Значения магнитных полей H_3 для исследованных образцов сплава представлены в таблице, они имеют следующую зависимость от энергии Ферми: $H_3 \sim E_F^{3/2}$.

Дальнейшее увеличение магнитного поля выше некоторого характерного поля H_4 приводит к достаточно интенсивному росту диагональной проводимости $\sigma_{22}(H) \sim H^{4.6}$. Для исследованных образцов сплава с различной концентрацией электронов показатель степени k в полевой зависимости $\sigma_{22}(H) \sim H^k$ находится в интервале $4 \leq k \leq 4.6$ ($k = 4$ для $n = 3.5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $k \cong 4$ для $n = 1.6 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ и $k = 4.6$ для $n = 1.2 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$).

Крутая зависимость проводимости $\sigma_{22}(H) \sim H^k$ подтверждает предсказания теории, представленные формулами (21), (22) в разделе 3. Согласно теории, интенсивный рост σ_{22} с магнитным полем ($\sigma_{22}(H) \sim H^k$) в квантовом пределе связан с интенсивным рассеянием электронов на примесях и акустических фононах. В нашей работе [11] для сплавов $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$ с $0.07 < x < 0.16$ и концентрацией электронов $n \cong 1 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ проведен анализ механизмов рассеяния электронов на примесях (в том числе сплавное рассеяние) и на акустических фононах, для состава с $x = 0.07$ интенсивности этих двух механизмов рассеяния сравнимы.

Закон возрастания σ_{22} в квантовом пределе экспериментально до сих пор надежно не установлен. В нашей работе [12] было проведено такое исследование на образцах $n\text{-InSb}$. Но в этих образцах в квантовом пределе проявилось и другое явление — магнитное вымораживание [2,12]. В сильном магнитном поле меняются условия равновесия между электронами в зоне проводимости и на легирующей примеси. Электроны в магнитных полях квантового предела более интенсивно закрепляются на примесных уровнях, и концентрация электронов [проводимости в зоне] резко уменьшается. Именно этот процесс определяет в основном полевые зависимости электропроводности при магнитном вымораживании, что и наблюдалось в $n\text{-InSb}$. В настоящем исследовании на полупроводниковых сплавах Bi-Sb зависимости постоянной Холла и проводимостей σ_{21} и σ_{22} от магнитного поля в области полей квантового предела являются более сложными, но исходя из зависимости $R_{12,3}(H)$ можно утверждать, что уменьшения концентрации электронов с ростом магнитного поля не происходит, и магнитное вымораживание не проявляется. Это позволяет исследовать полевые зависимости σ_{22} в квантовом пределе.

Проводимость $\sigma_{22}(H)$ в магнитном поле вблизи H_5 из зависимости $\sigma_{22}(H) \sim H^{4.6}$ переходит в зависимость $\sigma_{22} \sim H^{3/2}$. Показатель степени уменьшается приблизительно в 3 раза, но рост проводимости σ_{22} все же продолжается. В то же время зависимость холловской проводимости σ_{21} от магнитного поля остается практически неизменной $\sigma_{21} \sim H^{-1}$ (кроме небольшой осцилляции в магнитных полях вблизи H_5), и в полях $H > H_5$ изменяется относительная величина проводимостей σ_{22} и σ_{21} : теперь $\sigma_{22}(H) > \sigma_{21}(H)$.

Для анализа экспериментальных данных в квантовом пределе были использованы формулы (21) и (22) во всем интервале магнитных полей вплоть до величин, когда σ_{22} сравнивается с σ_{21} и даже превосходит ее. Однако формулы (21) и (22) получены в предположении, что рассеяние является слабым. В некоторых работах (например, [13]) в качестве критерия, определяющего пределы применимости этого подхода, предлагалось неравенство

$$\sigma_{21} \gg \sigma_{22}. \quad (26)$$

Поскольку σ_{22} пропорциональна величине рассеяния, а σ_{21} от рассеяния не зависит, этот критерий представля-

ется слишком строгим, установление истинного критерия применимости подхода Адамса–Холстейна требует дополнительного анализа. В то же время рассмотрение экспериментальных данных рис. 5 показывает, что и в области полей вблизи H_5 полевая зависимость σ_{21} не претерпевает существенных изменений, а σ_{22} продолжает увеличиваться (но с меньшей степенью), так что нет достаточных оснований ограничиваться малым интервалом магнитных полей, удовлетворяющих критерию (26), применяя формулы (21) и (22), следующие из теории Адамса и Холстейна.

Уменьшение показателя степени k в степенной зависимости проводимости $\sigma_{22}(H) \sim H^k$ в магнитном поле вблизи H_5 от $k = 4.6$ до 1.5 может быть связано с двумя причинами. Во-первых, известно, что в квантовом пределе $\hbar\omega_c/2 \geq E_F$ при увеличении магнитного поля нарушается критерий применимости Ферми-статистики [2] и происходит переход к статистике Больцмана. Предварительный анализ зависимости σ_{22} от магнитного поля при использовании функции распределения Больцмана показал, что в этом случае можно ожидать значений $k \leq 1$. Во-вторых, в магнитных полях квантового предела энергия примесного уровня может сравниваться с энергией нулевого уровня Ландау. Это будет приводить к сильному резонансному взаимодействию электронов, локализованных на примесном уровне, и электронов, движущихся в зоне проводимости, что может существенно исказить картину движения свободных электронов.

5. Заключение

Проведено исследование зависимости сопротивления ρ и коэффициента Холла R от магнитного поля на монокристаллических образцах полупроводниковых сплавов $n\text{-Bi}_{0.93}\text{Sb}_{0.07}$ с концентрацией электронов $1 \cdot 10^{16} < n < 2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ при направлении магнитного поля как вдоль тригональной оси, так и вдоль бинарной оси. При $\mathbf{H} \parallel \mathbf{C}_3$ наблюдавшиеся квантовые осцилляции ρ и R связаны с электронами трехдолинного полупроводника, а при $\mathbf{H} \parallel \mathbf{C}_2$ наблюдаются отдельно осцилляции, связанные как с электронами побочных эллипсоидов, так и с электронами главного эллипсоида (после перетекания электронов из побочных эллипсоидов в главный эллипсоид). Установлено, что во всех рассмотренных случаях квантовые осцилляции коэффициента Холла и сопротивления находятся в фазе по магнитному полю.

Величины магнитных полей, соответствующие выходу квантового уровня Ландау под номером N на уровень Ферми, вычисленные по формуле (25), хорошо согласуются с экспериментальными значениями магнитных полей максимумов осцилляций сопротивления $\rho_{22}(H)$. Для квантовых осцилляций коэффициента Холла наблюдается существенное спиновое расщепление минимумов для осцилляций с номерами от $N = 2$ до 6.

Для образцов сплава с различной концентрацией электронов в магнитных полях квантового предела

$\hbar\omega_c/2 \geq E_F$ экспериментально подтверждена растущая зависимость проводимости от магнитного поля при наличии рассеяния электронов $\sigma_{22}(H) \sim H^k$, которая получена теоретически еще в 1959 г. Адамсом и Холстейном [10]. Теоретическая оценка показателя степени, сделанная нами для анизотропного непараболического полупроводника, приводит к значениям k , близким к экспериментальным значениям $4 \leq k \leq 4.6$.

Дальнейшее увеличение магнитного поля обуславливает изменение полевой зависимости проводимости от $\sigma_{22}(H) \sim H^{4.6}$ к $\sigma_{22} \sim H^{3/2}$ и переход к неравенству $\sigma_{22}(H) > \sigma_{21}(H)$. Уменьшение показателя степени k может быть связано как со сменой Ферми-статистики статистикой Больцмана, так и с резонансным взаимодействием электронов на нулевом уровне Ландау с электронами на примесном уровне у дна зоны проводимости.

Список литературы

- [1] И.М. Лифшиц, М.Я. Азбель, М.И. Каганов. Электронная теория металлов. Наука, М. (1971). 415 с.
- [2] Б.М. Аскеров. Кинетические эффекты в полупроводниках. Наука, Л. (1970). 303 с.
- [3] Д. Шенберг. Магнитные осцилляции в металлах. Мир, М. (1986). 678 с.
- [4] Н.Б. Брандт, С.М. Чудинов. Экспериментальные методы исследования энергетических спектров электронов в металлах. Изд-во МГУ, М. (1983). 405 с.
- [5] С.С. Шалыт, А.Л. Эфрос. ФТТ **4**, 1233 (1962).
- [6] Б.М. Аскеров. Электронные явления переноса в полупроводниках. Наука, М. (1985). 318 с.
- [7] В.И. Бочегов, К.Г. Иванов, Н.А. Родионов. ПТЭ **2**, 218 (1980).
- [8] В.И. Редько, В.Д. Каган, М.П. Волков. ЖЭТФ **138**, 271 (2010).
- [9] Г.Л. Бир, Г.Е. Пикус. Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках. Наука, М. (1972). 584 с.
- [10] E.N. Adams, T.D. Holstein. J. Phys. Chem. Solids **10**, 254 (1959).
- [11] В.Д. Каган, Н.А. Редько, Н.А. Родионов, В.И. Польшин. ЖЭТФ **122**, 377 (2002).
- [12] В.В. Косарев, Н.А. Редько, В.И. Белицкий. ЖЭТФ **100**, 492 (1991).
- [13] В.Л. Гуревич, Ю.А. Фирсов. ЖЭТФ **40**, 199 (1961).