КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ МОДУЛЯЦИЯ НЕКВАДРАТИЧНОГО ЗАКОНА ДИСПЕРСИИ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА ВНЕШНИМ ВЫСОКОЧАСТОТНЫМ ПОЛЕМ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Ф. Г. Басс, О. М. Евтушенко, А. П. Панчеха

Институт радиофизики и электроники Академии наук Украины, 310085, Харьков, Украина
(Получено 28 января 1993 г. Принято к печати 23 апреля 1993 г.)

Последние несколько десятков лет полупроводники с неквадратичным экраном дисперсии вызывают большой интерес исследователей богатством и разнообразием электронных свойств. Обычно рассматриваются явления с теми же характерными пространственными и временными масштабами, что и вызвавшие их силы. В данной работе мы представим низкочастотные (НЧ) проявления наложенных на среду внешних высокочастотных (ВЧ) полей и исследуем вкратце физические следствия для полупроводников со сверхрешеткой (СР). Низкочастотность здесь понимается только относительно частоты внешнего ВЧ поля, так что в абсолютных величинах характерные частоты могут быть достаточно велики (до $10^{10} \div 10^{12}$ Гц).

Общая схема

Рассмотрим электронный газ с произвольным законом дисперсии во внешнем (для определенности — электромагнитном) ВЧ поле, которое описывается скалярным $\varphi_{\rm hf}$ (1а) или векторным $\mathrm{A}_{\rm hf}$ (1б) потенциалами

$$H = \varepsilon(p) + U_{\rm lf}(x) + \varphi_{\rm hf}(x, t), \tag{1а}$$

$$H = \varepsilon\left[\mathrm{p} - \frac{e}{c}\mathrm{A}_{\rm lf}(\mathrm{r}) - \frac{e}{c}\mathrm{A}_{\rm hf}(\mathrm{r}, t)\right] + U_{\rm lf}(\mathrm{r}), \tag{1б}$$

где $\varepsilon(p)$ — закон дисперсии, $U_{\rm lf}(x)$, $\mathrm{A}_{lf}(r)$ и $\varphi_{\rm hf}(x, t)$, $\mathrm{A}_{hf}(r, t)$ — НЧ и ВЧ скалярный и векторный потенциалы соответственно. Положим, что спектр ВЧ потенциала сосредоточен в области выше частоты $\omega_{\rm hf}$, а в его отсутствие спектр величин $\varepsilon[p(t)]$, $U_{\rm lf}[x(t)]$, $\mathrm{A}_{\rm lf}[\mathrm{r}(t)]$ сосредоточен в области ниже $\omega_{\rm lf}$; величина $\Omega = \omega_{\rm lf}/\omega_{\rm hf} \ll 1$ — малый параметр. Малость амплитуды ВЧ поля не предполагается. Случай

$$\begin{cases} \mathrm{A}_{\rm hf} \neq 0 \\ \varphi_{\rm hf} \neq 0 \end{cases}$$

нами здесь не приводится из-за громоздкости формул. В принципе он может быть сведен к гамильтониану (1б) с использованием калибровочной инвариантности потенциалов ВЧ поля.

Основная идея состоит в том, что инерционность носителей заряда обусловливает их малый отклик даже на сильные внешние ВЧ поля, что позволяет существенно упростить выражения (1а), (1б). Здесь мы следуем методике П. Л. Капицы [1] и М. А. Миллера [2], предложенный ими для квадратичного закона дисперсии.

Реализация этой идеи вкратце состоит в следующем.

1. Координата и импульс (1а) или кинематический импульс (1б) частицы представляются суммой ВЧ и НЧ слагаемых. При этом предполагаются следующие свойства

$$\left\langle \begin{bmatrix} \mathbf{p}(t) \\ \mathbf{r}(t) \end{bmatrix}_{\mathrm{hf}} \right\rangle = 0; \quad \left\langle \begin{bmatrix} U\,[x_{\mathrm{lf}}(t)] \\ \varepsilon\,[p_{\mathrm{lf}}(t)] \\ \mathrm{A}_{\mathrm{lf}}(\mathbf{r}_{\mathrm{lf}}(t)] \end{bmatrix} \right\rangle = \begin{bmatrix} U\,[x_{\mathrm{lf}}(t)] \\ \varepsilon\,[p_{\mathrm{lf}}(t)] \\ \mathrm{A}_{\mathrm{lf}}(\mathbf{r}_{\mathrm{lf}}(t)] \end{bmatrix};$$

где $\langle \ldots \rangle$ — оператор усреднения по ВЧ временным масштабам. Второе условие означает, что мы полагаем при вычислениях ВЧ части функций $U\,[x_{\mathrm{lf}}(t)]$, $\varepsilon\,[p_{\mathrm{lf}}(t)]$ и $\mathrm{A}_{\mathrm{lf}}\,[\mathbf{r}_{\mathrm{lf}}(t)]$ пренебрежимо малыми, что означает плавность этих функций. Явный вид сделанных предположений обсуждается далее. Считая ВЧ составляющие координат и импульсов малыми, уравнения движения можно разложить в ряд по ВЧ слагаемым и, усреднив, разделить уравнения для ВЧ и НЧ компонент канонических переменных. При этом выделяется малый параметр Ω. Далее, мы ограничимся слагаемыми до Ω^2 включительно. Анализ корректности этого ограничения дан далее.

2. С нужной степенью точности уравнения для ВЧ переменных интегрируются элементарно. При этом в случае (1б) необходимы уравнения Максвелла для исключения магнитной компоненты поля.

3. Используя выражения для ВЧ слагаемых канонических переменных, получим явные уравнения движения для НЧ компонент.

В обоих случаях, (1а) и (1б), уравнения сохраняют гамильтонову структуру, несмотря на неканоничность сделанных преобразований. В отличие от работ [1, 2] из-за неквадратичности закона дисперсии конечный результат должен формулироваться в терминах эффективного гамильтониана. Полагая

$$\varphi_{\mathrm{hf}} = \int [f_c(x)\cos(\omega_{\mathrm{hf}}t) + f_s(x)\sin(\omega_{\mathrm{hf}}t)]\,dx, \tag{2а}$$

$$\mathrm{A}_{\mathrm{hf}} = \frac{ic}{\omega_{\mathrm{hf}}}\,\mathbf{E}(\mathbf{r})\exp(-i\omega_{\mathrm{hf}}t), \tag{2б}$$

где f_c, f_s, $\mathbf{E}$ — амплитуды ВЧ силы и напряженность электрического поля, получим следующие выражения для эффективного гамильтониана

$$H = \varepsilon(p) + U_{\mathrm{lf}}(x) - \frac{1}{4}\left|\frac{\Omega}{\omega_{\mathrm{lf}}}\right|^2 \frac{d^2\varepsilon(p)}{dp^2}\,[f_c^2(x) + f_s^2(x)], \tag{3а}$$

$$H = \varepsilon\left[\mathbf{p} - \frac{e}{c}\mathrm{A}_{\mathrm{lf}}(\mathbf{r})\right] + U_{\mathrm{lf}}(\mathbf{r}) - \frac{e^2}{4}\left|\frac{\Omega}{\omega_{\mathrm{lf}}}\right|^2 \sum_{i,k}\frac{d^2\varepsilon(p)}{dp_i dp_k}E_i(\mathbf{r})\,E_k(\mathbf{r}). \tag{3б}$$

Физические следствия

С формальной точки зрения, эффективный гамильтониан (3) отличается от результатов [1, 2] заменой массы на эффективную массу. Однако ВЧ добавка к гамильтониану в данном случае зависит от импульса частицы, что обусловливает ряд качественно новых следствий.

Как видно из выражений (3а), (3б), присутствие ВЧ поля приводит к пространственной модуляции закона дисперсии частиц. Заметим, что амплитуда модуляции определяется как параметрами ВЧ поля (напряженностью и частотой), так и свойствами полупроводника, зависящими от вида $\varepsilon(p)$. Так как мы не предполагали при расчетах амплитуду ВЧ волны малой, то модуляция для типичных полупроводников может быть достаточно большой и по порядку величины сравнимой с характерными параметрами энергетических зон полупроводника без нарушения корректности используемого метода. Таким образом, выражения (3а), (3б) описывают существенную модификацию любых НЧ явлений, контролируемую внешними ВЧ полями.

Для иллюстрации рассмотрим полупроводник с квантовой одномерной СР. Закон дисперсии электронов в одноминизонном приближении имеет вид

$$\varepsilon(p) = -\Delta \cos(pd/\hbar).$$

Здесь Δ и d — полуширина минизоны и период СР, $\hbar$ — постоянная Планка. Эффективный гамильтониан в случае (2а) принимает вид

$$H = -\Delta(1-\xi)\cos\left(\frac{pd}{\hbar}\right) + U_{\mathrm{lf}}(x),$$

$$\xi = \left|\Omega\frac{d}{\omega_{\mathrm{lf}}\hbar}\right|^2 \frac{f_s^2(x) + f_c^2(x)}{4}. \tag{4}$$

При том имеем следующее.

1. Для бегущих волн $\xi = eEd/(\omega_{\mathrm{hf}}\hbar)$, происходит эффективное сжатие ширины минизоны. В случае $\xi \equiv 1$ система понижает свою размерность на 1.

2. Для стоячих волн, $\xi = eEd/(\omega_{\mathrm{hf}}\hbar)\cos(kx)$, в системе возникает новая пространственная периодичность непотенциального типа. Образуются группы электронов, движение которых вдоль оси СР финитно; появляется новый временной масштаб — периодичность осцилляций локализованных носителей заряда. При $\xi \geq 1$ локализуются все электроны.

3. В случае $\xi \geq 1$ в системе существуют пространственные области с обратным знаком эффективной массы. В этих областях электроны и дырки меняются местами.

4. Аналогично эффекту Капицы малые ВЧ поля могут изменить тип стационарных точек.

Детальные вычисления и обсуждения результатов будут представлены в последующих работах.

Область корректности и типичные значения

Следующие члены разложения уравнений движения не имеют гамильтоновой структуры. Для полупроводника со СР они малы по сравнению с оставленными при выполнении следующего условия

$$\frac{1}{2\omega_{\mathrm{hf}}^3}\left|\frac{d^3\varepsilon\,(p)}{dp^3}\left(f_c\,\frac{df_s}{dx}-f_s\,\frac{df_c}{dx}\right)\right| \ll 1. \tag{5}$$

Условие отсутствия ВЧ гармоник в зависимостях $\mathbf{r}_{\mathrm{lf}}(t)$, $\mathbf{p}_{\mathrm{lf}}(t)$, $\varepsilon\,[\mathbf{p}_{\mathrm{lf}}(t)]$, $U\,[\mathbf{r}_{\mathrm{lf}}(t)]$ и $f_{c,s}\,[x\,(t)]$ может быть проверено прямой подстановкой зависимости НЧ канонических переменных от времени в соответствующие выражения.

Для СР с типичными параметрами $\Delta \sim 0.1$ эВ, $d \sim 10$ нм, в которой распространяется продольная электромагнитная волна с частотой $\omega_{\mathrm{hf}} \sim 10^{12}$ Гц, амплитудой $E \sim 10^5$ В/м и мощностью $\sim 10^2$ Вт, глубина модуляции составляет 25% и выше, а предельное значение $\omega_{\mathrm{lf}} \sim 10^{10}$ Гц.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теоретическая физика, Т. 1. Механика, 217. М. (1988).

[2] А. В. Гапонов, М. А. Миллер. ЖЭТФ, **34**, 242 (1958).

Редактор Л. В. Шаронова