

## СПЕКТР ТОКОВОГО ШУМА МИКРОПЛАЗМЫ ПРИ ВЫСОКОИМПЕДАНСНОМ ВКЛЮЧЕНИИ ДИОДА

А. Н. Ионовенков, О. В. Константинов, В. И. Пирогов

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук, 194021, Санкт-Петербург, Россия

(Получена 31 октября 1992 г. Принята к печати 11 января 1993 г.)

Прямоугольные импульсы тока микроплазмы со случайными моментами включения и выключения при большом сопротивлении внешней цепи искажаются, их форма становится близкой к треугольной. Теоретически показано, что низкочастотная составляющая шумового спектра при этом может существенно возрасти, а высокочастотная составляющая тогда будет подавлена.

*Введение.* Известно [1], что микроплазменные пульсации возникают в полупроводниковых диодах с так называемой «жесткой» вольт-амперной характеристикой (ВАХ) на участке, предшествующем развитому лавинному пробоя. На рис. 1 показана ВАХ подобного типа, состоящая из трех участков — допробойного, где ток практически равен нулю, предпробойного с почти линейной зависимостью ток—напряжение (жесткий участок) и практически вертикального участка развитого лавинного пробоя. Обычно наклон ВАХ на жестком участке соответствует сопротивлению  $\sim 1$  кОм. Поэтому низкоимпедансному включению диода соответствует сопротивление внешней цепи порядка сотни Ом, а высокоимпедансному — порядка десятков или сотни кОм. Жесткий участок специфичен как для диодов с естественной микроплазмой, так и для диодов с так называемой «искусственной» микроплазмой. В последнем случае диод представляет собой низковольтный  $p^+-n$ -переход диаметром в несколько микрометров, окруженный охранным кольцом на основе высоковольтного  $p^-—n$ -перехода с наружным диаметром в сотни микрометров.

Микроплазменные пульсации существуют в узкой области напряжений порядка нескольких десятых Вольта, вблизи начала жесткого участка. На рис. 1 эта область заштрихована.

Обычно микроплазменные пульсации наблюдают в условиях низкоимпедансного включения диода. При этом зависимость тока микроплазмы от времени представляет собой последовательность практически прямоугольных импульсов со случайной длительностью импульса и со случайной продолжительностью паузы. Однако значение тока в импульсе  $I_1$  почти не испытывает флуктуаций (рис. 2, а). В литературе для описания такой последовательности импульсов используют образ телеграфного ключа со случайными моментами включения и выключения.

Известно [1], что при увеличении сопротивления нагрузки во внешней цепи происходят значительные изменения формы импульса: возникает завал переднего фронта, который при высокоимпедансном включении превращается в линейное нарастание тока, так что форма импульса становится при этом скорее треугольной, как это показано на рис. 2, б. При этом возникает значительный разброс по величине максимального значения тока. Это дает основания полагать, что шум тока при высокоимпедансном включении становится более интенсивным, чем

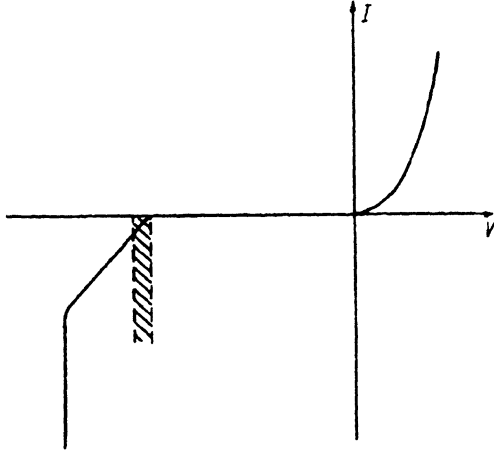


Рис. 1. ВАХ диода с жестким пробоем. Заштрихована область микроплазменных пульсаций.

при низкоимпедансном. В литературе, однако, прямое утверждение подобного рода не было обосновано, поскольку известна лишь формула для спектра токового шума при низкоимпедансном включении. Она была впервые получена Буржессом [2-4]. Что же касается спектра шумового тока при высокоимпедансном включении, то такого рода формула в литературе отсутствует, и цель настоящей работы состоит в ее выводе.

### 1. Результаты работы

Приведем сначала формулу для спектра шума микроплазмы при низкоимпедансном включении, полученную Буржессом [2], несколько изменив ее вид. В часто цитируемую формулу Буржесса входит импульсное значение тока  $I_1$ . Для наших целей удобнее записать эту формулу так, чтобы в нее входило не максимальное значение тока  $I_1$ , а его средняя по времени величина  $\bar{I}$ , которая связана с максимальным значением следующим образом:

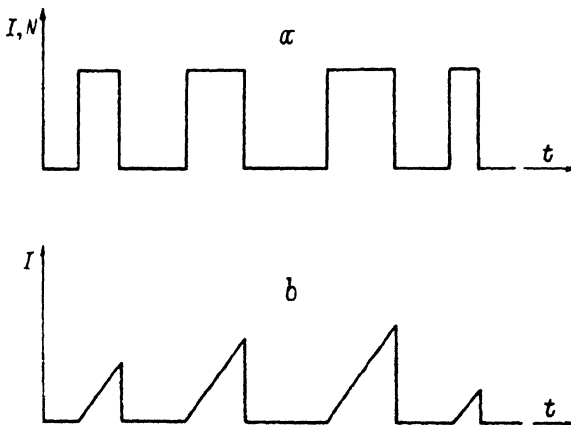


Рис. 2. *a* — зависимость тока частиц в микроплазме от времени  $N(t)$  и зависимость тока от времени  $I(t)$  при низкоимпедансном включении; *b* — зависимость тока от времени  $I(t)$  при высокоимпедансном включении.

$$\bar{I} = \frac{\tau_1}{\tau_1 + \tau_0} I_1, \quad (1)$$

$$\tau = \frac{\tau_0 \tau_1}{\tau_0 + \tau_1}. \quad (2)$$

Здесь  $\tau_1$  и  $\tau_0$  — средние продолжительности импульса тока и паузы соответственно. Тогда спектральная плотность микроплазменных пульсаций тока  $S_I(\omega)$  при низкоимпедансном включении диода будет равна

$$S_I(\omega) = \frac{4\tau_0^2}{\tau_1 + \tau_0} \frac{\bar{I}^2}{1 + \omega^2\tau^2}.$$

Для нас удобство этой формулы заключается в том, что в нее входит величина  $\bar{I}$ , а не  $I_1$ , поскольку в высокоимпедансном случае импульс тока не является прямоугольным и никакого значения  $I_1$  не существует.

Далее будет показано, что спектральная плотность микроплазменных пульсаций тока  $S_I^{(R)}(\omega)$  при произвольном значении сопротивления внешней нагрузки  $R$  будет равна

$$S_I^{(R)}(\omega) = S_I(\omega) \left( \frac{\tau_1 + \tau_R}{\tau_1} \right)^2 \frac{1}{1 + \omega^2\tau_R^2}, \quad (3)$$

где

$$\tau_R = RC \quad (4)$$

— время зарядки  $RC$ -цепочки, содержащей внешнее сопротивление  $R$  и барьерную емкость диода  $C$ , а  $S_I(\omega)$  — спектральная плотность шума тока при нулевом внешнем сопротивлении, определяемая формулой (2). В правой части (3) содержатся два дополнительных множителя. Первый множитель, как и ожидалось, усиливает интенсивность шума. Он становится большим пропорционально  $(\tau_R/\tau_1)^2$ , когда  $\tau_R \gg \tau_1$ . Второй множитель содержит зависимость от частоты  $\omega$  и приводит к значительному сужению спектра шума при  $\tau_R \gg \tau_1$ . В этом случае спектр шума тока имеет протяженность лишь до частоты

$$f_{\max} = 1/2\pi RC, \quad (5)$$

которая связана с сопротивлением внешней цепи и емкостью диода.

## 2. Уравнение Ланжевена для пульсаций числа носителей в микроплазме

Целью настоящего раздела является построение кинетического уравнения для полного числа частиц в микроплазме  $N(t)$ . Такое уравнение было установлено Буржессом [2] по существу на основе теоретического обобщения экспериментальных фактов, касающихся пульсаций тока в режиме случайного телеграфного ключа. Поскольку в литературе дается лишь фрагментарный вывод этого уравнения, мы приведем его с достаточной степенью подробности. Буржесс строит кинетическое уравнение для  $N(t)$  феноменологическим образом, исходя из того, что среднее по времени значение полного числа частиц в микроплазме  $\bar{N}$  связано с амплитудным значением  $N_1$  соотношением, подобным (1), для среднего тока  $\bar{I}$  и максимального тока  $I_1$ , т. е.

$$\bar{N} = \frac{\tau_1}{\tau_1 + \tau_0} N_1. \quad (6)$$

Как написать уравнение кинетики, дающее такое стационарное значение? Очевидно, что имеется способ, по существу единственный:

$$\frac{dN}{dt} = (N_1 - N) \frac{1}{\tau_1} - N \frac{1}{\tau_0} \quad (7)$$

Стационарное решение этого уравнения, когда  $dN/dt = 0$ , и будет уравнением (6). Уравнение (7) дает нужное стационарное значение и описывает экспоненциальный выход на это значение. Однако оно не содержит никаких пульсаций числа частиц в микроплазме. Чтобы эти пульсации получили теоретическое описание, необходимо включить в уравнение кинетики (7) так называемые случайные силы Ланжевена. В этом смысле задача о микроплазменных пульсациях числа частиц полностью аналогична задаче о рекомбинационно-генерационном шуме числа частиц в полупроводнике. По аналогии с этим процессом [5] и вводятся члены, описывающие случайную «генерацию»  $g(t)$  и случайную «рекомбинацию»  $r(t)$  всей микроплазмы как целого:

$$\frac{dN}{dt} = (N_1 - N) \frac{1}{\tau_0} - N \frac{1}{\tau_1} + g(t) - r(t). \quad (8)$$

Функция генерации  $g(t)$  описывает случайные скачки вверх, т. е.

$$g(t) = N_1 \sum_{k=1}^{g_T} \delta(t - t_k). \quad (9)$$

Если производная  $dN/dt$  равна этому выражению, то это и значит, что  $N(t)$  будет испытывать скачок вверх на величину  $N_1$  в любой из моментов времени  $t = t_k$ . Величина  $g_T$  — полное число скачков вверх на отрезке времени длительностью  $T$ , т. е.

$$-T/2 < t < T/2. \quad (10)$$

Функция рекомбинации  $r(t)$  описывает случайные скачки вниз [поскольку на входит в правую часть (8) со знаком минус]:

$$r(t) = N_1 \sum_{s=1}^{r_T} \delta(t - t_s). \quad (11)$$

Величина  $r_T$  — полное число скачков вниз на отрезке времени длительностью  $T$ , который определяется выражением (10). Очевидно, что

$$g_T = r_T \quad (12)$$

при достаточно большом интервале  $T$ , когда число скачков вверх и вниз очень велико.

Условие (12) есть очевидное требование равенства числа скачков вверх числу скачков вниз. Другое дополнительное условие, позволяющее найти  $g_T$  и  $r_T$ , будет выражением любой из этих величин через квазипериод процесса генерации—рекомбинации. Очевидно, что величина квазипериода  $\tau_p$  есть сумма средней продолжительности импульса и среднего значения паузы:

$$\tau_p = \tau_1 + \tau_0. \quad (13)$$

Тогда число актов генерации—рекомбинации  $g_T$  на отрезке времени  $T$  будет равно отношению этого отрезка к квазипериоду:

$$g_T = r_T = \frac{T}{\tau_p} = \frac{T}{\tau_1 + \tau_0} \quad (14)$$

Это и есть дополнительное условие, определяющее величины  $g_T$  и  $r_T$ .

Таким образом, мы установили, следуя работе [2], уравнения Ланжевена для пульсаций числа носителей в микроплазме. Делаем естественное предположение, что эти уравнения не меняют своего вида при изменении сопротивления внешней цепи. В заключение этого раздела найдем фурье-компоненты числа частиц в микроплазме. Для этого разложим в ряд Фурье на интервале времени, даваемом соотношением (10), все величины, входящие в уравнение Ланжевена:

$$N(t) - \bar{N} = \sum_n A_n e^{i\omega_n t}, \quad (15)$$

$$g(t) = \sum_n a_n e^{i\omega_n t}, \quad (16)$$

$$r(t) = \sum_n b_n e^{i\omega_n t}, \quad (17)$$

где

$$\omega_n = 2\pi n/T. \quad (18)$$

Нетрудно найти коэффициенты Фурье  $A_n$  из уравнения Ланжевена (8):

$$A_n = (a_n - b_n) \frac{\tau}{1 + i\omega_n \tau}, \quad (19)$$

где  $\tau$  дается (2). Коэффициенты Фурье  $a_n$  и  $b_n$  находятся из их обычного определения типа

$$a_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} e^{-i\omega_n t} g(t) dt. \quad (20)$$

Подставим в (20) выражение (9) для  $g(t)$ :

$$a_n = \frac{N_1}{T} \sum_{k=1}^{gT} e^{i\omega_n t k}. \quad (21)$$

Следует провести усреднение по всем моментам времени  $t_k$ , в результате чего окажутся не равными нулю только квадратичные члены:

$$\overline{a_n^2} = \overline{b_n^2} = \frac{N_1^2 g_T}{T^2} = \frac{N_1^2}{T(\tau_1 + \tau_0)}. \quad (22)$$

Здесь была использована формула (14) для  $g_T$ . Найдем теперь квадрат модуля  $|A_n|^2$  и усредним по моментам генерации  $t_k$ :

$$\overline{|A_n|^2} = \tau^2 (\overline{a_n^2} + \overline{b_n^2}) / (1 + \omega^2 \tau^2). \quad (23)$$

Величины  $A_n$  — комплексные удобно определить вещественную гармоническую функцию времени:

$$N_\omega(t) = A_n \exp(i\omega_n t) + A_n^* \exp(-i\omega_n t). \quad (24)$$

Эта функция есть сумма двух слагаемых из всей суммы Фурье (15), в которой содержатся члены с  $\omega = \omega_n$  и  $\omega = \omega_{-n}$ . При их записи в форме (24) было использовано условие вещественности

$$A_n^* = A_{-n}.$$

Найдем теперь усредненный по времени квадрат функции  $N_\omega(t)$ . Очевидно, что

$$\overline{N_\omega^2(t)} = 2 \overline{|A_n|^2}. \quad (25)$$

Подставляя в (25) формулы (23) и (22), получим

$$\overline{N_\omega^2} = \frac{4N_1^2}{T(\tau_0 + \tau_1)} \frac{\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2}. \quad (26)$$

### 3. Спектральная плотность микроплазменных пульсаций тока во внешней цепи

Пульсации тока во внешней цепи диода возникают благодаря пульсациям числа частиц в микроплазме. Связь между этими двумя величинами зависит от сопротивления внешней цепи, тогда как пульсации числа частиц от этого сопротивления не зависят. Если внешняя цепь замкнута накоротко, то фурье-гармоники тока и концентрации будут связаны формулой Рамо—Шокли [6, 7]

$$I_\omega = eN_\omega v_s / w, \quad I_1 = eN_1 v_s / w, \quad (27)$$

где  $v_s$  — насыщенная скорость дрейфа носителей,  $w$  — толщина области пространственного заряда (ОПЗ) в диоде. Подобное же соотношение будет справедливо и для постоянных составляющих тока и числа частиц

$$\bar{I} = e\bar{N}v_s / w. \quad (28)$$

Это соотношение является попросту определением тока через заряд, приходящийся на единицу длины ( $e\bar{N}/w$ ) и скорость дрейфа  $v_s$ . Менее тривиальным является соотношение (27) для переменной составляющей тока, когда пакет частиц микроплазмы занимает лишь часть толщины ОПЗ. В этом случае непрерывность тока во всей замкнутой цепи поддерживается за счет тока смещения, протекающего в промежутках между пакетом частиц и проводящими квазинейтральными областями диода. Эта картина и составляет физическое содержание теоремы Рамо—Шокли. Таким образом, при низкоимпедансном включении

$$\overline{I_\omega^2} / \bar{I}^2 = \overline{N_\omega^2} / \bar{N}^2. \quad (29)$$

Подставляя в (29) формулы (1), (26) и (28), получим формулу Буржесса в виде (2).

Рассмотрим теперь спектральную плотность микроплазменного тока при высокоимпедансном включении. В этом случае импульсы числа частиц будут по-прежнему прямоугольными с постоянной высотой  $N_1$ , однако импульсы тока во внешней цепи уже не будут прямоугольными. Это обусловлено нарушением теоремы Рамо—Шокли при наличии конечного сопротивления  $R$  во внешней цепи конденсатора. В нашей работе [8] дано обобщение теоремы Рамо—Шокли на такой случай. Мы показали, что ток во внешней цепи диода будет описываться уравнением

$$\tau_R \frac{dI}{dt} + I(t) = \frac{eN(t)v_s}{w}, \quad (30)$$

где

$$\tau_R = RC, \quad (31)$$

$C$  — барьерная емкость диода. Таким образом, для переменной составляющей тока  $I_\omega$  получим вместо (27) следующее соотношение:

$$I_\omega = \frac{eN_\omega v_s}{w} \frac{1}{1 + i\omega\tau_R}. \quad (32)$$

Это соотношение переходит в (27) лишь в предельном случае, когда

$$\omega\tau_R \ll 1. \quad (33)$$

Кроме того, вследствие существования уравнения (30) вместо формулы Рамо—Шокли оказывается несправедливой формула (1) для постоянной составляющей тока, поскольку никаких импульсов тока с высотой  $I_1$  уже более не существует. Прямоугольный импульс числа частиц  $N(t)$  с высотой прямоугольника  $N = N_1$ , согласно уравнению (30), будет сопровождаться импульсом тока:

$$I(t) = \frac{ev_s}{w} e^{-t/\tau_R} \int_0^t e^{t'/\tau_R} N(t') dt'. \quad (34)$$

Это дает искаженную форму импульса:

$$I(t) = \frac{eN_1 v_s}{w} (1 - e^{-t/\tau_R}), \quad (35)$$

которая становится близкой к треугольной при  $t \ll \tau_R$ . Нас интересует заряд  $q(t_1)$ , перенесенный за время импульса  $t_1$  во внешней цепи:

$$q(t_1) = \int_0^{t_1} I(t) dt. \quad (36)$$

Эту величину следует усреднить по длительности импульса  $t_1$  с помощью распределения Пуассона:

$$\bar{q} = \int_0^\infty e^{-t_1/\tau_1} q(t_1) \frac{dt_1}{\tau_1}. \quad (37)$$

Заряд  $\bar{q}$ , поделенный на квазипериод, и дает стационарное значение тока:

$$\bar{I} = \frac{\bar{q}}{\tau_0 + \tau_1}. \quad (38)$$

Подставляя (37), (36) и (34) в (38) и вычисляя интегралы последовательным интегрированием по частям, получим

$$\bar{I} = \frac{eN_1 v_s}{w} \frac{\tau_1^2}{(\tau_1 + \tau_R)(\tau_1 + \tau_0)}. \quad (39)$$

В пределе малой величины сопротивления, когда  $\tau_R \ll \tau_1$  и  $I_1 = eN_1v_s/w$ , формула (39) переходит в формулу (1). В случае же произвольного значения сопротивления  $R$  формулы (39), (32) и (26) приводят к результату, который дается соотношением (3).

Авторы благодарны Р. А. Сурису за обсуждение работы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] И. В. Грехов, Ю. Н. Сережкин. Лавинный пробой  $p$ — $n$ -переходов в полупроводниках, 104. Л. (1980).
- [2] R. E. Burgess. Can. J. Phys., 37, 730 (1959).
- [3] Ю. К. Пожела, Э. Н. Тамашявичене, А. В. Тамашявичюс. В кн.: Тез. докл. I Всес. конф. по физическим основам твердотельной электроники. Л. (1989).
- [4] Н. Б. Лукьянчикова. Флуктуационные явления в полупроводниках и полупроводниковых приборах. М. (1990).
- [5] А. ван дер Зил. Шумы при измерениях. М. (1979).
- [6] W. Shockley. J. Appl. Phys., 3, 635 (1938).
- [7] Г. А. Гринберг. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. М.—Л. (1948).
- [8] А. Н. Ионовенков, О. В. Константинов, В. И. Пирогов. ЖТФ, 62 (1992).

Редактор Л. В. Шаронова

---