

## ВЛИЯНИЕ СЛУЧАЙНО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ДОНОРОВ НА ДИНАМИКУ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ

А. Л. Санин

Санкт-Петербургский государственный технический университет,  
195251, Санкт-Петербург, Россия  
(Получено 30 ноября 1992 г. Принята к печати 2 декабря 1992 г.)

Рассмотрены различные модели для плотности доноров, учитывающие дискретный и случайный характер распределения их в пространстве. На их основе проведено численное исследование динамических свойств баллистических электронов. Установлены условия, при которых имеет место резонансный отклик на случайное распределение доноров и пространственные электронные колебания с достаточно выраженными периодическими свойствами.

Транспорт баллистических электронов в субмикронных слоях полупроводника, соизмеримых с длиной свободного пробега, существенно зависит от характера распределения донорных примесей в пространстве. Изучение динамических свойств электронов, обусловленных распределением доноров, является актуальной проблемой, ей посвящен ряд исследований, например [1-3]. В работе [1] высказывается критическое отношение к модели желе, когда заряды доноров размазываются по объему, вводится лишь однородная плотность доноров, а дискретность распределения игнорируется. Авторы [1] рассчитали классическим способом флуктуации потенциала, обусловленные случайными дискретными положениями легирующей примеси; они объяснили электрические свойства субмикронного прибора на основе флуктуаций плотности доноров. Роль флуктуаций плотности примесей в явлении инжекции электронов с высокой энергией над барьером исследована в работе [2]. При высоком уровне легирования  $\approx 10^{18}$  см<sup>-3</sup> среднее расстояние между примесными ионами такое же, как и ширина барьера, — порядка 100 Å. Установлено влияние флуктуаций на уширение исходной игольчатой функции распределения по импульсам.

Флуктуации доноров Si в  $\delta$ -слоях в GaAs были исследованы в [3], объемная плотность доноров определялась при помощи выражения

$$n_d = \sigma \sum_{j=1}^J \delta(x - jx_0), \quad (1)$$

где  $\sigma$  — плотность доноров, случайно распределенных по плотности слоя, координата которого  $x = jx_0$ ,  $x_0$  — расстояние между соседними слоями,  $j$  — целое число.

Число исследований, посвященных баллистическому транспорту электронов в субмикронных полупроводниковых слоях с нерегулярным случайным распределением заряженных доноров, следует считать недостаточным. Одна из задач состоит в изучении коллективного отклика, заключающегося в формировании пространственно-периодических структур и свойств электронного тока.

Модель желе для доноров заключается в том, что их заряды представляются размазанными по объему решетки и вводится определение плотности доноров при помощи сглаженной непрерывной функции координат. Такое приближение приемлемо для массивных полупроводников. Роль дискретности может быть несущественной. В зависимости от характера распределения доноров функция плотности может быть однородной на отдельных участках и скачкообразно изменяться через определенные отрезки. В субмикронных полупроводниковых слоях, например в диоде, дискретность и случайный характер распределения доноров могут играть существенную роль в явлениях транспорта электронов. Можно полагать, что переход от случайного распределения доноров к регулярному является медленным процессом. Определение плотности доноров  $n_d$  должно включать указанные особенности. Как один из вариантов рассматривается модельная формула для плотности доноров  $n_d$  в виде

$$n_d = n_d^{(0)} + n_d^{(1)}(x), \quad (2)$$

где  $n_d^{(0)}$  — однородная компонента,  $n_d^{(1)}(x)$  — аппроксимируется случайной функцией типа белого шума. В этом варианте отрезок оси  $x$ , равный  $L$ , делится на одинаковые элементарные отрезки  $\Delta x$ . При этом функцию  $n_d$  можно задать таким образом, чтобы ординаты, проведенные через левую и правую границы одного и же того элементарного отрезка, были одинаковыми, а для разных отрезков представляли случайные величины. Таким образом, фигура, ограниченная функцией  $n_d$  ординатами  $x=0$ ,  $x=L$  и отрезком  $L$  на оси  $x$ , оказывается ступенчатой, состоящей из элементарных прямоугольников. Кроме того, функцию  $n_d$  можно задать таким образом, чтобы ординаты, проведенные через левую и правую границы элементарного отрезка, были различными и являлись случайными величинами. Если вершины соседних ординат соединить прямыми, то получим ломаную линию. Теперь фигура, ограниченная  $n_d$  отрезком  $L$  и ординатами в  $x=0$ ,  $x=L$ , состоит из прямолинейных трапеций. Случайный сигнал  $n_d^{(1)}(x)$  может быть биполярным, тогда среднее значение  $\langle n_d^{(1)}(x) \rangle_L$  на длине  $L$  приблизительно равно нулю. Фурье-спектр случайного сигнала является широкополосным, амплитуды спектральных линий имеют приблизительно одинаковые значения. Полагаем, что  $n_d^{(0)} + n_d^{(1)}(x) > 0$ . Если  $n_d^{(0)} = 0$ , то  $n_d^{(1)}(x)$  — униполярный сигнал. Размер элементарного отрезка  $\Delta x$  соизмерим с величиной расстояния между донорами. Случайные величины имеют равномерное распределение.

Для второго варианта моделирования функция  $n_d$  представляет последовательность униполярных прямоугольных импульсов одной и той же высоты, но расстояния между соседними импульсами — случайные величины. В отличие от (1) импульсы имеют конечную протяженность и конечную высоту. Расстояние между импульсами соответствует расстоянию между донорами. Отдельные расчеты были проведены для гармонического случайного процесса, когда косинус имеет случайную фазу с равномерным распределением вероятностей. Независимо от выбора модели отклик электронного газа зависит от малого числа параметров, выявление которых следует из анализа фурье-спектров решений для отклика. Результат для отклика определяется  $n_d^{(0)}$  или  $\langle n_d \rangle_L$ , а также наличием необходимых фурье-компонент в спектре сигнала  $n_d^{(1)}(x)$  или  $n_d$ , когда  $n_d^{(0)} = 0$ .

Для описания движения электронов в электрическом поле доноров и электронов используется квазиклассическое приближение. Квазиклассические уравнения движения справедливы, когда электрическое поле медленно изменяется на длине волнового пакета электрона, а тем более на расстояниях порядка постоянной решетки [4]. Характерный масштаб существенного изменения электрического поля есть пространственный период стационарных колебаний

плотности электронов в потоке. Полагаем, что размер волнового пакета больше, чем размер постоянной решетки, но значительно меньше пространственного периода колебаний поля. На величину амплитуды медленно меняющегося в пространстве электрического поля накладываем ограничение, заключающееся в том, что электрическое поле изменяет лишь величину квазимпульса, но в пределах данной зоны. Рассматриваемое здесь электрическое поле является самосогласованным, оно обусловлено коллективным движением электронов и распределением заряженных доноров. В исследуемых режимах движения дебройлевская длина волны значительно меньше периода пространственных колебаний, так что на дебройлевской длине изменение электрического поля является медленным. Рассматриваемые здесь режимы движения электронов, динамические переменные и параметры, характеризующие их, находятся в соответствии с требованиями квазиклассического приближения [5, 6].

Если толщина субмикронного слоя полупроводника имеет порядок длины свободного пробега электронов, то электроны будут транспортироваться через слой с несколькими актами рассеяния или свободно, без них. Доминирующим механизмом рассеяния на субмикронных длинах является рассеяние на оптических продольных фонах. При высоких энергиях электронов рассеяние на ионизованных примесях может быть менее существенным. Экспериментальное изучение, проведенное в [7], инъекции электронов в GaAs с энергией 250 мэВ при плотности  $10^{18} \text{ см}^{-3}$  соответствует такому режиму движения на длине пролета свыше  $1000 \text{ \AA}$ , т. е. движение является недиффузионным.

Экспериментальное изучение транспорта электронов в периодической квантовой структуре во внешнем электрическом поле показывает, что величина ускорения подчиняется классическому соотношению для свободного движения [8]. Анализ баллистического транспорта электронов проводится на основе классического уравнения Больцмана [9-11], а также в квазиклассическом приближении [12]. Для стационарных процессов, когда переменные величины не зависят от времени, а зависят только от координаты  $x$ , система уравнений состоит из уравнения непрерывности

$$n v = n v_b, \quad (3)$$

уравнений движения

$$a = \frac{dx}{dt}, \quad a \frac{dk}{dx} = -\frac{eE}{\hbar}, \quad a = \frac{1}{\hbar} \frac{dW}{dk}, \quad (4)$$

Максвелловского уравнения для электрического поля

$$\varepsilon \frac{dE}{dx} = -4\pi e (n - n_d), \quad (5)$$

где  $n$  — плотность электронов,  $a$  — электронная групповая скорость,  $k$ ,  $W$  — волновое число и энергия электрона,  $E$  — электрическое поле,  $\varepsilon$  — диэлектрическая постоянная,  $-e$ ,  $m$  — заряд и эффективная масса электрона,  $\hbar$  — постоянная Планка,  $t$  — время.

В плоскости  $x = 0$  размещен эмиттер, электроны транспортируются в области  $0 < x < L$ . Граничные условия в плоскости эмиттера — скорость, волновое число, плотность и поле — соответственно равны  $v_b$ ,  $k_b$ ,  $n_b$ ,  $E_b$ .  $E_b$  зависит от самосогласованного движения, распределения зарядов и внешнего источника. Основные расчеты проведены для параболического закона дисперсии:  $W = \hbar^2 k^2 / 2m$ . В этом случае в уравнении для скорости (4)  $a = \hbar k / m$ .

Уравнение движения (4) пригодно для идеализированной модели, когда диодная длина  $L$  меньше длины свободного пробега и рассеяние отсутствует. В

противоположном случае необходимо учитывать механизмы рассеяния. Однако изучение фурье-спектров электронного отклика в бесстолкновительном пределе требует проведения расчетов на длинах, больших длины свободного пробега. В настоящей статье представлены результаты исследования режимов движения электронов с положительными скоростями. Если же скорость  $a$  стремится к нулю, меняет знак, возможны переходы в верхнюю долину, то необходимо решать уравнения движения для каждого электрона [13].

Введем нормированные величины:  $N = n/n_b$ ,  $V = a/a_b$ ,  $\mathcal{E} = E/E_p$ ,  $E_p = 4\pi en_b/\epsilon k_p$ ,  $k_p = \omega_p/a_b$ ,  $\omega_p = (4\pi e^2 n_b/\epsilon m)^{1/2}$ ,  $\gamma = n_d^{(0)}/n_b$ ,  $h = n_d^{(1)}/n_d^{(0)}$ ,  $K = k/k_b$ ,  $\zeta = k_p x$ ,  $\zeta_L = k_p L$ ,  $\tau = \omega_p t$ . Для параболического закона дисперсии  $V = K$ . Для нормированных величин замкнутая система уравнений (3)–(5) принимает вид

$$NV = 1, \quad (6)$$

$$V = \frac{d\zeta}{d\tau}, \quad V \frac{dV}{d\zeta} = -\mathcal{E}, \quad (7)$$

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\zeta} = -N + N_d, \quad N_d = \gamma [1 + hf(\zeta)]. \quad (8)$$

Условие квазиклассического приближения, сформулированное в [12], примет вид

$$\frac{1}{32} \left( \frac{\hbar \omega_p}{W} \right)^2 \ll 1. \quad (9)$$

Для баллистических электронов в GaAs с  $m = 0.07 m_0$ ,  $a \approx 10^8$  см/с и даже при  $\omega_p \approx 10^{14}$  с<sup>-1</sup> условие (9) выполняется. На величину  $V$  или  $K$  необходимы ограничения не только снизу, но и сверху, когда существенна непараболичность. В рамках принятых здесь допущений проведен анализ и вычисления.

Наряду с условием (9) необходимо выполнять условие, обеспечивающее синфазное коллективное движение электронов, заключающееся в том, что межэлектронное расстояние  $n^{-1/3}$  меньше пространственного плазменного периода  $2\pi/k_p$ .

## 2. Однородное состояние и резонансы

Полагаем, что доноры распределены регулярно и модель однородного желе приемлема, тогда  $f(\zeta) = 0$ .

Равенство нулю всех производных по координате в (7), (8) приводит к уравнениям для однородного состояния:

$$NV = 1, \quad \mathcal{E} = 0, \quad -N + N_d = 0. \quad (10)$$

Равновесные решения (10), характеризующие однородное состояние, есть

$$N^{(0)} = \gamma, \quad V^{(0)} = \gamma^{-1}, \quad \mathcal{E}^{(0)} = 0. \quad (11)$$

Для  $\gamma = 1$  имеем  $N^{(0)} = 1$ ,  $V^{(0)} = 1$ ,  $\mathcal{E}^{(0)} = 0$ , т. е. электронная плотность равна плотности доноров в каждой точке, равновесная скорость равна входной скорости при  $\zeta = 0$ , а электрическое поле равно нулю.

Полагаем теперь, что доноры распределены регулярно, но дискретность существенна, тогда модель однородного желе недостаточна. Наряду с однородной компонентой  $\gamma$  следует ввести добавку, периодическую функцию  $f(\zeta)$ , зависящую

от  $\zeta$ . Для анализа удобно полагать, что  $h \ll \gamma$ . В рассматриваемой системе возможны пространственные стационарные колебания или структуры, а также резонансы. Детальные численные исследования резонансов для различных периодически неоднородных распределений  $N_d$  по координате  $\zeta$ , когда период неоднородности значительно больше расстояния между положительными ионами, были выполнены в [14]; они происходят при определенных условиях и соотношениях между пространственным периодом стационарных коллективных колебаний и периодом неоднородности. Аналогичные эффекты имеют место, когда дискретность существенна, а период неоднородности определяется расстоянием между донорными ионами. Ограничением на период неоднородности снизу является постоянная решетки  $a$ . Для исследуемых далее процессов считаем, что расстояние между донорами значительно больше постоянной решетки. Например, для GaAs  $n$ -типа проводимости с  $n_d = 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ,  $n_d^{-1/3} = 10^{-6} \text{ см}$ ,  $a = 5.64 \text{ \AA}$ ; при этом  $\omega_p = 6.03 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ . Если  $u = 10^8 \text{ см/с}$ , то плазменная длина  $2\pi/k_p = 1.04 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ . На длине  $L = 5 \cdot 10^{-5} \text{ см}$  укладывается около пяти плазменных масштабов. С уменьшением плотности электронов увеличивается плазменная длина, а число плазменных масштабов уменьшается. Исключая  $N$ ,  $\mathcal{E}$  из системы уравнений (6)–(8), можно вывести уравнение для  $V$ :

$$V \frac{d}{d\zeta} \left( V \frac{dV}{d\zeta} \right) = 1 - N_d V. \quad (12)$$

Это — уравнение нелинейного осциллятора. Если переменную  $V$  представить в виде суммы

$$V = V^{(0)} + V^{(1)}, \quad (13)$$

где  $V^{(0)}$  удовлетворяет (11), а  $V^{(1)}$  является малой величиной по сравнению с  $V^{(0)}$ , то уравнение (12) преобразуется к уравнению для линейного осциллятора:

$$\frac{d^2 V^{(1)}}{d\zeta^2} + \gamma^3 V^{(1)} = -\gamma^2 h f(\zeta) - \gamma^3 h f(\zeta) V^{(1)}. \quad (14)$$

Для регулярного распределения функция  $f(\zeta)$  является периодической или квазипериодической. Если  $f(\zeta)$  имеет нормированный период  $2\pi/r$  ( $r = k_0/k_p$ ,  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ ,  $\lambda_0$  — расстояние между донорами), а период собственных пространственных колебаний составляет  $2\pi/\gamma^{3/2}$ , то при определенном соотношении между  $r$  и  $\gamma^{3/2}$  возможен резонанс, например при  $r = \gamma^{3/2}$ . В размерном виде соответствующие пространственные частоты —  $k_0$  и  $(n_i^{(0)}/n_b^{3/2})$  ( $\omega_p/a_b$ ). Это — обычный резонанс, амплитуда колебаний линейно зависит от  $\zeta$ , пока нелинейные эффекты слабы.

Если в формуле (1) величина  $\sigma$  постоянна, то зависимость  $N_d$  от координаты  $\zeta$  является периодической. В этом случае набор  $\delta$ -функций в (1) представляет четную функцию, ее фурье-ряд имеет постоянную составляющую и сумму косинусов. В этом случае в уравнении (12) величину  $N_d$  следует заменить выражением  $\gamma_\sigma (1 + 2 \sum_{l=1}^{\infty} \cos lr\zeta)$ , где  $\gamma_\sigma = \sigma/n_d \lambda_0$ .

Постоянная составляющая фурье-ряда  $\gamma_\sigma$  играет роль однородной компоненты и определяет пространственный период  $2\pi/\gamma_\sigma^{3/2}$ . Величина  $\gamma_\sigma$  имеет тот же смысл, что и  $\gamma$ . Расстояние между донорами  $\zeta_0 = k_p \lambda_0$  определяет период «внешнего» воздействия. Фурье-компоненты имеют одинаковые амплитуды, определяют внешнее воздействие. Независимо от выбора модели описания  $N_d$  в механизме резонанса являются существенными два параметра —  $\gamma^{3/2}$  и  $r$ . Это остается в силе

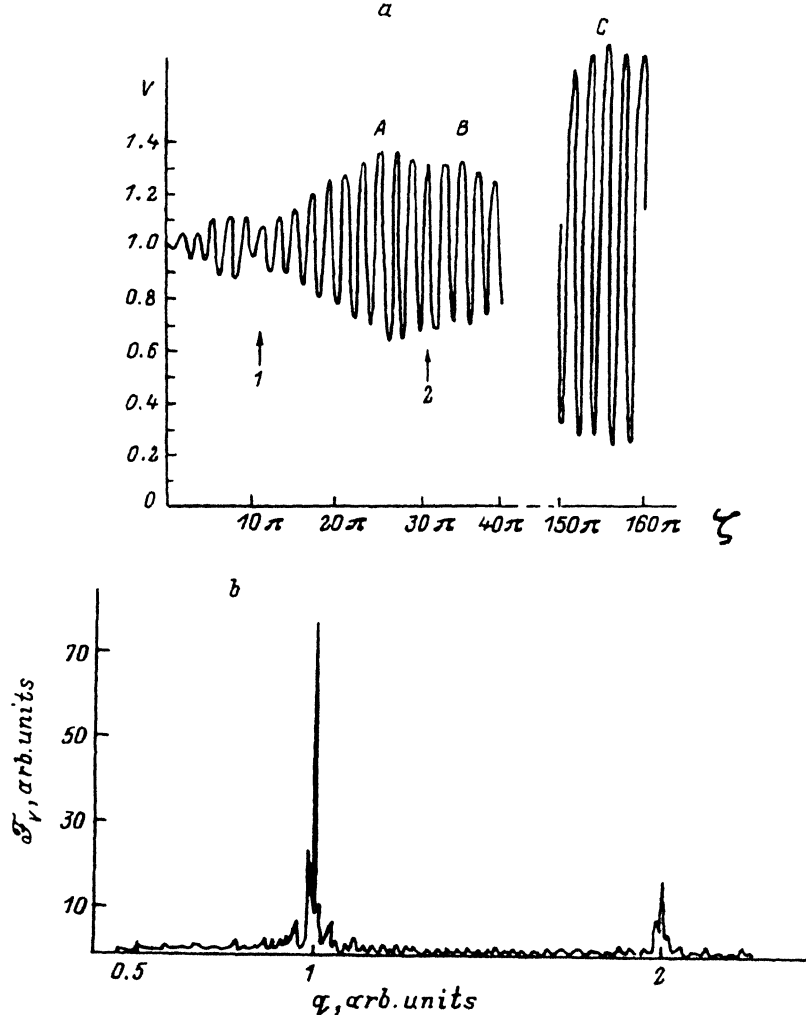


Рис. 1. Реализация пространственного процесса (a) и ее фурье-спектр (b).

и для нерегулярного распределения доноров. Полагаем, что доноры распределены нерегулярно и учет дискретности существен. Теперь  $f(\zeta)$  характеризует плотность случайно распределенных доноров. Уравнения (12) и (14) в правой части содержат случайную функцию. Первое слагаемое в (14) определяет случайное воздействие, а второе слагаемое — параметрическое случайное изменение пространственной частоты. Электронный резонансный отклик на случайный сигнал оказывается менее эффективным, чем на регулярный; особенно, если  $\hbar$  мало.

Фурье-спектр инициирующего сигнала  $f(\zeta)$  является широкополосным, содержит спектральные линии  $\mathcal{F}_{N_d}(q)$  приблизительно одинаковой амплитуды. Фурье-спектр отклика отличается от спектра возбуждающего сигнала. Это отличие вызвано резонансом. Как следствие резонанса в спектре отклика появляются отдельные резко выраженные спектральные линии. Неструктурированный шум, имеющий широкополосный спектр, наводит пространственные колебания или структуры с достаточно выраженными периодическими свойствами.

### 3. Флуктуации доноров и отклик

Численное решение уравнений (6)—(8) проводилось методом Рунге—Кутты—Фельберга, анализ фурье-спектров — методом быстрого преобразования Фурье, как и в монографии [14], а моделирование случайного сигнала выполнено, как в [15].

Для изучения вкладов каждого из слагаемых правой части уравнения (14) на получаемые решения вначале рассматривалась линеаризованная система уравнений относительно  $N^{(1)}$ ,  $V^{(1)}$ ,  $\mathcal{E}^{(1)}$  с каждым из слагаемых отдельно, а затем вместе с обоими слагаемыми. Численное решение уравнений относительно  $N^{(1)}$ ,  $V^{(1)}$ ,  $\mathcal{E}^{(1)}$  и их фурье-спектров позволяет установить роль каждого из слагаемых. Для  $\mathcal{E}_b = 0$  свойства решений обусловлены первым слагаемым. Фурье-спектр линеаризованной системы уравнений с обоими слагаемыми практически совпадает со спектром решения уравнений в отсутствие параметрического слагаемого.

В соответствии с первым вариантом моделирования  $N_d$  свойства решений нелинейной системы (6)—(8) при  $\mathcal{E}_b = 0$  для режима с параметрами  $\gamma = 1$ ,  $h = 0.1$  были исследованы на отрезке в  $160\pi$ . Результаты расчета электронного отклика для скорости  $V(\zeta)$  и ее фурье-компоненты  $\mathcal{F}_V(q)$  даны на рис. 1, *a, b*. Зависимость  $V(\zeta)$  выражает сложный характер электронного отклика, она имеет крупномасштабную огибающую и мелкомасштабные колебания с периодом  $2\pi$ . Огибающая состоит из отдельных фрагментов. Один из фрагментов ограничен стрелками 1 и 2, внутри фрагмента амплитуда растет почти линейно до определенного максимума (*A*), затем уменьшается. Формы фрагментов, максимумы (*A, B, C...*) и протяженности могут быть различными. Если фурье-спектр возбуждающего сигнала  $\mathcal{F}_{N_d}(q)$  широкополосный, спектральная линия  $\mathcal{F}_{N_d}(1)$ , соответствующая пространственному периоду  $2\pi$ , не выражена, то фурье-спектр отклика отличается от спектра возбуждающего сигнала. Как следствие резонанса в спектре отклика возникают отдельные спектральные линии  $\mathcal{F}(1)$ ,  $\mathcal{F}(2)$ ,  $\mathcal{F}(3)\dots$ ; отношения  $\mathcal{F}(1)/\mathcal{F}_{N_d}(1)$ ,  $\mathcal{F}(2)/\mathcal{F}_{N_d}(2)$ , ... могут быть значительными. Высшие гармоники  $\mathcal{F}(2)$ ,  $\mathcal{F}(3)\dots$  обусловлены нелинейными свойствами системы.

Для анализа процессов формирования пространственных колебаний полный отрезок был разделен на 4 одинаковых отрезка:  $[0-40\pi]$ ,  $[40-80\pi]$ ,  $[80-120\pi]$ ,  $[120-160\pi]$ . Для каждого из них были вычислены дисперсия  $\sigma_V$ , фурье-компоненты скорости  $\mathcal{F}_V(q)$ . Дисперсия определялась посредством формул

$$\sigma_V = \sum_{j=1}^J (V_j - \langle V \rangle)^2 / J, \quad \langle V \rangle = \sum_{j=1}^J V_j / J, \quad V_j = V(\zeta_j)$$

при  $J = 1024$  для каждого из отдельных отрезков. Для полного отрезка  $J = 4096$ , размер элементарного отрезка равен соответственно  $\Delta\zeta = 0.039\pi$ . Уменьшение числа  $J$  позволяет увеличить длину элементарного отрезка. Численные расчеты были также выполнены при больших элементарных отрезках, например при  $\Delta\zeta = 0.16\pi$ . Однако длины элементарных отрезков выбирались меньше  $2\pi$ . Значения величин  $\sigma_V$ , фурье-компонент первой гармоники  $\mathcal{F}_V(1)$ , второй гармоники  $\mathcal{F}_V(2)$  даны в таблице. С увеличением номера отдельного отрезка происходит

Результаты вычислений  $\sigma_V$ ,  $\mathcal{F}_V(1)$ ,  $\mathcal{F}_V(2)$

$J$	$[0-40\pi]$	$[40-80\pi]$	$[80-120\pi]$	$[120-160\pi]$
$\sigma_V$	$2.77 \cdot 10^{-2}$	$9.257 \cdot 10^{-2}$	0.16	0.189
$\mathcal{F}_V(1)$	8.25	16.61	22.153	24.01
$\mathcal{F}_V(2)$	0.94	3.17	5.62	6.6

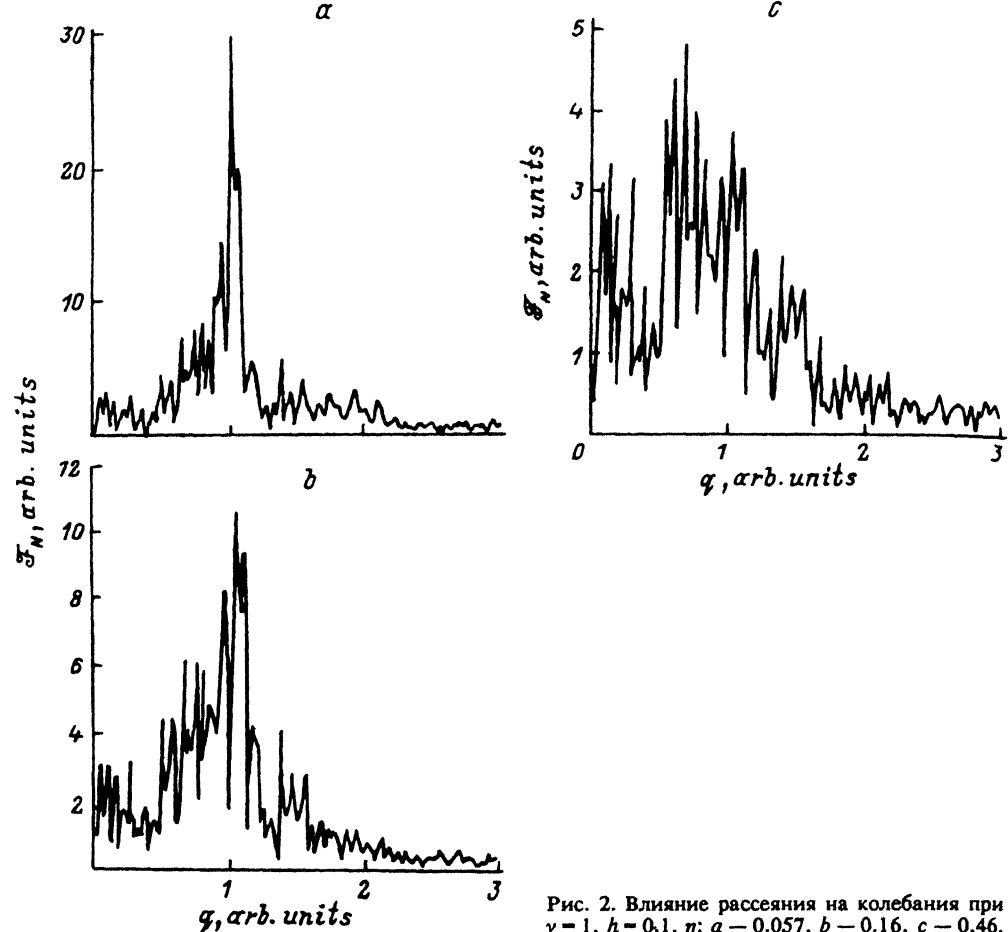


Рис. 2. Влияние рассеяния на колебания при  $\gamma=1$ ,  $h=0.1$ .  $\eta$ :  $a-0.057$ ,  $b-0.16$ ,  $c-0.46$ .

замедление роста, обусловленное нелинейными свойствами. Влияние рассеяния электронов на рассматриваемые пространственные процессы можно учесть путем введения диссипативного члена  $R$  в уравнение движения. В простейшем случае, в приближении постоянной частоты рассеяния, в правой части второго уравнения (7) следует записать  $R = -\eta V$ . Здесь  $\eta$  — нормированная частота рассеяния (отношение частоты рассеяния  $\nu$  к плазменной частоте  $\omega_p$ ). Рассматриваемый диссипативный член позволяет изучить свойства пространственных колебаний при разных  $\eta$  (рис. 2). Введение диссипативного члена  $R$ , учитывающего реальные механизмы рассеяния на продольных оптических фонах, ионизованных примесях и т. д., не приводит к существенным изменениям результатов, полученных в приближении с постоянной  $\eta$ , и подтверждает резонансный механизм формирования пространственных колебаний. Если постоянная величина  $\eta = 1$ , то в линейном приближении имеет место простое соотношение между фурье-компонентами  $\mathcal{F}_N(q)$  и  $\mathcal{F}_{N_d}(q)$ :

$$\mathcal{F}_{N_d}(q) = \frac{\gamma^3 h}{\sqrt{q^2 \eta^2 + \gamma^4}} \mathcal{F}_N(q). \quad (15)$$

Зависимость  $\mathcal{F}_N(q)$ , выражаемая соотношением (15), согласуется с расчетными данными при  $\eta \approx 1$ . Из формулы (15) видно, что характер распределения  $\mathcal{F}_N$



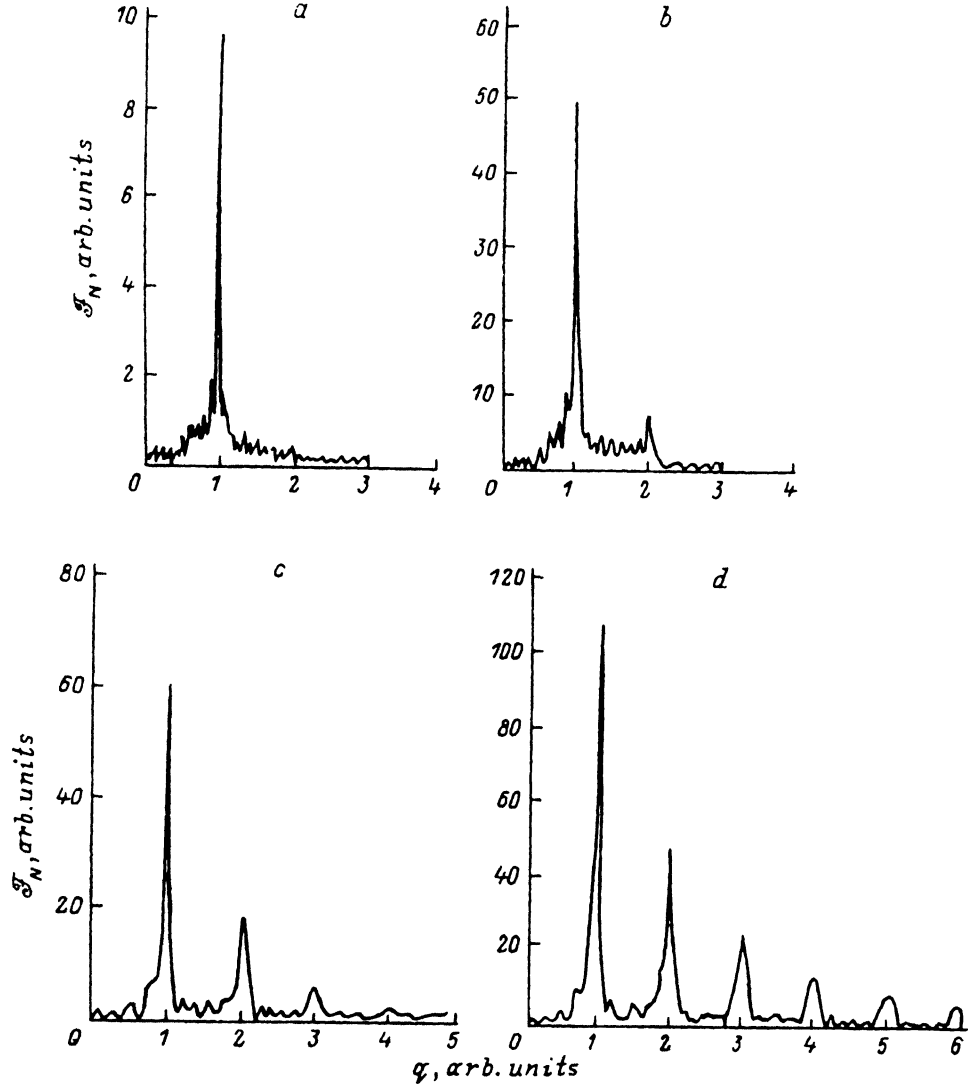


Рис. 3. Генерация гармоник при  $\gamma=1$ ,  $\eta=0$ .  $h$ :  $a-0.01$ ,  $b-0.05$ ,  $c-0.1$ ,  $d-0.15$ .

( $q$ ) в области  $0 < q < 1$  соответствует зависимости  $\mathcal{F}_{N_d}(q)$ . Однако при  $q > 1$   $\mathcal{F}_N(q)$  заметно падает с увеличением  $q$  по сравнению с  $\mathcal{F}_{N_d}(q)$ . При  $\eta \approx 1$  собственные колебания быстро затухают и решение обусловлено внешним воздействием  $f(\xi)$ . Для малых  $h$  величина  $\sigma_V$  относительно медленно увеличивается в зависимости от  $\xi_L$  и лишь при больших  $\xi_L$  становится большой и происходит замедление роста.

При увеличении  $h$  этот процесс сдвигается в сторону меньших  $\xi_L$ . Зависимость фурье-компоненты электронной плотности  $\mathcal{F}_N(q)$  при разных  $h$  дана на рис. 3. При значениях  $h \approx 1$  роль резонансного механизма может быть существенной при относительно малых  $\xi_L$ , содержащих несколько нормированных плазменных длин.

Если параметр нейтрализации  $\gamma < 1$  и уменьшается, то пространственная частота  $\gamma^{3/2}$  также уменьшается, амплитуды основной гармоники  $\mathcal{F}(\gamma^{3/2})$  и

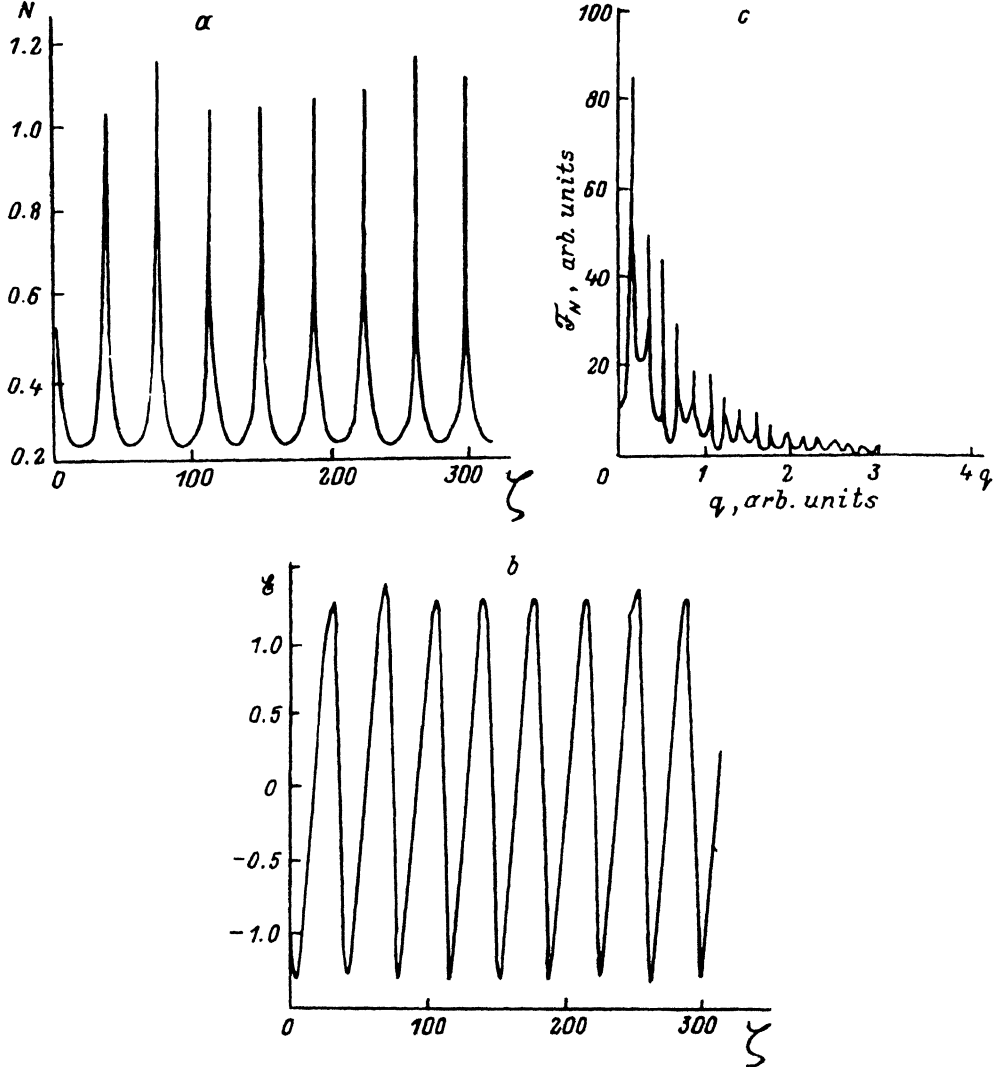


Рис. 4. Электронный отклик на униполярную последовательность импульсов:  $a, b$  — реализации,  $c$  — фурье-спектр.

высших гармоник  $\mathcal{F}(2\gamma^{3/2}), \mathcal{F}(3\gamma^{3/2})\dots$  увеличиваются. Резонансный механизм формирования пространственных колебаний при  $\hbar \neq 0$  является существенным, например для режима с параметрами  $\gamma = 0.5, \hbar = 0.8$ . Равновесная скорость  $V^{(0)} = 2$  и пространственные колебания происходят относительно этой равновесной скорости. Увеличение параметра диссипации ( $\eta = 0.05, 0.5$ ) приводит также к стабилизации процесса.

Если в модельной формуле распределения нейтрализующего донорного заряда  $N_d$  нет однородной компоненты  $N_d^{(0)} = \gamma$ , а только случайная  $h'f(\zeta)$ , при этом  $h' = n_i^{(1)}/n_b, f(\zeta) > 0$ , то в этом случае среднее значение по длине  $\langle N_d \rangle_{\zeta_L}$  отлично от нуля. Отклик потока баллистических электронов на случайно распределенные доноры, описываемые таким образом, также приводит к формированию пространственных колебаний, нормированный основной период которых определяется величиной  $2\pi/\langle N_d \rangle_{\zeta_L}^{3/2}$ . Высшие гармоники достаточно хорошо выражены. Кроме

того, возбуждаются субгармоники, например, для режима, характеризующегося параметрами  $h' = 1$ ,  $\langle N_d \rangle_{\zeta_L} = 0.5$ , для основной гармоники  $\mathcal{F}_V(q_1)$  пространственная частота  $q_1 = 0.35$ , а субгармоника имеет частоту  $q = 0.5q_1$ .

В соответствии со вторым вариантом моделирования рассматриваем пример, когда распределение плотности доноров  $N_d$  по длине представляет собой набор положительных импульсов единичной высоты относительно нулевого уровня  $N_d^{(0)} = 0$ . Расстояние между соседними импульсами изменяется от  $\zeta_{\min} = 0.45$  до  $\zeta_{\max} = 0.5$ , ширина импульса  $u = 10^{-2}$  (больше размера донора). Среднее расстояние между импульсами равно 0.5, а скважность велика и равна 50. Среднее значение плотности по длине  $\langle N_d \rangle_{\zeta_L} = 0.3$  определяет пространственную частоту  $\langle N_d \rangle_{\zeta_L}^{3/2} = 0.15$ . Эта пространственная частота выражена в спектре электронной плотности. Пространственные колебания являются сложными и содержат набор спектральных линий (рис. 4).

Для характеристики качественных изменений в спектрах вводят величину  $M$ , характеризующую число степеней свободы дискретного спектра:

$$M = \left( \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} I_i \right)^2 / \left( \mathcal{N} \sum_{i=1}^{\mathcal{N}} I_i^2 \right).$$

Здесь  $I_i$  есть модуль фурье-компоненты спектра, т. е.  $\mathcal{F}(q_i)$ ,  $\mathcal{N}$  — число спектральных линий. Если  $M \rightarrow 1$ , то она определяет белый шум, если  $M \rightarrow 0$ , то она соответствует гармоническому сигналу [16]. В рассматриваемом режиме для  $\mathcal{F}_{N_d}(q_i)$   $M = 0.379$ , а для  $\mathcal{F}_V(q_i)$   $M = 0.0414$ , т. е. уменьшается почти на порядок. Такое отличие в спектрах отклика по сравнению со спектром возбуждающего сигнала обычно имеет место. Кроме того, проведены расчеты, когда  $\gamma \neq 0$ , например, равно 1 или 1/2, а  $u = 10^{-2}$  и расстояние между импульсами случайное, изменятся от  $\zeta_{\min} = 0.628$  до  $\zeta_{\max} = 1.884$ .

В указанных режимах анализ реализаций для  $N(\zeta)$  зависимостей фурье-компонент электронной плотности  $\mathcal{F}_V(q)$  показывает, что сильно возбуждаются отдельные спектральные линии, соответствующие пространственной частоте  $\langle N_d \rangle_{\zeta_L}^{3/2}$  и ее гармоникам. Для большинства динамических режимов, проанализированных здесь, резонансные процессы достаточно выражены и обуславливают периодические свойства. Если для периодической функции  $N_d$  резонансы происходят при определенном соотношении между пространственными периодами колебаний и неоднородности, то для непериодической (случайной)  $N_d$  спектр которой широкополосен и содержит линию  $\mathcal{F}(q)$  с  $q = \langle N_d \rangle_{\zeta_L}^{3/2}$ , условия для резонансов могут быть выполнены в широких пределах изменения параметров  $N_d$ .

**Заключение.** Здесь представлены простые модели для плотности доноров, которые учитывают дискретный и случайный характер распределения доноров в пространстве (вдоль координаты  $\zeta$ ). Они позволяют сформулировать вывод о влиянии распределения на самосогласованную динамику баллистических электронов для реальных условий. Из полученных данных видно, что электронная потоковая система чувствительна к флуктуациям нейтрализующего донорного заряда. Флуктуации вызывают переход в структурированное состояние, характеризующееся достаточно выраженными периодическими свойствами. Резонансный отклик является существенным, основная и высшая гармоники пространственных колебаний электронного потока резко возбуждаются по сравнению с широкополосным шумом инициирующего сигнала.

- [1] J. H. Davies, J. A. Nixon. Phys. Rev. B, 39, 3423 (1989).
- [2] D. Arnold, K. Hess. J. Appl. Phys., 61, 5178 (1987).
- [3] L. Ioriatti. Phys. Rev. B, 41, 8341 (1990).
- [4] Н. Ашкрофт, Н. Мермин. Физика твердого тела. М. (1979).
- [5] Д. И. Блохинцев. Основы квантовой механики. М. (1963).
- [6] А. А. Соколов, Ю. М. Лоскутов, И. М. Тернов. Квантовая механика. М. (1962).
- [7] A. F. Levi, J. R. Hayes, P. M. Platzman, W. Wiegmann. Phys. Rev. Lett., 55, 2071 (1985).
- [8] W. Sha, T. B. Norris, W. J. Chaff, K. E. Meyer. Phys. Rev. Lett., 67, 2553 (1991).
- [9] В. И. Рыжий, Н. А. Баннов, В. А. Федирко. ФТП, 18, 769 (1984).
- [10] V. H. Baranger, J. W. Wilkins. Phys. Rev. B, 36, 1487 (1987).
- [11] А. А. Кокин, В. И. Толстихин. Микроэлектроника, 13, вып. 1, 36 (1984).
- [12] H. Shichijo, K. Hess. Phys. Rev. B, 23, 4197 (1981).
- [13] А. Л. Санин, Д. Б. Мизандронцев. В кн.: Моделирование на ЭВМ дефектов и процессов в металлах, 91. Л. (1990).
- [14] Ю. Л. Ермолаев, А. Л. Санин. Электронная синергетика. Л. (1989).
- [15] G. E. Forsythe, M. A. Malcolm, C. B. Moler. Computer methods for mathematical computations. N. Y. (1977).
- [16] I. R. Cratchfield, I. D. Farmer, N. H. Packard, R. S. Shaw, G. Jones, R. I. Donnelly. Phys. Lett. A, 76, 34 (1980).

Редактор Л. В. Шаронова

---