

## ИНДУЦИРУЕМЫЕ ТОКОМ ДОБАВКИ К ЭФФЕКТИВНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ НЕОДНОРОДНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СПЛАВОВ

Ф. Т. Васько, Ю. Н. Солдатенко

Институт полупроводников Академии наук Украины, 252650, Киев, Украина  
(Получена 11.09.1992. Принята к печати 26.11.1992)

Вычислены анизотропные добавки к диэлектрической проницаемости, индуцируемые током электронов в неоднородном полупроводниковом сплаве и обусловленные пространственными флуктуациями эффективной массы, а также диэлектрической проницаемости в нем. Оценки для  $Al_xGa_{1-x}As$  показывают, что такой механизм может доминировать в ИК диапазоне (интервал частот  $\epsilon_G/\hbar \gg \gg \omega \gg \bar{\tau}^{-1}$ ) при  $\bar{\epsilon} \ll \epsilon_G$  ( $\bar{\epsilon}$  и  $\bar{\tau}$  — средние энергия и время релаксации импульса,  $\epsilon_G$  — ширина запрещенной зоны).

1. Дрейф носителей заряда (далее электронов) в постоянном электрическом поле приводит к анизотропии оптических свойств полупроводника. За счет квадратичного по дрейфовой скорости  $v_{dr}$  вклада электронов в поляризуемость полупроводник становится одноосным, а линейный по волновому вектору  $q$  и току вклад, <sup>1</sup> пропорциональный  $(q \cdot v_{dr})$ , описывает увлечение излучения током. Но обусловленные током анизотропные добавки к поляризуемости отсутствуют, если рассматривать электроны как бесстолкновительную плазму с параболическим законом дисперсии. Пропорциональные  $v_{dr}^2$  вклады электронов возникают из-за неквадратичности их закона дисперсии [<sup>1, 2</sup>], а также при учете различных механизмов столкновений [<sup>3</sup>] (эти вклады уменьшаются с ростом частоты) и виртуальных межзонных переходов [<sup>4</sup>] (существенных лишь для энергий квантов  $\hbar\omega$ , сравнимых с шириной запрещенной зоны). Линейные по  $v_{dr}$  вклады в диэлектрическую проницаемость обусловлены как непараболическостью, так и виртуальными межзонными переходами [<sup>5</sup>]. Возникающее различие показателей преломления встречных волн  $\Delta n$  измерялось как по расщеплению частоты лучей кольцевого лазера, в резонатор которого помещен образец с током [<sup>6</sup>] (такая методика позволяет измерить  $\Delta n$  с точностью до  $10^{-10}$ ), так и с использованием интерференционной методики [<sup>7</sup>]. Обусловленная пропорциональными  $v_{dr}^2$  вкладами анизотропия показателя преломления  $\delta n$  оказывается порядка  $10^{-3}$  и может наблюдаться по эффекту Керра [<sup>1, 8</sup>].

В полупроводниковых сплавах с «флуктуациями» (т. е. пространственными неоднородностями) состава появится еще один механизм анизотропного вклада в поляризуемость. Области с различной эффективной массой  $m_c$  вносят разные вклады в отклик на неоднородное (из-за флуктуаций диэлектрической проницаемости  $\epsilon_c$ ) высокочастотное поле. При усреднении этих неоднородных вкладов в среде с током возникают как различие показателей преломления  $\delta n \sim v_{dr}^2$ , так

<sup>1</sup> Такой вклад в диэлектрическую проницаемость не удовлетворяет соотношению симметрии Онзагера, так что нарушается эквивалентность условий для поперечных электромагнитных волн, распространяющихся параллельно и антипараллельно току, и показатели преломления для них будут различны.

и добавка, определяемая пропорциональным ( $q \cdot v_{dr}$ ) слагаемым, описывающим увлечение излучения током. Здесь приведен расчет таких анизотропных вкладов в эффективную диэлектрическую проницаемость, учитывающий также неоднородность статических электрического поля и тока.

Вклад электронов в эффективную диэлектрическую проницаемость неоднородных полупроводниковых сплавов, которая в отсутствие тока будет изотропной, рассмотрен в [9]. В случае малого длинноволнового беспорядка, когда корреляционная длина  $l_c$  значительно превышает радиус экранировки, определяющая положение дна  $s$ -зоны флуктуирующая энергия полностью экранируется, а флуктуации кинетической энергии экранируются лишь в «среднем». При этом в линейном по флуктуациям состава  $\delta r = x_r - \langle x_r \rangle$  приближении получается закон дисперсии

$$E_{pr} = \epsilon_p + a(\epsilon - \epsilon_p) \delta r. \quad (1)$$

Здесь  $x_r$  описывает пространственную неоднородность состава сплавов (например,  $Al_x Ga_{1-x} As$  или др.),  $\langle \dots \rangle$  — усреднение по флуктуациям состава,  $\epsilon_p = p^2/2m$ ,  $m = \langle m_r \rangle$ ,  $\epsilon_F$  — фермиевская энергия, а скорость изменения эффективной массы  $a$  с составом введена соотношением  $a \delta r = (m_r - m)/m$ . Используя далее (1), предполагаем, что дрейф не изменяет характера экранировки (см. [3, 10]), а флуктуирующая часть электрического поля включена в полевое слагаемое кинетического уравнения для неоднородных сплавов (см. [9, 11]).

Тензор эффективной диэлектрической проницаемости получается при рассмотрении волнового уравнения для фурье-компоненты поля  $E_{kw}$ , причем вдали от плазменного резонанса вклад флуктуаций электронной плотности тока можно опустить по сравнению с флуктуациями диэлектрической проницаемости решетки  $\delta x_r = x_r - \bar{x}$ ,  $\bar{x} = \langle x_r \rangle$ . Распространение электромагнитного излучения описывается волновым уравнением

$$[k(k \cdot E_{kw})] + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \left\{ \bar{x} E_{kw} + i \frac{4\pi}{\omega} \langle J_{kw} \rangle \right\} + \frac{(\omega/c)^2}{V} \sum_{\mathbf{k}} \delta x_{\mathbf{k}-\mathbf{k}} E_{\mathbf{k}w} = 0, \quad (2)$$

содержащим усредненную по флуктуациям плотность тока  $\langle J_{kw} \rangle$ . Уравнение (2) определяет как флуктуирующую компоненту поля  $\delta E_{kw}$ , так и дисперсионные уравнения, дающие показатели преломления для волн в анизотропной среде.

2. Отклик на электромагнитную волну частоты  $\omega$  определяется индуцируемой плотностью тока ( $V$  — нормировочный объем)

$$J_{rw} = \frac{2e}{V} \sum_p \langle v_{\mathbf{r}} \delta f_{\mathbf{r}t} \rangle, \quad v_{\mathbf{r}} = \frac{\partial E_{pr}}{\partial p}. \quad (3)$$

Высокочастотная добавка к функции распределения  $\delta f_{\mathbf{r}w}$  находится из линеаризованного кинетического уравнения

$$\left\{ -i\omega + v_{\mathbf{r}} \nabla - \nabla E_{pr} \frac{\partial}{\partial p} - eF_r \frac{\partial}{\partial p} - \hat{I}_c \right\} \delta f_{\mathbf{r}w} = e \left( E_{rw} + \frac{1}{c} [v_{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{H}] \right) \frac{\partial f_{\mathbf{r}}}{\partial p}, \quad (4)$$

в котором правая часть содержит не только электрическое  $E_{rw}$ , но и магнитное  $\mathbf{H}_{rw}$  поле волны (которое необходимо учесть при описании линейного по  $q$  вклада), а  $f_{\mathbf{r}}$  — стационарное распределение электронов в электрическом поле  $F_r$ , учитывающее флуктуации, связанные с неоднородным распределением тока.

При  $|e|F\bar{\tau} < p$  записываем  $f_{pr}$ , удовлетворяющее аналогичному (4) стационарному кинетическому уравнению, с точностью до второго порядка по электрическому полю

$$f_{pr} = f_s(E_{pr}) + \delta f_{pr}^{(1)} + \delta f_{pr}^{(2)}. \quad (5)$$

Стационарное распределение  $f_s$  считаем при вычислении добавок к плотности тока (3) сильно вырожденным. Для добавок  $\delta f_{pr}^{(1,2)}$  в гидродинамическом приближении (когда  $l_c$  велика по сравнению с длиной релаксации импульса <sup>2</sup> и в левой части кинетического уравнения доминирует интеграл столкновений  $\hat{I}_c$ ) получаем

$$\delta f_{pr}^{(1)} = -f'_s(E_{pr}) \tau_{pr}^{(1)} (eF_r \cdot v_{pr}), \quad (6)$$

$$\delta f_{pr}^{(2)} = -\tau_{pr}^{(2)} [f'_s(E_{pr}) \tau_{pr}^{(1)}]' [(eF_r \cdot v_{pr})^2 - (eF_r \cdot v_{pr})^2], \quad (7)$$

причем изотропную часть добавки (7) (где черта означает усреднение по углу  $p$ -пространства) считаем учтенной в  $f_s$ ,  $\tau_{pr}^{(1)}$  — время релаксации  $i$ -й сферической гармоники распределения (5).

Используя (6) и считая  $\tau_{pr}^{(1)}$  слабо зависящей от  $\delta_r$ , для плотности стационарного тока вырожденных электронов имеем

$$J_r = \sigma_r F_r, \quad \sigma_r \approx \sigma_F (1 - \tilde{\alpha} \delta_r), \quad (8)$$

где коэффициент  $\tilde{\alpha}$  определяется механизмом релаксации (для примесного рассеяния  $\tilde{\alpha} = 2(\alpha + \gamma)$ , причем  $\gamma$  определяет скорость изменения статической диэлектрической проницаемости с составом), а  $\sigma_F$  — проводимость в однородном материале. Заметим, что концентрация электронов с законом дисперсии (1) остается пространственно однородной. Флуктуирующую добавку к постоянному электрическому полю в неоднородной среде  $\delta F_r = F_r - \langle F_r \rangle$  обычным образом [<sup>12</sup>] находим из уравнения непрерывности  $\text{div } J_r = 0$ .

Рассмотрим (4) в высокочастотном приближении, пренебрегая влиянием постоянного поля (которое мало по параметру  $eF\omega^{-1}/\bar{p}$ ) и столкновений. Записав итерационное решение (4) с точностью до  $\omega^{-3}$ , для пропорциональных  $\delta f^{(1,2)}$  вкладов в плотность тока (3), получим

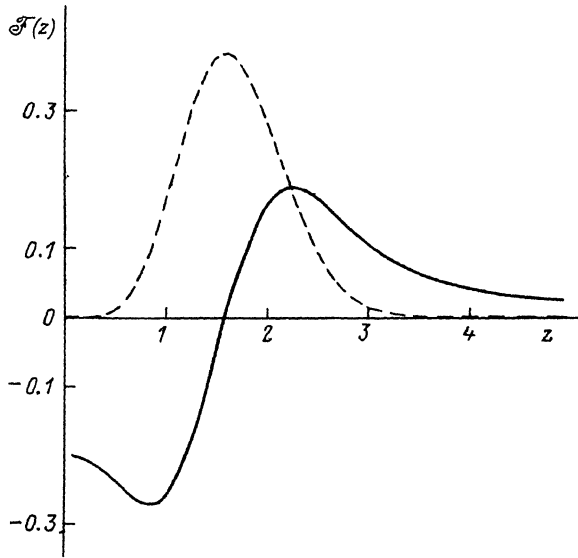
$$\delta J_{rw}^{(1,2)} = \frac{i}{\omega} \frac{2e^2}{V} \sum_p \left\langle v_{pr} (1 - \hat{K}/\omega - \hat{K}^2/\omega^2) \left( E_{rw} + \frac{1}{c} [v_{pr} \cdot H_{rw}] \right) \frac{\partial \delta f_{pr}^{(1,2)}}{\partial p} \right\rangle. \quad (9)$$

Здесь введен оператор

$$\hat{K} = \left( v_{pr} \nabla - (\nabla E_{pr}) \frac{\partial}{\partial p} \right), \quad (10)$$

который коммутирует с зависящими лишь от  $E_{pr}$  функциями. При инверсии в  $p$ -пространстве  $\hat{K}$  заменяется на  $-\hat{K}$ , а также изменяется знак  $\delta f_{pr}^{(1)}$ . Поэтому для определяемых (9) вкладов в плотность тока получаются спектральные зависимости  $\delta J_{rw}^{(1)} \sim \omega^{-2}$  и  $\delta J_{rw}^{(2)} \sim \omega^{-3}$ , так что для неравновесных добавок к диэлектрической проницаемости, вводимых соотношениями  $(i4\pi/\omega)\delta J^{(1,2)} = -\Delta \epsilon^{(1,2)} E$ , получаем спектральные зависимости  $\omega^{-3}$  и  $\omega^{-4}$  соответственно.

<sup>2</sup> При записи результатов (11), (14) ограничимся случаем рассеяния на заряженных примесях, которое доминирует в сильно легированных материалах.



Зависимость действительной (сплошная) и мнимой (штриховая линия) частей функции  $\mathcal{F}$  от величины  $z = \omega t_c \sqrt{\pi} / 2c$ .

3. При вычислении линейной по току добавки используем  $\langle \nabla \delta_r \delta_r \rangle = 0$  и преобразуем (9) к виду

$$\delta J_{\text{тв}}^{(1)} = \frac{2e^2}{\omega^2 V} \sum_{\mathbf{p}} \left\langle v_{\text{пр}} \left( (v_{\text{пр}} \nabla) E_{\text{тв}} + [v_{\text{пр}} \text{rot} E_{\text{тв}}] \right) \cdot \frac{\partial \delta J_{\text{пр}}^{(1)}}{\partial \mathbf{p}} \right\rangle, \quad (11)$$

причем в первом слагаемом (11) дифференцируется высокочастотное поле  $E_{\text{тв}}$ , так что ненулевой отклик получается при учете пространственной дисперсии. Если пренебречь здесь определяемыми (2) флуктуационными добавками к  $E_{\text{тв}}$ , считая  $E_{\text{тв}} \sim \exp(iqr)$ , то (11) дает в  $\Delta \epsilon_{\mu\nu}^{(1)}$  вклад, пропорциональный  $q_\mu J_\nu + q_\nu J_\mu$  ( $\mathbf{J} = \langle \mathbf{J}_r \rangle$  — определяемая (8) средняя плотность тока) и не изменяющий условий распространения поперечных волн вдоль и против направления тока. Приводящий к эффекту увлечения пропорциональный  $\delta_{\mu\nu} (q \cdot \mathbf{J})$  вклад в  $\Delta \epsilon_{\mu\nu}^{(1)}$  получается при подстановке в (11) записанной (см. [13, 9]) в первом порядке по  $\delta \mathbf{k}$  неоднородной добавки к полю волны  $\delta E_{\text{тв}} = E_{\text{тв}} - \langle E_{\text{тв}} \rangle$ . Этот вклад в (11) выражается через плотность стационарного тока (8) по соотношению

$$-\frac{e}{\omega^2} \left\langle m_r^{-1} \left\{ (\delta E_{\text{тв}} \cdot \nabla) \mathbf{J}_r + (\mathbf{J}_r \cdot \nabla) \delta E_{\text{тв}} + [\mathbf{J}_r \text{rot} E_{\text{тв}}] \right\} + \right. \\ \left. + \frac{\mathbf{J}_r}{m_r} (\nabla \cdot \delta E_{\text{тв}}) + (\mathbf{J}_r \cdot \delta E_{\text{тв}}) \nabla m_r^{-1} \right\rangle. \quad (12)$$

Усреднение произведения фактора  $(\mathbf{J}_r / m_r)$  и фурье-образа добавки к полю  $\delta E_{\text{тв}}$ , которая находится из (2), выполним в (12) с точностью до  $\delta^2$  ( $\delta$  — среднеквадратичная флуктуация состава). Пропорциональный  $\delta_{\mu\nu} (q \cdot \mathbf{J})$  вклад в  $\Delta \epsilon_{\mu\nu}^{(1)}$  получаем после интегрирования по  $\mathbf{k}$ -пространству

$$\Delta\epsilon^{(1)}(\omega, \mathbf{q}) = \frac{4\pi}{\omega^3} \frac{|e|}{m} (\mathbf{q} \cdot \mathbf{J}) \delta^2\gamma (\alpha + \gamma) \mathcal{F} \left( \frac{\omega l_c}{2c} \sqrt{\bar{\kappa}} \right),$$

$$\operatorname{Re} \mathcal{F}(z) = (16/15\sqrt{\pi}) \int_0^{\infty} dk \exp(-k^2) k^6 / (z^2 - k^2),$$

$$\operatorname{Im} \mathcal{F}(z) = (8\sqrt{\pi}/15) z^5 \exp(-z^2), \quad (13)$$

где графики для действительной и мнимой частей  $\mathcal{F}(z)$  приведены на рисунке (сплошная и штриховая линии соответственно).

Сравним это выражение с непараболическим вкладом [5], который определяется внутривибронными эффектами (межзонные имеют другую частотную зависимость) и вместо фактора  $\delta^2\gamma(\alpha + \gamma)F$  содержит параметр  $4/5(\epsilon_F/\epsilon_G)$ . При накачке CO<sub>2</sub>-лазером<sup>3</sup> и мелкомасштабных флуктуациях состава выполнено условие  $\omega l_c \sqrt{\bar{\kappa}}/2c \ll 1$ , так что в (13) можно использовать  $\operatorname{Re}\mathcal{F}(0) \approx -0.2$ . Для сплава Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As (при использовании приведенных в [11] параметров  $l_c \approx 10^{-6}$  см и  $\delta \approx 0.03$ ) обсуждаемый здесь механизм будет преобладать при концентрациях носителей, меньших  $10^{17}$  см<sup>-3</sup>. В спектральном диапазоне 1 мкм (где проводились эксперименты с кольцевым лазером [6]) дисперсия  $\mathcal{F}(z)$  будет существенной. При этом может реализоваться спектральная инверсия увлечения (см. рисунок), причем в узкой спектральной области (при рассмотрении обусловленного  $\operatorname{Im}\mathcal{F}$  увлечения имеется дополнительная малость) вблизи  $\operatorname{Re}\mathcal{F} = 0$  эффект будет определяться мнимой частью (13). Поскольку в минимуме  $\operatorname{Re}\mathcal{F} \approx -0.27$ , то в нерезонансных условиях (если  $\hbar\omega$  не близка к  $\epsilon_G$ ) можно использовать приведенную выше для Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As оценку.

4. При рассмотрении  $\Delta\epsilon^{(2)}$  можно ограничиться дипольным приближением и, используя четность добавки к функции распределения (7), преобразовать (9) к виду

$$\delta J_{\text{тв}}^{(2)} = \frac{2e^3}{\omega V} \sum_{\mathbf{p}} \langle v_{\mathbf{p}\mathbf{r}} (1 - \omega^{-2} \hat{K}^2) [\mathbf{E}_{\text{тв}} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}}] \delta f_{\mathbf{p}\mathbf{r}}^{(2)} \rangle. \quad (14)$$

Проводя с точностью до  $\delta^2$  статистическое усреднение (9), учтем не только входящие в (7) и (10) неоднородные добавки, но также добавки к статическому полю и времени релаксации на примесях. Результат для анизотропной части  $v_{\text{др}}^2$  добавки к диэлектрической проницаемости получается после громоздкого интегрирования по  $\mathbf{p}$ -пространству

$$\Delta\epsilon_{\perp}^{(2)}(\omega) - \Delta\epsilon_{\parallel}^{(2)}(\omega) = \Gamma \frac{4\pi en}{m\omega^2} \delta^2 \frac{mv_{\text{др}}^2}{m(\omega l_c)^2}, \quad (15)$$

$$\Gamma = \frac{32}{225} \alpha [71\alpha + 26\bar{\gamma}],$$

где  $\Delta\epsilon_{\parallel}^{(2)}$  и  $\Delta\epsilon_{\perp}^{(2)}$  — обусловленные тянущим полем добавки к продольной и поперечной составляющим диэлектрической проницаемости.

В отличие от рассмотренного выше линейного электрооптического эффекта квадратичный по полю вклад (15) и обусловленный непараболическостью вклад [8] различаются частотной зависимостью, так как вместо параметра  $\Gamma\delta^2/m(\omega l_c)^2$

<sup>3</sup> Исследование увлечения в этом диапазоне с использованием интерференционной методики приведено в [7].

в определяемое [8] выражение для  $(\Delta\varepsilon_1^{(2)} - \Delta\varepsilon_1^{(2)})$  входит  $\varepsilon_G$ . Поэтому рассматриваемый здесь механизм оказывается более эффективным в низкочастотной области, где даже при малых флуктуациях состава может выполняться неравенство

$$m/\varepsilon_G < \Gamma\bar{\delta}^2/(\omega l_c)^2, \quad (16)$$

которое необходимо дополнить ограничением на концентрацию носителей снизу из-за использованного в законе дисперсии (1) приближения полного экранирования флуктуаций дна зоны проводимости  $(r_{sc}/l_c) < 1$  ( $r_{sc}$  — радиус экранирования Ферми—Томаса).<sup>4</sup> Оценки для  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  с приведенными в [11] параметрами неоднородности  $\bar{\delta} = 0.03$  и  $l_c \approx 10^{-6}$  см показывают, что предлагаемый механизм квадратичного электрооптического эффекта может наблюдаться в далеком ИК диапазоне при  $\lambda \approx 100$  мкм в образцах с концентрациями носителей, близкими к  $10^{17}$  см<sup>-3</sup>. Изучение таких электрооптических эффектов может представлять интерес для определения параметров неоднородностей состава полупроводниковых сплавов при малых  $l_c$ , когда обычные (рентгеноструктурные и др.) методы исследования не применимы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Л. Е. Воробьев, В. С. Комиссаров, В. И. Стафеев, А. Ю. Уханов. Письма ЖЭТФ, 13, 140 (1971).
- [2] L. A. Almasov, I. M. Dykman. Phys. St. Sol. (b), 51, 751 (1972).
- [3] Ф. Т. Васько. ФТП, 10, 70 (1976).
- [4] Ф. Т. Васько. ФТП, 15, 1693 (1973).
- [5] Л. А. Алмазов, Ф. Т. Васько, И. М. Дыкман. Письма ЖЭТФ, 16, 305 (1972); Ф. Т. Васько. ФТП, 15, 1693 (1973); Л. А. Алмазов. ФТП, 9, 657 (1975).
- [6] T. S. Moss, G. J. Burrell, A. Hetherington. Proc. R. Soc., A308, 125 (1968); Т. С. Мосс, Г. Дж. Баррелл, Э. Хезерингтон. Тр. IX Межд. конф. по физике полупроводников, 1, 213 (1969).
- [7] Л. Е. Воробьев, Д. В. Донецкий, В. И. Стафеев, Д. А. Фирсов, Т. П. Дереза. VII Всес. симп. «Плазма и неустойчивости в полупроводниках», 247. Паланга (1989).
- [8] Л. Е. Воробьев, В. И. Стафеев, А. Ю. Ушаков, Д. А. Фирсов. ФТП, 16, 1831 (1982); Л. Е. Воробьев, В. Н. Масычев, В. И. Стафеев, Д. А. Фирсов. ФТП, 18, 565 (1984).
- [9] Ф. Т. Васько, Ю. Н. Солдатенко. ЖЭТФ, 99, 492 (1991).
- [10] В. И. Пипа. ФТП, 12, 1323 (1970).
- [11] Ф. Т. Васько, Ю. Н. Солдатенко. ЖЭТФ, 92, 199 (1987).
- [12] C. Herring. J. Appl. Phys., 31, 1939 (1960).
- [13] С. Н. Рыгов, Ю. А. Кравцов, В. И. Татарский. Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. Случайные поля. М. (1978).
- [14] Ф. Т. Васько, Ю. Н. Солдатенко. ФТП, 27, (1993).

Редактор Т. А. Полянская

<sup>4</sup> Условие (16) отличается лишь коэффициентом от условия (10) из [14], выделяющего ту область параметров сплава, где генерация третьей гармоники определяет неоднородность эффективной массы.