

ПОГЛОЩЕНИЕ ИНФРАКРАСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ДЫРКАМИ В СТРУКТУРАХ С КВАНТОВЫМИ ЯМАМИ

В. Я. Алешкин, Ю. А. Романов

Институт прикладной физики Российской академии наук,
603600, Новгород, Россия
(Получена 19.02.1992. Принята к печати 14.09.1992)

В работе исследовано поглощение инфракрасного излучения в квантовых ямах, обусловленное межподзонами переходами дырок. Найдены правила отбора для переходов и определены формы линий поглощения. Показано, что эффект деполаризации существенно изменяет положение, форму и величину линии поглощения. Приведены оценки поглощения в квантовых ямах Si и GaAs.

Введение. Исследование дипольных переходов носителей заряда между подзонами размерного квантования в полупроводниковых структурах с квантовыми ямами (КЯ) важно как для диагностики энергетического спектра электронов и дырок в них, так и для создания быстродействующих инфракрасных (ИК) фотоприемников [1] и модуляторов [2] излучения.

В большинстве теоретических и экспериментальных работ основное внимание уделялось переходам электронов в центральной долине зоны проводимости полупроводника. Вероятность этих переходов существенно отлична от нуля лишь при наличии перпендикулярной к границам КЯ компоненты электрического поля, что создает проблемы, связанные введением излучения в образец. Эта трудность отсутствует для поглощения дырками в квантовой яме, поскольку переходы дырок между подзонами размерного квантования валентной зоны идут при любой поляризации излучения. Поэтому соответствующее поглощение ИК излучения существует и при его нормальном падении на КЯ. Кроме того, сложность спектра дырок в КЯ по сравнению с электронным приводит к большему разнообразию их дипольных переходов и к нелоренцевой форме линии поглощения. Теоретическому исследованию этого поглощения и посвящена настоящая работа.

В работе найдены правила отбора для дипольных переходов дырок между подзонами размерного квантования, положение, интенсивность и форма линии поглощения ИК излучения *s*- и *p*-поляризацій. Мы ограничились рассмотрением случая, когда перемешивание размерным квантованием состояний легких и тяжелых дырок несущественно. Экспериментально такая ситуация реализуется в достаточно тонких КЯ, в которых расстояние между первыми уровнями размерного квантования легких и тяжелых дырок много больше характерной кинетической энергии последних. Исследование влияния перемешивания состояний дырок на дипольные переходы можно найти в [3]. Для рассмотренного случая показано, что линия поглощения ИК излучения *s*-поляризации при низких температурах имеет трапецеидальную форму, ширина ее определяется концентрацией и разностью масс дырок соответствующих подзон. С ростом температуры (или) частоты рассеяния линия размывается. Поглощение излучения *p*-поляризации из-за эффекта деполаризации имеет дополнительные особенности. В частности, из-за частотной зависимости экранировки внешнего поля трапецеидальная область полосы поглощения сильно деформируется, величина

поглощения в ней уменьшается, и появляется новый сильный пик поглощения лоренцевой формы, в общем случае — в другой частотной области. В работе приведены оценки величин поглощения в квантовых ямах Si и CaAs.

Отметим, что в [3] были проведены численные расчеты поглощения дырками ИК излучения в структурах CaAs—AlAs без учета эффекта деполяризации (нормальное падение излучения).

Правила отбора

Найдем правила отбора для дипольных переходов дырок между состояниями с $k=0$ для квантовых ям, выращенных на плоскостях (001), (111) и (110); k — волновой вектор дырки в плоскости КЯ. Первый случай рассмотрен в [4] и приводится здесь для общности.

В табл. 1 приведены группы симметрии и представления, по которым преобразуются операторы координат x, y, z и волновые функции дырок (электронов), а также их произведений в симметричных и несимметричных ямах в материалах со структурой алмаза. Для неприводимых представлений групп $D_{\infty h}$ и $C_{\infty v}$, использованы обозначения из [4], а для остальных из [5]. Буква h соответствует волновым функциям тяжелых дырок, l — легких и спин-отщепленных, s — электронов, индексы e, a — четным и нечетным номерам подзон (первые подзоны — ближайшие к запрещенной зоне). Заметим, что в несимметричных КЯ волновые функции подзон с четными и нечетными номерами преобразуются по одному представлению. Для КЯ, выращенных на плоскостях (001), (111) и (110), оси координат x, y, z направлены вдоль [100], [010], [001]; $[\bar{1}10]$, $[11\bar{2}]$, $[111]$ и $[001]$, $[\bar{1}10]$, $[110]$ соответственно.

Таблица 1

Группы симметрии и представления для преобразования операторов координат и волновых функций

| Плоскость | (001) | | (111) | | (110) | |
|--|-------------------------|-------------------|-------------------------|-----------------|-------------------------------------|-------------------------|
| | группа | $D_{\infty h}$ | $C_{\infty v}$ | D_{3d} | C_{3v} | D_{2h} |
| h_e | $E_{3/2}^-$ | $E_{3/2}$ | E'_{1u} | E'_1 | E'_u | E' |
| h_a | $E_{3/2}^+$ | | E'_{1g} | | E'_g | |
| l_e, c_a | $E_{1/2}^-$ | $E_{1/2}$ | E'_{2u} | E'_2 | E'_u | E' |
| l_a, c_e | $E_{1/2}^+$ | | E'_{2g} | | E'_g | |
| x | E_1^- | E_1 | E_u | E | B_{3u} | B_3 |
| y | E_1^- | E_1 | E_u | E | B_{2u} | B_2 |
| z | A_2^- | A_2 | A_{2u} | A_2 | B_{1u} | B_1 |
| $\frac{h_a \cdot h_a}{-h_e \cdot h_e}$ | $A_1^+ + A_2^+ + E_3^+$ | $A_1 + A_2 + E_3$ | $2A_{1g} + 2A_{2g}$ | $A_1 + A_2 + E$ | $A_{1g} + B_{1g} + B_{2g} + B_{3g}$ | $A_1 + B_1 + B_2 + B_3$ |
| $h_e \cdot h_a$ | $A_1^- + A_2^- + E_3^-$ | | $2A_{1u} + 2A_{2u}$ | | $A_{1g} + B_{1g} + B_{2g} + B_{3g}$ | |
| $\frac{l_a \cdot l_a}{-l_e \cdot l_e}$ | $A_1^+ + A_2^+ + E_1^+$ | $A_1 + A_2 + E_1$ | $A_{1g} + A_{2g} + E_g$ | $A_1 + A_2 + E$ | $A_{1g} + B_{1g} + B_{2g} + B_{3g}$ | $A_1 + B_1 + B_2 + B_3$ |
| $l_e \cdot l_a$ | $A_1 + A_2 + E_1$ | | $A_{1u} + A_{2u} + E_u$ | | $A_{1u} + B_{1u} + B_{2u} + B_{3u}$ | |
| $\frac{l_a \cdot h_a}{-l_e \cdot h_e}$ | $E_2^+ + E_1^+$ | $E_2 + E_1$ | $2E_g$ | $2E$ | $A_{1g} + B_{1g} + B_{2g} + B_{3g}$ | $A_1 + B_1 + B_2 + B_3$ |
| $\frac{l_e \cdot h_a}{-l_a \cdot h_e}$ | $E_2^- + E_1^-$ | | $2E_u$ | | $A_{1u} + B_{1u} + B_{2u} + B_{3u}$ | |

Правила отбора для симметричных КЯ на плоскостях (001) и (111)

| Тип волновой функции | h_a | l_a, c_e | h_e | l_e, c_a |
|----------------------|--------|------------|--------|------------|
| h_a | — | — | z | x, y |
| l_a, c_e | — | — | x, y | x, y, z |
| h_e | z | x, y | — | — |
| l_e, c_a | x, y | x, y, z | — | — |

Правила отбора для несимметричных КЯ на плоскостях (001) и (111)

| Тип волновой функции | h | l, c |
|----------------------|--------|-----------|
| h | z | x, y |
| l, c | x, y | x, y, z |

Как известно [5], переходы между состояниями разрешены, если прямое произведение соответствующих им неприводимых представлений содержит в себе неприводимое представление, по которому преобразуется оператор возмущения. Поэтому, как следует из табл. 1, правила отбора для КЯ, выращенных на плоскостях (001) и (111), совпадают. Они приведены в табл. 2 и 3 для симметричных и несимметричных ям соответственно. В табл. 4 приведены правила отбора в симметричной КЯ, выращенной на плоскости (110). В несимметричных КЯ, выращенных на этой плоскости, никаких запретов на дипольные переходы нет.

Поскольку переходы, обусловленные отсутствием центра инверсии в материалах со структурой цинковой обманки, малы [4], то полученными здесь правилами отбора можно пользоваться и для этих материалов.

Таблица 4

Правила отбора для симметричных КЯ на плоскостях (110)

| Тип волновой функции | h_a | l_a, c_e | h_e | l_e, c_a |
|----------------------|-----------|------------|-----------|------------|
| h_a | — | — | x, y, z | x, y, z |
| l_a, c_e | — | — | x, y, z | x, y, z |
| h_e | x, y, z | x, y, z | — | — |
| l_e, c_a | x, y, z | x, y, z | — | — |

Для КЯ, выращенных на плоскости (001), переходы между легкими (спин-отщепленными) дырками под действием излучения с поляризациями x, y обусловлены перемешиванием состояний легких (с полным моментом 3/2) и спин-отщепленных (с полным моментом 1/2) дырок. Поэтому, если энергии E_j начального и конечного состояний с $k=0$ (отсчет энергии от потолка валентной зоны) много меньше величины спин-орбитального расщепления Δ (перемешивание мало), вероятности перехода между ними для поляризаций $x, y \sim (E_j/\Delta)^2$. Переходы между подзонами размерного квантования зоны проводимости для поляризаций x, y обусловлены непараболичностью спектра электронов [6], которая, в свою очередь, опять-таки связана с перемешиванием состояний S -типа (орбитальный момент 0) и P -типа (орбитальный момент 1).

Поглощение

Рассмотрим теперь поглощение ИК излучения, обусловленное дипольными переходами дырок между валентными подзонами n и j размерного квантования в симметричных КЯ, выращенных на плоскостях (001) и (111). Спектр дырок

в таких КЯ двукратно вырожден [7] по отношению к отражению в плоскости x, y (четные и нечетные состояния).

Отношение мощности, поглощаемой в КЯ, к мощности, падающей на нее, которое мы будем называть поглощением, равно

$$\alpha = \frac{4\pi}{c\sqrt{\kappa} \cos \varphi} \operatorname{Re}(\sigma_{yy}), \quad \alpha \ll 1, \quad (1)$$

для волны s -поляризации (электрическое поле параллельно оси y), и

$$\alpha = \frac{4\pi}{c\sqrt{\kappa} \cos \varphi} \operatorname{Re} \left[\cos^2 \varphi \sigma_{xx} + \sin^2 \varphi \frac{\sigma_{zz}}{|\epsilon|^2} \right], \quad \alpha \ll 1, \quad (2)$$

для волны p -поляризации. Здесь c — скорость света, σ_{ij} — тензор проводимости на единицу поверхности КЯ, $\epsilon = 1 + i4\pi\sigma_{zz}/(\omega\kappa d_{ct})$ — отношение диэлектрической проницаемости КЯ к диэлектрической проницаемости полупроводника κ , d_{ct} — эффективная толщина КЯ [8], φ — угол падения волны.

Переходы дырок в случае поляризацій x, y идут с сохранением четности относительно отражения в плоскости x, y , а с поляризацией z — с изменением. Поскольку $|y_{i,j}^-| = |y_{i,j}^+| = |x_{i,j}^+| = |x_{i,j}^-|$, $|z_{i,j}^+| = |z_{i,j}^-|$ (индекс « \pm » относится к четным состояниям, а « \rightarrow » — к нечетным), то в дальнейшем индексы « \pm » у матричных элементов будем опускать.

В резонансном приближении отличные от нуля компоненты тензора проводимости на единицу поверхности КЯ, обусловленные переходами из подзоны n в подзону j , имеют вид [9]:

$$\sigma_{ss}(\omega) = \frac{i\omega e^2}{2\pi^2 \hbar} \int d^2k |\tilde{r}_{n,j}^s|^2 \frac{f(E_n) - f(E_j)}{\omega - \omega_{j,n}(k) + i\nu}, \quad E_n < E_j, \quad (3)$$

где $s = x, y, z$; $\hbar\omega_{j,n} = E_j(k) - E_n(k)$, $E_q(k)$ — закон дисперсии q -ой валентной подзоны, ν — частота релаксации фазы дырки, $f(E)$ — функция распределения Ферми—Дирака, $r_{n,j}^s = \tilde{r}_{n,j}^s \delta(k_n - k_j)$ — матричный элемент s -компоненты радиус-вектора. В симметричных ямах, выращенных на плоскостях (001) и (111), спектр вблизи $k=0$ изотропен, поэтому его можно описывать эффективной массой, которая зависит от номера подзоны, $E_j(k) = E_j(0) + \hbar^2 k^2 / 2m_j$. Этим приближением мы и будем в дальнейшем пользоваться.

Считая, что кинетическая энергия продольного движения дырок много меньше энергии размерного квантования, положим $r^s(k) = r^s(0)$ и $f(E_j) = 0$. Производя интегрирование в (3), получаем в этом случае

$$\begin{aligned} \sigma_{ss}(\omega) = \frac{i\omega e^2 m^* N}{m_n T} |\tilde{r}_{n,j}^s|^2 \exp \left[-\frac{\hbar m^*}{T m_n} (\omega - \omega_0 + i\nu) \right] \operatorname{Ei} \times \\ \times \left[\frac{\hbar m^*}{T m_n} (\omega - \omega_0 + i\nu) \right] \end{aligned} \quad (4)$$

— для максвелловского распределения, и

$$\sigma_{ss}(\omega) = -i \frac{e^2 |\tilde{r}_{n,j}^s|^2}{\hbar^2 \pi} m^* \omega \ln \left[1 + \frac{\omega_1}{\omega_0 - \omega - i\nu} \right] \quad (5)$$

— при нулевой температуре; здесь $\omega_0 = \omega_{j,n}(0)$, $\omega_1 = \epsilon_f m_n / m^* \hbar$, $\epsilon_f = \pi \hbar^2 N / m_n$ — энергия Ферми, N — поверхностная концентрация дырок,

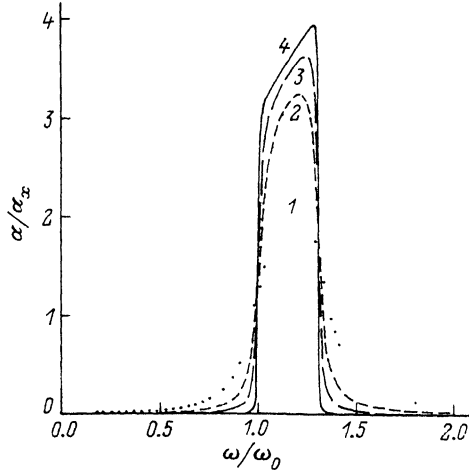


Рис. 1. Зависимости $\alpha(\omega)$ для x-поляризации при четырех значениях ν . $\omega_1 = 0.3 \omega_0$, ν : 1 — 0.1 ω_0 , 2 — 0.03 ω_0 , 3 — 0.001 ω_0 , 4 — 0.001 ω_0 . Используется обозначение $\alpha_x = \frac{4e^2 |\tilde{x}_{n,j}^s|^2}{c \sqrt{\kappa} \hbar^2} \times m^* \omega_0 \cos \varphi$.

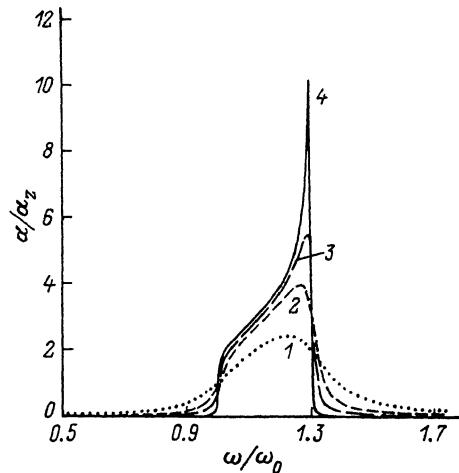


Рис. 2. Зависимости $\alpha(\omega)$ для z-поляризации $\omega_p = 0.1 \omega_1$ при четырех значениях ν . $\omega_1 = 0.3 \omega_0$; $\omega_p = 0.1 \omega_1$. ν : 1 — 0.1 ω_0 , 2 — 0.03 ω_0 , 3 — 0.01 ω_0 , 4 — 0.001 ω_0 . Используется обозначение $\alpha_z = \frac{4e^2 |\tilde{x}_{n,j}^s|^2 \sin^2 \varphi}{c \sqrt{\kappa} \hbar^2 \cos \varphi} m^* \omega_0$.

$m^* = m_j m_n / (m_n - m_j)$, T — температура в энергетических единицах, $Ei(x)$ — интегральная показательная функция.

В Приложении приведены выражения для матричных элементов координат в прямоугольной КЯ с бесконечно высокими потенциальными стенками, выраженной на плоскости (001).

Рассмотрим форму линии поглощения. Ее ширина определяется двумя факторами. Во-первых, процессами рассеяния, что приводит к размытию линии на величину $\hbar \nu$. Во-вторых, зависимостью разности энергий начального и конечного состояний дырки от k , другими словами, неравенством масс в подзонах n и j . Соответствующее уширение линии составляет $\hbar |\omega_1|$ при $T = 0$ (эта величина прямо пропорциональна) поверхностной концентрации дырок) или $T m_n / |m^*| \sim$ для невырожденного случая.

Если рассеяние превалирует, т. е. $\hbar \nu \gg \hbar |\omega_1|$, $T m_n / |m^*|$, то линия поглощения имеет лоренцовый вид:

$$\text{Re}(\sigma_{xx}) \approx \frac{\nu \omega e^2}{\hbar} N |\tilde{x}_{n,j}|^2 \frac{1}{(\omega_0 - \omega)^2 + \nu^2} \quad (6)$$

Если преобладает второй фактор, то при $\nu \Rightarrow 0$ и $T \Rightarrow 0$ линия поглощения — трапеция шириной $|\omega_1|$. Причем, если $m_n > m_j$ ($\omega_1 > 0$), частоте ω_0 соответствует низкочастотный край линии поглощения, если же $m_n < m_j$ ($\omega_1 < 0$) — высокочастотный. Рассеяние приводит к размытию резких стенок трапеции в масштабе ν . На рис. 1 изображены зависимости $\alpha(\omega)$ при $T = 0$ для $\nu = (0.1; 0.03; 0.01; 0.001) \omega_0$. Заметим, что поскольку модуль мнимой части логарифма в (5) не превосходит π , то при $T \Rightarrow 0$

$$\alpha < \alpha_{\max} = \frac{4\pi e^2}{c \sqrt{\kappa} \hbar^2} |\tilde{x}_{n,j}|^2 \omega |m^*|. \quad (7)$$

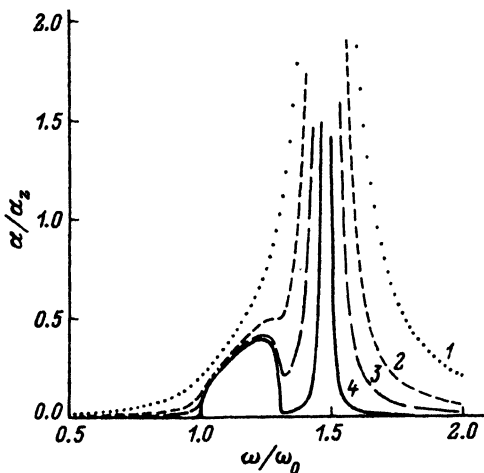


Рис. 3. Зависимости $\alpha(\omega)$ для z-поляризации при четырех значениях ν . $\omega_p = \omega_1$. ν : 1 — $0.1 \omega_0$, 2 — $0.03 \omega_0$, 3 — $0.01 \omega_0$, 4 — $0.001 \omega_0$. Приблизительная величина поглощения в максимуме: 1 — 4, 2 — 15, 3 — 40, 4 — 140.

Величина a_{\max} не зависит от поверхностной концентрации дырок N , а определяется только m^* , ω и $x_{n,j}$. Концентрацией N определяется ширина линии поглощения.

С ростом температуры размывается коротковолновый край линии поглощения, если $m_n > m_j$, или длинноволновый, если $m_n < m_j$. При $T \gg \sim |\omega_1|$ ширина линии определяется температурой и столкновениями.

При переходах под действием поля E_z существует сильная частотная зависимость отношения амплитуд E_z внутри и вне КЯ [в (2) это учитывается делением $\text{Re}(\sigma_{xx})$ на $|\epsilon|^2$]. В этом случае из (2) следует, что пики поглощения могут возникать в частотных областях максимумов $\text{Im}(\epsilon)$ либо минимумов $|\epsilon|$. При $\hbar\nu \gg \hbar/|\omega_1|$, Tm_n/m^* , но $\nu \ll \omega_0$ пик поглощения существует вблизи частоты $\omega^* = \omega_0 + \omega_p$, где $\omega_p = 4\pi e^2 N |z|^2 / \hbar \chi d_{et} = \tilde{\omega}_p^2 / 2\omega_0$, $\tilde{\omega}_p$ — эффективная плазменная частота [8] (иногда ее называют кооперативной частотой). Если $\omega_p > \nu$, то область максимума соответствует плазменному резонансу поля внутри КЯ и поэтому относительно большому его значению. Вероятность реальных межподзонных дипольных переходов здесь мала. На частоте $\omega = \omega_0$ пик поглощения отсутствует из-за сильной экранировки внешнего электрического поля (большая $\text{Re} \epsilon$) и поэтому малой величины электрического поля внутри КЯ.

Если же $\hbar\nu \ll \hbar/|\omega_1|$, Tm_n/m^* , то дополнительно следует различать два предельных случая: 1) $\omega_p \ll |\omega_1|$; 2) $\omega_p \gg |\omega_1|$. Исследуем их, полагая для определенности $\omega_1 > 0$ и для простоты $T = 0$. Отметим, что отношение $\omega_p/\omega_1 = 4e^2 m^* |z_{n,j}|^2 / \hbar^2 \chi d_{et}$ не зависит от концентрации дырок.

В первом случае $|\epsilon|$ принимает минимальное значение на коротковолновой границе трапецеобразной области линии поглощения $\omega \approx \omega_0 + \omega_1$, где $\text{Im}(\epsilon)$ начинает быстро падать. Вблизи длинноволновой границы указанной области $|\epsilon|$ велико (сильная экранировка за счет $\text{Re} \epsilon$). В результате трапецеобразная линия поглощения сильно деформируется, в частности, вблизи частоты $\omega_0 + \omega_1$ появляется ярко выраженный максимум (см. рис. 2).

Во втором случае $|\epsilon|$ имеет минимумы на двух частотах: $\omega_- = \omega_0 + \omega_1/2$ (внутри трапецеобразной линии поглощения, где $\text{Im} \epsilon$ велико) и $\omega_+ = \omega_0 + \omega_p + \omega_1$ (вне трапецеобразной линии поглощения), где $\text{Im} \epsilon \neq 0$ лишь

благодаря столкновениям. В результате вместо одной линии поглощения появляются две. Первая, «несмещенная», вблизи $\omega = \omega_-$, относительно малой интенсивности

$$\alpha_-(\omega_-) = \frac{4}{c\sqrt{\kappa} \cos^2 \varphi} \frac{e^2 |\tilde{z}_{n,j}|^2 \omega_- m^* \omega_1^2}{\pi \hbar^2 \omega_p^2}, \quad (8)$$

вторая, «смещенная», на частоте $\omega = \omega_+$, узкая и большой интенсивности. Поглощение в окрестности $\omega = \omega_+$ описывается формулой

$$\alpha_+(\omega) = \frac{2\nu\omega e^2}{\pi c \hbar \sqrt{\kappa} \cos^2 \varphi} N |\tilde{z}_{n,j}|^2 \frac{1}{(\omega_+ - \omega)^2 + \nu^2}, \quad \alpha_+(\omega_+) \gg \alpha_{\max}, \quad (9)$$

и соответствует плазменному резонансу. На рис. 3 приведены частотные зависимости $\alpha(\omega)$ для промежуточной области параметров $\omega_p = \omega_1 = 0.3\omega_0$.

Случай $\omega_1 < 0$ получается из рассмотренного выше заменой $\omega_1 \Rightarrow |\omega_1|$, $\omega_0 \Rightarrow \omega_0 - |\omega_1|$.

По-видимому, с точки зрения эксперимента наибольший интерес представляют переходы дырок из первой тяжелой подзоны во вторую тяжелую ($H1H2$), во вторую легкую ($H1L2$) и во вторую спин-отщепленную ($H1S2$). Приведем оценки величин поглощения для этих переходов. Для прямоугольной КЯ шириной 40 нм с непроницаемыми стенками в Si с $N = 10^{12} \text{ см}^{-2}$ и $\nu = 5 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ максимальные значения поглощения при $T = 0$: для переходов $H1L2$ $\alpha \approx 0.5\%$ (энергия перехода 282 мэВ), $H1S2$ — $\alpha \approx 0.2\%$ (449 мэВ), $H1H2$ — $\alpha \approx 0.7\%$ (225 мэВ). Для такой же ямы в GaAs: $H1L2$ — $\alpha = 0.1\%$ (378 мэВ), $H1S2$ — $\alpha \approx 0.05\%$ (684 мэВ), $H1H2$ — $\alpha \approx 0.2\%$ (274 мэВ). Полагалось, что для переходов $H1H2$ $\varphi = 45^\circ$, а для остальных $\varphi = 0$.

Приложение

Приведем выражения для матричных элементов оператора r и спектр дырок в бесконечно глубокой квантовой яме толщины d при $k=0$. Спектр тяжелых дырок $E_n = \sim^2 k_n^2 (A - B)/2m_0$, $k_n = \pi n/d$, $n = 1, 2, \dots$. Спектр легких (знак «+» перед корнем) и спин-отщепленных (знак «-» перед корнем) дырок:

$$E_j = (A + B/2) k_j^2 - \Delta/2 \pm \sqrt{(9B^2 k_j^4 + \Delta^2)/4 + B\Delta k_j^2/2},$$

A, B, D — параметры, характеризующие валентную зону.

Найдем матричный элемент координаты x . Поскольку

$$x_{n,j} = \int dv \Psi_n^+ x \Psi_j = i\delta(k_n - k_j) \int dz \Psi_n^+ \frac{d}{dk_{xj}} \Psi_j, \quad (П. 1)$$

где $\Psi_{n,j}$ — волновые функции дырок в состояниях n и j , то для нахождения $x_{n,j}$ при $k=0$ необходимо найти Ψ_j с точностью до линейных по k_x членов. Это нетрудно сделать с помощью теории возмущений:

$$\Psi_j(k_x) = \Psi_j(0) + \sum_p \frac{V_{pj}}{E_j - E_p} \Psi_p(0). \quad (П. 2)$$

Оператор V имеет вид [10]

$$V = Dk_z k_x \begin{vmatrix} 0 & -i & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{3/2} \\ 0 & 0 & 0 & i & \sqrt{3/2} & 0 \\ 0 & 0 & -i & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 0 & \sqrt{3/2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3/2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad (\text{П. 3})$$

$k_z = -id/dz$. Подставляя (П. 2) в (П. 1) и учитывая ортогональность волновых функций $\Psi_j(0)$ и линейную зависимость V от k_x , получим

$$x_{n,j} = i\delta(k_n - k_j) \frac{V_{j,n}}{k_x(E_j - E_n)} = \delta(k_n - k_j) \tilde{x}_{n,j}. \quad (\text{П. 4})$$

Матричный элемент x между подзонами легких и тяжелых дырок:

$$\tilde{x}_{n,j} = \frac{4\pi j D}{(E_n - E_j) d (n^2 - j^2) (1 + \alpha_j^2)^{1/2}} (-1 + \alpha_j), \quad (\text{П. 5})$$

$$\alpha_j = \frac{[(A + B) k_j^2 - E_j]}{\sqrt{2} B k_j}. \quad (\text{П. 6})$$

Если спин-отщепленной подзоной можно пренебречь, то

$$\tilde{x}_{n,j} = d \frac{4Dnj}{\pi^2 [(A - B) n^2 - (A + B) j^2] (n^2 - j^2)}. \quad (\text{П. 7})$$

Матричный элемент x между подзонами легких (спин-отщепленных) дырок:

$$\tilde{x}_{n,j} = \left(\frac{3}{2}\right)^{1/2} D (\alpha_j - \alpha_n) \frac{4nj}{(E_n - E_j) d (n^2 - j^2) [(1 + \alpha_n^2) (1 + \alpha_j^2)]^{1/2}}. \quad (\text{П. 8})$$

Найдем матричный элемент координаты z :

$$z_{n,j} = \int dV \Psi_n^+ z \Psi_j = i\delta(k_n - k_j) \int dz \Psi_n^+ z \Psi_j.$$

Матричные элементы z между подзонами тяжелых дырок —

$$\tilde{z}_{n,j} = d \frac{8nj}{\pi^2 (n^2 - j^2)^2}, \quad (\text{П. 9})$$

а между легкими и спин-отщепленными —

$$\tilde{z}_{n,j} = d \frac{8nj}{\pi^2 (n^2 - j^2)^2} \frac{(1 + \alpha_n \alpha_j)}{[(1 + \alpha_n^2) (1 + \alpha_j^2)]^{1/2}}. \quad (\text{П. 10})$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] B. F. Levine, R. J. Malik, J. Walker, K. K. Choi, C. G. Bethes, D. A. Kleinman, J. M. Vandenberg. Appl. Phys. Lett., 50, 273 (1987).
- [2] S. D. Frolich, R. Will, W. Schlapp, G. Weimann. Phys. Rev. Lett., 59, 1748 (1987).
- [3] Yia-Chung Chang, R. B. James. Phys. Rev. B, 39, 12672 (1989).
- [4] S. Jorda, U. Rossler. Superlatt. Microstruct., 8, 481 (1990).
- [5] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Квантовая механика, 767. М. (1989).
- [6] А. Я. Шик. ФТП, 22, 1843 (1988).

- [7] В. Я. Алешкин, Ю. А. Романов, ЖЭТФ, **95**, 149 (1989).
- [8] Т. Андо, А. Фаулер, Ф. Стерн. Электронные свойства двумерных систем, 415. М. (1985).
- [9] В. М. Файн. Квантовая радиофизика. Т. 1. Фотоны и нелинейные среды, 472. М. (1972).
- [10] Г. Л. Бир, Г. Е. Пикус. Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках, 584. М (1972).

Редактор Л. В. Шаронова
