# МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ В БЕСЩЕЛЕВЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ I РОДА

А. Д. Маргулис, Вл. А. Маргулис

Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарева, 430000, Саранск, Мордва
(Получена 22.05.1992. Принята к печати 31.07.1992)

Показано, что при протекании электрического тока через бесщелевой полупроводник с линейным (нейтриноподобным) законом дисперсии электронов возникает намагниченность, пропорциональная величине приложенного электрического поля. Предсказанный магнитоэлектрический эффект, имеющий кинетическую природу, обусловлен поляризацией электронных спинов в эффективном магнитном поле, индуцируемом током.

1. Как известно [1–3], в кристаллах, принадлежащих определенным классам магнитной симметрии (например, в антиферромагнитном диэлектрике $Cr_2O_3$), должен иметь место магнитоэлектрический эффект, заключающийся в возникновении намагниченности, пропорциональной внешнему электрическому полю. На принципиальную возможность существования такого эффекта как термодинамически равновесного явления в средах, содержащих диссимметричные молекулы было указано еще Пьером Кюри [4].

В работах [5, 6] было показано, что индуцированная электрическим полем намагниченность может наблюдаться и в немагнитных проводящих кристаллах без центра инверсии благодаря нарушению инвариантности относительно обращения времени, обусловленному диссипативным характером протекающего тока. Такой магнитоэлектрический эффект кинетического происхождения изучался в [5] для случая гипотетического изотропного проводника с симметрией зеркального изомера и в [6] применительно к металлическим антиферромагнетикам в состоянии с геликоидальной волной спиновой плотности.

Еще раньше в ряде работ было указано на возможность подобного эффекта в полупроводниках. Так, в [7] предсказано возникновение ориентации спинов носителей в приповерхностном слое полупроводника при протекании электрического тока, обусловленной пространственным разделением электронов с разными ориентациями спина при их рассеянии на неполяризованных дефектах. В [8] было указано на возможность ориентации спинов носителей электрическим током в объеме гиротропного полупроводника, связанной со спиновым расщеплением зон. В [9] этот эффект был экспериментально обнаружен в теллуре по изменению оптической активности при протекании тока через кристалл.

В работах [10–12] было показано, что магнитоэлектрический эффект должен иметь место и в двумерных электронных системах с линейным по импульсу спин-орбитальным расщеплением зоны проводимости, а также в деформированных кристаллах типа $A^{III}B^{V}$. Необходимым условием для его возникновения в этих системах является наличие спиновой релаксации электронов, обусловленной либо прецессионным механизмом Дьяконова—Переля, либо спин-зависимым рассеянием на дефектах. Эта характерная особенность отличает его, как подчеркнуто в [12], от эффекта, наблюдавшегося в теллуре [9], где из-за полного снятия вырождения в валентной зоне сдвиг функции распределения в k-пространстве непосредственно приводит к появлению отличного от нуля среднего момента дырок. Наглядная физическая интерпретация магнитоэлектрического эффекта в двумерных системах как результата намагничивания электронов в эффективном магнитном поле, возникающем при их дрейфе во внешнем электрическом поле, была дана в [11]. Одновременно и независимо такая интерпретация была предложена, обоснована, а само эффективное магнитное поле обнаружено и измерено в [13]. Необходимо отметить, однако, что предсказываемая теорией [10–12] величина спиновой поляризации электронов мала́ в меру малости спинового расщепления зоны проводимости, соответствующего дрейфовому импульсу в электрическом поле, к средней энергии электронов.

Цель настоящей работы — обратить внимание на возможность существования значительно бо́льшего по величине магнитоэлектрического эффекта в бесщелевых полупроводниках (БП) I рода. Как известно, в этих полупроводниках энергетический спектр электронов вблизи точки вырождения зон является линейным по импульсу, а эффективная масса носителей равна нулю [14, 15]. Точные стационарные состояния таких частиц описываются уравнением, аналогичным уравнению Вейля для безмассовых релятивистских фермионов. При этом так же как в теории двухкомпонентного нейтрино при заданном импульсе частица может находиться в двух состояниях, различающихся знаком энергии. Эти состояния классифицируются по значениям спиральности (проекции спина на направление импульса) $\lambda = \pm 1/2$, поскольку проекция спина на произвольную ось $z$ является «плохим» квантовым числом. В рассматриваемом нами случае состояниям с «правой» спиральностью $\lambda = 1/2$ отвечают состояния электронов в зоне проводимости (положительный знак энергии), а состояниям с «левой» спиральностью $\lambda = -1/2$ соответствуют состояния в валентной зоне (отрицательный знак энергии). Благодаря наличию такой жесткой корреляции между направлениями спина и импульса электронов в БП I рода следует ожидать возникновения ориентации спинов, непосредственно обусловленной сдвигом электронного распределения в импульсном пространстве при включении электрического поля (подобно тому, как это имеет место для момента дырок в теллуре [9]). Как будет показано далее, в актуальном случае, когда зона проводимости заполнена вплоть до уровня Ферми, величина спиновой поляризации определяется отношением дрейфового импульса электронов к фермиевскому импульсу и не содержит, в отличие от [10–12], малого параметра спин-орбитального взаимодействия.

2. Бесщелевое состояние интересующего нас типа реализуется, например, в твердых растворах на основе полупроводниковых соединений $A^{IV}B^{VI}$ (типа $Pb_{1-x}Sn_xSe$, $Pb_{1-x}Sn_xTe$) при определенных значениях давления, температуры и состава [15]. Для описания зонной структуры таких полупроводников будем исходить из простейшей изотропной модели Диммока [16], учитывающей сильное kp-взаимодействие только двух зон (нижней зоны проводимости и верхней валентной зоны), состояния которых классифицируются по спинорным представлениям $L_6^+$ и $L_6^-$ группы $D_{3d}$. В рамках этой модели гамильтониан электронов формально аналогичен гамильтониану Дирака. В пределе нулевой массы частиц он унитарно эквивалентен гамильтониану Вейля и может быть представлен в виде

$$\mathscr{H} = \mathscr{H}_c + \mathscr{H}_v = \varepsilon_c(\mathbf{p})\,\Lambda_c(\mathbf{p}) + \varepsilon_v(\mathbf{p})\,\Lambda_v(\mathbf{p}), \tag{1}$$

$$\varepsilon_{c,v}(\mathbf{p}) = \pm\nu|\mathbf{p}|,\quad \Lambda_{c,v}(\mathbf{p}) = \frac{1}{2}(I \pm \sigma\zeta_{\mathbf{p}}),\quad \zeta_{\mathbf{p}} = \frac{\mathbf{p}}{p}, \tag{2}$$

где $\nu$ — параметр межзонного взаимодействия, $I$ — единичная матрица $2 \times 2$, $\sigma$ — спиновый оператор Паули, $\varepsilon_c(\mathbf{p})$ и $\varepsilon_v(\mathbf{p})$ — законы дисперсии электронов в зоне проводимости и валентной зоне соответственно, $\Lambda_c(\mathbf{p})$ и $\Lambda_v(\mathbf{p})$ — операторы проектирования на состояния этих зон, имеющих противоположную спиральность $\lambda_{c,v} = \pm 1/2$.

Приведем вначале качественную оценку величины магнитоэлектрического эффекта, используя концепцию эффективного магнитного поля [11, 13]. Для этого заметим, что слагаемое $(\nu \mid \mathbf{p} \mid 2)\ (\sigma\zeta_{\mathbf{p}})$ в гамильтониане $\mathscr{H}_c$ можно интерпретировать как результат действия на спин электрона проводимости некоторого эффективного магнитного поля $\mathbf{H}_{\text{eff}}$, величина и направление которого определяются величиной и направлением импульса электрона: $\mathbf{H}_{\text{eff}} \backsim \mathbf{p}$. В состоянии термодинамического равновесия в силу равномерного распределения импульсов электронов по направлениям среднее значение $\langle \mathbf{H}_{\text{eff}} \rangle$ равно нулю. При включении электрического поля $\mathbf{E}$ на хаотическое движение электронов накладывается регулярный дрейф с импульсом $\mathbf{p}_d = -\mid e \mid \mathbf{E}\tau$ ($\tau$ — время релаксации импульса), что приводит к отличному от нуля значению

$$\langle \mathbf{H}_{\text{eff}} \rangle = \frac{\nu \mathbf{p}_d}{g\mu_B}, \tag{3}$$

где $g$ — эффективный фактор спектроскопического расщепления, $\mu_B = \mid e \mid \times \hbar/2m_0c$ — магнетон Бора.

Сразу отметим, что $\langle \mathbf{H}_{\text{eff}} \rangle$ может быть очень большим, достигая, например, в $Pb_{1-x}Sn_xTe$ значений порядка десятка килоэрстед (см. далее). Поле такой величины способно вызвать значительную поляризацию электронных спинов. Для ее оценки необходимо учесть, что для типичных БП I рода характерна высокая концентрация свободных электронов $n_e$ ( не ниже $10^{17}$ см$^{-3}$ даже в области самых низких температур), обусловленная отклонением от точного стехиометрического состава. Поэтому мы будем предполагать, что основному состоянию системы при $T = 0$ отвечает полностью заполненная валентная зона и частично заполненная (вплоть до уровня Ферми $\varepsilon_F = \nu p_F = \hbar\nu\,(6\pi^2 n_e)^{1/3}$) зона проводимости. В этом случае при протекании тока будет осуществляться заметная поляризация электронов вблизи поверхности Ферми, и оценка степени поляризации $\mathscr{P}$ имеет вид

$$\mathscr{P} = \frac{\langle \sigma \rangle}{n_e} \sim \frac{g\mu_B \langle \mathbf{H}_{\text{eff}} \rangle}{\varepsilon_F} = \frac{p_d}{p_F}. \tag{4}$$

Используя (4), для индуцированной электрическим полем намагниченности $\mathscr{M}$ получаем

$$\mathscr{M} \simeq \frac{g\mu_B \mid e \mid n_e \tau}{2p_F} E. \tag{5}$$

Сравним эту величину с намагниченностью , обусловенной магнитным полем протекающего тока. Последняя зависит от характерного размера образца $L$ и по порядку величины равна

$$\mathfrak{M} \sim \frac{\chi}{c} \sigma_0 E L, \tag{6}$$

где $\chi$ — магнитная восприимчивость вещества, а $\sigma_0$ — проводимость. Оценивая $\sigma_0$ с помощью формулы, подобной друде-лоренцовской, $\sigma_0 \sim e^2 n_e \nu\tau / p_F$, находим, что индуцированная электрическим полем намагниченность доминирует при выполнении условия

$$L \ll \frac{g}{4\chi}\frac{\hbar}{m_0 v}. \tag{7}$$

Используя для $Pb_{0.66}Sn_{0.34}Te$, в котором бесщелевое состояние реализуется при $T=4.2$ K, значения $v \sim 10^8$ см/с, $\tau \sim 10^{-12}$ с [17], $n_e = 10^{17}$ см$^{-3}$, $g \sim 50$ [18], $\chi \sim 10^{-6}$ [19] и полагая $E=100$ В/см, получаем согласно (3)—(5), $\langle \mathbf{H}_{\text{eff}} \rangle = 8$ кЭ, $\mathscr{P} = 10\%$, $\mathscr{M} = 3 \cdot 10^{-3}$ Гс. При этом критерий (7) принимает вид L << 20 мм. Как показывают оценки, степень поляризации электронов в рассматриваемом случае на 1—2 порядка больше, чем при тех же условиях в деформированных кристаллах GaAs, в которых механизм ориентации спинов связан с процессами спиновой релаксации [10, 12].

3. Приведенная выше оценка магнитоэлектрического эффекта может быть строго обоснована, если для вычисления намагниченности электронной системы $\mathscr{M} = -g\mu_B \langle \mathbf{S} \rangle$ воспользоваться формулой, связывающей среднюю спиновую плотность $\langle \mathbf{S}(\mathbf{r}, t) \rangle$ с линейной по электрическому полю поправкой к одночастичной функции Грина электронов $G^{(1)}(\mathbf{r}, t \mid \mathbf{r}', t')$:

$$\langle \mathbf{S}(\mathbf{r}, t) \rangle = -\frac{i}{2}\,\mathrm{Sp}_\sigma\,[\sigma G^{(1)}(\mathbf{r}, t \mid \mathbf{r}', t')]\Big|_{\substack{\mathbf{r}' \to \mathbf{r} \\ t' \to t+0}}, \tag{8}$$

где

$$G^{(1)}(\mathbf{r}, t \mid \mathbf{r}', t') = -\frac{1}{\hbar}\int_{-\infty}^{\infty} dt_1\, \langle \hat{T}\Psi^+(\mathbf{r}, t)\,\Psi(\mathbf{r}', t')\,H(t_1) \rangle, \tag{9}$$

$\hat{T}$ — оператор хронологического упорядочения, $\Psi^+(\mathbf{r}, t)$, $\Psi(\mathbf{r}, t)$ — электронные полевые операторы, угловые скобки означают усреднение по основному состоянию системы, $H(t)$ — гамильтониан взаимодействия электронов с электрическим полем, задаваемым векторным потенциалом $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$,

$$H(t) = -\frac{1}{c}\int \mathbf{j}(\mathbf{r}, t)\,\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)\,d\mathbf{r}. \tag{10}$$

Здесь оператор плотности тока $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$ имеет вид

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = -|e|\,\Psi^+(\mathbf{r}', t')\,\nabla_{\mathbf{p}}\mathscr{H}_c\Psi(\mathbf{r}, t)\Big|_{\substack{\mathbf{r}' \to \mathbf{r} \\ t' \to t+0}} \tag{11}$$

Будем считать выполненным условие $ql \ll 1$, где $l$ — длина свободного пробега электронов, $q^{-1}$ — характерный масштаб изменения поля. В этом случае можно пренебречь пространственной дисперсией внешнего поля. Тогда, подставляя (10) с учетом (11) в (9) и вычисляя среднее от $\hat{T}$-произведения $\Psi$-операторов с помощью теоремы Вика, получаем выражение, определяющее временнýю компоненту Фурье спиновой плотности $\langle \mathbf{S}_\omega \rangle$:

$$\langle \mathbf{S}_\omega \rangle = \frac{i|e|}{2\hbar c}\int_{-\infty}^{0}\frac{d\omega_1}{2\pi}\int\frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3}\,\mathrm{Sp}_\sigma\,\{\sigma G^{(0)}(\omega, \mathbf{p})\,(\mathbf{v}\mathbf{A}_\omega)\,G^{(0)}(\omega_1+\omega, \mathbf{p})\}, \tag{12}$$

где оператор скорости электронов $\mathbf{v}$ имеет вид

$$\mathbf{v} = \frac{v}{2}(\zeta_{\mathbf{p}} I + \sigma); \tag{13}$$

а невозмущенная функция Грина электронов $G^{(0)}(\omega, p)$, соответствующая гамильтониану $\mathscr{H}_c$, есть

$$G^{(0)}(\omega,\ \mathbf{p}) = \frac{\Lambda_c(\mathbf{p})}{\omega - \hbar^{-1}v(p - p_F) + i\eta\,\mathrm{sign}\,\omega}. \tag{14}$$

Дальнейшие вычисления требуют конкретизации механизма рассеяния электронов. Будем полагать, что таковым является рассеяние на донорных примесях. Роль последних в рассматриваемых полупроводниках играют, как уже отмечалось, собственные дефекты, связанные с отклонением от стехиометрии. В этом случае для получения окончательного результата необходимо усреднить выражение (12) по случайному расположению примесей. Соответствующая процедура, основанная на «крестовой» диаграммной технике [20], сводится к замене невозмущенных функций Грина на точные (вычисленные с учетом рассеяния) и перенормировке примесными линиями полевой вершины взаимодействия в «лестничном» приближении. Предполагая выполнение неравенства $\Omega\tau \gg 1$, где $\Omega = vp_F/\hbar$, можно пренебречь рассеянием, соответствующим диффузии спинов. Тогда левую (спинорную) вершину на петлевой диаграмме, определяющей среднюю спиновую плотность, в отличие от [10, 11], перенормировать нет необходимости. В результате простого расчета для вещественной части $\langle \mathbf{S}_\omega \rangle$ получаем

$$\mathrm{Re}\,\langle \mathbf{S}_\omega \rangle = -n_e \frac{\mathbf{p}_d/2p_F}{1 + (\omega\tau_{tr})^2}, \tag{15}$$

где $\tau_{tr}$ — транспортное время релаксации электронов на уровне Ферми. С помощью (15) находим выражение для магнитоэлектрического псевдотензора $\alpha_{ik}(\omega)$, определяющего намагниченность $\mathcal{M}_{\omega i} = \alpha_{ik}(\omega) E_{\omega k}$, индуцированную переменным электрическим полем,

$$\mathrm{Re}\,\alpha_{ik}(\omega) = -\delta_{ik}\frac{g\mu_B|e|n_e}{2p_F}\frac{\tau_{tr}}{1 + (\omega\tau_{tr})^2}. \tag{16}$$

Как видно, частотная зависимость $\mathrm{Re}\,\alpha_{ik}(\omega)$ повторяет частотную зависимость вещественной части дифференциальной проводимости, и в предельном случае $\omega\tau_{tr} \ll 1$ полученные выражения (15), (16) находятся в полном согласии с качественными формулами (4), (5). При этом численная оценка магнитоэлектрического коэффициента для приведенных выше значений параметров $Pb_{1-x}Sn_xTe$ дает $\alpha = 1.5 \cdot 10^{-2}$, что на 2 порядка превышает соответствующий коэффициент для $Cr_2O_3$ [3], в котором магнитоэлектрический эффект имеет недиссипативную природу.

В заключение отметим, что для наблюдения рассмотренного эффекта наиболее удобным представляется использование метода [9], основанного на регистрации поворота плоскости поляризации света при изменении намагниченности под действием электрического поля (электрический аналог эффекта Фарадея).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


[1] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред, 620. М. (1982).
[2] И. Е. Дзялошинский. ЖЭТФ, 37, 881 (1959).
[3] Д. Н. Астров. ЖЭТФ, 40, 1035 (1961).
[4] P. Curie. J. de Phys. 3 Serie, 3, 393 (1984).
[5] Л. С. Левитов, Ю. В. Назаров, Г. М. Элиашберг. ЖЭТФ, 88, 229 (1985).
[6] Л. П. Горьков, А. В. Сокол. Письма ЖЭТФ, 45, 239 (1987); ЖЭТФ, 93, 2219 (1987).
[7] М. И. Дьяконов, В. И. Перель. Письма ЖЭТФ, 13, 657 (1971).
[8] Е. Л. Ивченко, Г. Е. Пикус. Письма ЖЭТФ, 27, 640 (1978).
[9] Л. Е. Воробьев, Е. Л. Ивченко, Г. Е. Пикус, И. И. Фарбштейн, В. А. Шалыгин, А. В. Штурбин. Письма ЖЭТФ, 29, 485 (1979).
[10] А. Г. Аронов, Ю. Б. Лянда-Геллер. Письма ЖЭТФ, 50, 398 (1989).
[11] V. M. Edelstein. Sol. St. Commun., 73, 233 (1990).
[12] А. Г. Аронов, Ю. Б. Лянда-Геллер, Г. Е. Пикус. ЖЭТФ, 100, 973 (1991).

[13] В. К. Калевич, В. Л. Коренев. Письма ЖЭТФ, 52, 859 (1990).
[14] А. А. Абрикосов, С. Д. Бенеславский. ЖЭТФ, 59, 1280 (1970).
[15] И. М. Цидильковский. Зонная структура полупроводников, 328. М. (1978).
[16] J. O. Dimmock. J. Phys. Chem. Sol., 32, (Suppl.), 319 (1971).
[17] R. Dornhaus, G. Nimtz, B. Schlicht. Narrow-Gap Semiconductors. Springer Tracts in Mod. Phys., 98, 309. Berlin (1983).
[18] C. R. Hewes, M. S. Adler, S. D. Senturia. Phys. Rev. B, 7, 5195 (1973).
[19] S. Misra,G. S. Tripathi, P. K. Misra. J. Phys. C, 17, 869 (1984).
[20] А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статистической физике, 443. М. (1962).

Редактор В. В. Чалдышев