

## АКУСТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ И ТЕРМОЭДС УВЛЕЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ФОНОНАМИ В РЕЖИМЕ СЛАБОЙ ЛОКАЛИЗАЦИИ

В. В. Афонин, Ю. М. Гальперин

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук,  
194021, Санкт-Петербург, Россия  
(Получена 1.07.1992. Принята к печати 2.07.1992)

Изучаются интерференционные поправки к эффекту увлечения электронов фононами и к акустоэлектрическому эффекту. Показано, что локализационные поправки к эффекту увлечения в стандартной ситуации будут подавлены, и поэтому более привлекательным является их изучение в акустоэлектрическом эффекте, где такого подавления нет. Обсуждены последние экспериментальные данные, касающиеся наблюдения интерференционного эффекта в термоэдс.

*Введение.* Недавно в работе [1] был опубликован факт первого наблюдения интерференционного эффекта в термоэдс. Зависимость термоэлектрического коэффициента от классически слабого магнитного поля хорошо совпала с теорией для диффузионной части термоэдс  $\eta_d$  [2-5]. Вместе с этим в настоящее время надежно установлено, что в образцах с двумерным электронным газом (2 DEG), использованных в эксперименте (полевой транзистор кремний на сапфире — SOS MOSFET), основной вклад в полную термоэдс дает эффект увлечения электронов фононами [6, 7].

В работе был поставлен вопрос о вычислении интерференционного вклада в этот эффект. Соответствующая часть термоэлектрического коэффициента будет обозначаться нами  $\eta_g$ . В работе будет показано, что локализационные поправки к  $\eta_g$  в реальной ситуации оказываются пренебрежимо малыми по сравнению с интерференционным вкладом в  $\eta_d$ . Однако существует аналогичный по физическому смыслу эффект — акустоэлектрический (увлечение электронов когерентной звуковой волной), где поправки к  $\eta_g$  велики.

Согласно соотношению Вейнрейха [8], акустоэлектрический ток может быть представлен в виде

$$j_{ac} = \frac{\mu}{s} \Gamma S, \quad (1)$$

где  $\mu$  — подвижность электронов,  $\Gamma$  — коэффициент поглощения звука электронами,  $s$  — скорость звука, а  $S$  — плотность потока энергии звуковой волны. Для дальнейшего будет важно, что квантовые поправки к акустоэлектрическому току не сводятся к комбинации парциальных поправок к  $\mu$  [9] и  $\Gamma$  [10], поскольку в оценку для акустоэлектрического тока (1) входит произведение точной подвижности на точный коэффициент поглощения звука. Поэтому наряду с интерференционными поправками к  $\mu$  и  $\Gamma$  (однокуперонные графики) существует «перекрестная» интерференция волновых функций электрона, входящих в квантово-механическое выражение для  $\mu$  и  $\Gamma$ . Она описывается двухкуперонными графиками, зависящими от одного малого импульса  $q$ . Поэтому локализационные поправки к акустоэлектрическому току не могут быть получены из уже известных

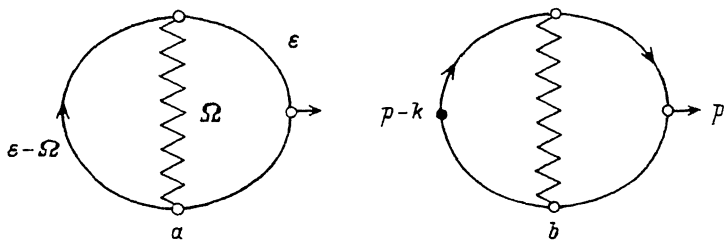


Рис. 1. Графики для вычисления термо- и акустоэлектрического тока. *a* — скелетный график, *b* — классическое приближение.

поправок к проводимости и коэффициенту поглощения звука и требуют независимого вычисления. В работе будет показано, что двухкуперонные и однокуперонные графики дают одинаковые по порядку величины вклады в  $j_{ac}$ .

Теперь мы хотим напомнить причину, по которой эффект увлечения оказывается более существенным для двумерных систем, чем для трехмерных (подробнее см. обзор [6]). Для этого напишем оценку для тока увлечения  $j_g$ . Она может быть получена из (1), если подставить вместо  $S$  величину  $\kappa \nabla T$  ( $\kappa$  — коэффициент теплопроводности,  $T$  — температура):

$$j_g = \frac{\mu}{s} \Gamma \kappa \nabla T. \quad (2)$$

Теперь воспользуемся оценкой  $\kappa \approx s l_{ph} c_{ph}$  [11], где  $l_{ph}$  — длина свободного пробега фононов, а  $c_{ph}$  — фононная теплоемкость. Таким образом,

$$j_g \approx \mu c_{ph} \Gamma l_{ph} \nabla T. \quad (3)$$

В том случае, когда электроны трехмерны при низких температурах и достаточно высоких концентрациях электронов,  $l_{ph}$  чаще всего определяется рассеянием фононов на электронах, так что  $\Gamma l_{ph}$  становится порядка единицы. Совсем иначе может обстоять дело в типичной для структур с 2DEG ситуации, когда электроны двумерны, а фононы трехмерны. В этом случае длина свободного пробега фононов обычно определяется фонон-фононным рассеянием, и произведение  $\Gamma l_{ph}$  становится большим [6, 7]. В реальной ситуации  $\Gamma l_{ph}$  оказывается  $\sim 10^2 \div 10^3$ , что и определяет большую величину  $j_g$  по сравнению с диффузионной частью термоэдс [1]. Вместе с тем, как уже говорилось выше, по зависимости термотока от классически слабых магнитных полей было показано, что в локализованную поправку основной вклад дает диффузионная часть термоэдс.

### Общие выражения для тока увлечения

Приступим к выводу диаграммного выражения для эффекта увлечения электронов фононами. Мы будем вычислять прямо термоток. Для этого нужно учесть изменение функции Грина электронов  $G$  (сплошная линия со стрелкой) вследствие их рассеяния на неравновесных фононах  $D$  (волнистая линия). Соответствующая диаграмма изображена на рис. 1. Эффект увлечения электронов фононами описывается слагаемыми, содержащими разность запаздывающей и опережающей функций Грина фононов. В этом случае неравновесные фононы дают такой же вклад в ток, какой давали бы два внешних поля с частотами  $\Omega$  и  $-\Omega$ . Это как

раз и соответствует физической картине эффекта: импульс передается из фононной системы в электронную, в результате чего электроны начинают двигаться направленным образом. Стрелка в правой вершине диаграммы обозначает скорость электрона, по всем направлениям которой надо проинтегрировать,  $g$  — электрон-фононная вершина. Крестиками обозначены примесные потенциалы (усреднения по положению примесей еще не произведено). Описанный выше вклад в плотность тока пропорционален:

$$j_g \approx \int \frac{d\varepsilon d\Omega}{(2\pi i)^2} \Omega \left[ \frac{\partial n}{\partial \varepsilon} \right] N(\Omega) \{ [G_R^2(\varepsilon + \Omega) G_A(\varepsilon) - G_A^2(\varepsilon + \Omega) G_R(\varepsilon)] [D_R(\Omega) - D_A(\Omega)] \}, \quad (4)$$

здесь  $n(\varepsilon)$  — фермиевская функция, а  $N(\varepsilon)$  — неравновесная функция распределения фононов. Координатные аргументы функций Грина, интегрирование по ним, а также оператор скорости для простоты опущены. После интегрирования по  $\Omega$

$$j_g \approx \int \frac{d\varepsilon}{2\pi i} \frac{\partial n}{\partial \varepsilon} \omega_k^2 \{ N(\omega_k) [G_R^2(\varepsilon + \omega_k) G_A(\varepsilon) - G_A^2(\varepsilon + \omega_k) G_R(\varepsilon)] + [\omega_k \rightarrow -\omega_k] \}, \quad (5)$$

где  $\omega_k = sk$ .

Для того чтобы вычислить термоток, мы можем взять выражение для неравновесной функции распределения фононов, полученное из кинетического уравнения [12]

$$N(k) = \tau_f(k) s(n_k, \nabla T)/T, \quad (6)$$

здесь  $\tau_f(k)$  — время свободного пробега фононов с волновым вектором  $k$ ,  $n_k = k/|k|$ . Константу электрон-фононного взаимодействия ( $g^2$ ) удобно выразить через время рассеяния электронов на фононах:  $1/\tau_{el-ph} \approx \nu g^2 T$  ( $\nu$  — плотность электронных состояний).

Для того чтобы получить из (5) выражение для акустоэлектрического тока, достаточно подставить в него вместо (6)

$$N(k, \omega) = \frac{S}{g(k) \omega_k s} \delta(k - k_0) \quad (7)$$

[ $g(k)$  — плотность состояний фононов], т. е. написать одну фононную моду с волновым вектором  $k_0$  и таким же потоком энергии, какой создает акустическая волна. (Конечно, это правильно только в линейном по интенсивности звука приближении). В качестве вершины, описывающей взаимодействие электронов с акустической волной, в этом случае можно взять величину  $g_0(k)/\omega_k^{1/2}$ . Она определяется конкретным механизмом взаимодействия. Мы не будем указывать ее явный вид, поскольку эти вершины одинаковым образом входят в классическое выражение для  $j_g$  и в локализационные поправки. Важно, что в интересующей нас области магнитных полей ( $H$ ) они от них не зависят. Реально нас будет интересовать изменение акустоэлектрического тока от магнитного поля, нормированное на его величину в нулевом магнитном поле.

Теперь произведем усреднение выражения для тока по положению примесей. Классическое выражение для эффекта увлечения описывается диаграммой (рис.

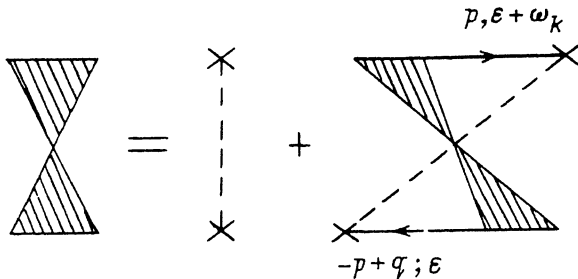


Рис. 2. Лестничные диаграммы для куперона.

1, б). При вычислении токов удобно вводить электронные импульсы так, чтобы в векторной вершине стояла только электронная скорость ( $v = p/m$ ). При этом можно показать, что диаграмма равна нулю, если пренебречь квадратом фоновонного импульса в выражении для функции Грина электронов. Этот факт удобно учесть прямо в диаграмме. Процедуру разложения по  $k/p \ll 1$  мы изображаем заштрихованными кружочками, которым приписываем значения  $k_0^2/2m$ . Можно показать, что этот факт относится не только к классическому выражению для термотока, а имеет место для любой диаграммы, получающейся из представленной на рис. 1, а, после усреднения по положению примесей, так что во всех диаграммах, которые будут обсуждаться далее, это надо учесть. (Мы не будем указывать такое разложение на рисунках, чтобы не увеличивать количество диаграмм в статье).

### Локализационные поправки к акустозлектрическому эффекту

Для того чтобы учесть интерференционные эффекты, необходимо рассмотреть так называемые «веерные диаграммы» (рис. 2). Для существования эффекта необходимо выполнение условия<sup>1</sup>

$$\omega_k \tau \ll 1, \quad (8)$$

где  $\tau$  — время свободного пробега электронов относительно рассеяния на примесях. Эта сумма равна  $(Dq^2\tau - i\omega_k\tau + \tau/\tau_p)^{-1}$ . Здесь  $D$  — коэффициент диффузии электронов, а  $\tau_p$  — время релаксации фазы ( $\tau_p \gg \tau$ ;  $ql \ll 1$ ).

Рассмотрим сначала графики с двумя «куперонами». Они изображены на рис. 3. Блок с двумя диффузонами  $S$  возникает потому, что векторная вершина может быть внутри веерного графика:

$$S = -2q \langle v^2 \rangle \tau / (Dq^2\tau - i\omega_k\tau + \tau/\tau_p)^2. \quad (9)$$

Все диаграммы содержат интегрирование по вектору  $q$ . Это требует разложить электронные функции Грина до первого порядка по  $qv$ , а для того чтобы получившееся выражение не было равно нулю при интегрировании по всем направлениям скорости электрона, приходится разлагать электронные функции Грина до членов, линейных по  $(kv)$ . (Нас будет интересовать случай  $kl \ll 1$ ).

<sup>1</sup> Обратим внимание на то, что пространственная дисперсия, описываемая параметром  $kl$ , не влияет на куперон. Причиной этого является отсутствие релаксации фазы в статическом потенциале. Поэтому локализационные эффекты возможны и при  $kl \gg 1$ , требуется лишь выполнение неравенства [8]. Физически это отражает тот факт, что фаза релаксирует только при наличии процессов, не инвариантных относительно инверсии времени, а формально следует из того, что во всех диаграммах импульсы, по которым производится интегрирование, можно расставить так, чтобы  $k_0$  выпало из выражения для суммы веерных диаграмм.

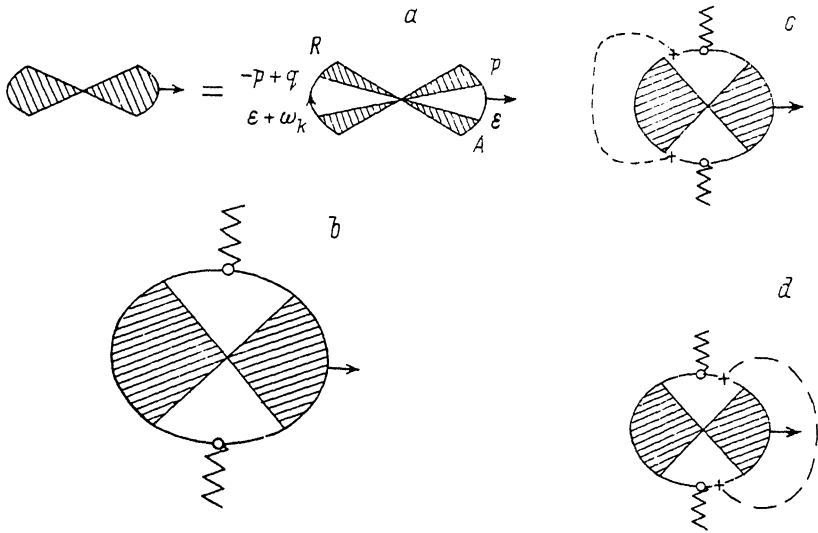


Рис. 3. Двухкуперонные графики. *a* — блок с двумя куперонами, *b*—*d* — графики без охватов (*b*) и с охватами (*b*—*d*).

Вычисления показали, что слагаемые указанного порядка в диаграмме рис. 3, *b* сокращают друг друга, а диаграммы рис. 3, *c* и *d* в этом приближении равны. Отсюда следует, что из-за векторных свойств блока *C* двухкуперонные диаграммы стали порядка однокуперонных. Последние изображены на рис. 4. Графики на рис. 4, *a*—*c* одного порядка, а в графиках рис. 4, *d* члены нужного нам порядка сокращаются. В итоге

$$\delta j_{ac} = \frac{4Se\tau^3 g^2(k) k^2}{\pi sm} k \int (dq) \operatorname{Re} \left( \frac{D\tau}{Dq^2\tau - i\omega_k\tau + \tau/\tau_\varphi} \times \right. \\ \left. \times \left[ 1 + \frac{3}{n_d} \frac{Dq^2\tau}{Dq^2\tau - i\omega_k\tau + \tau/\tau_\varphi} \right] \right). \quad (10)$$

Здесь  $n_d$  — эффективная размерность куперона,  $e$  — заряд электрона. Образец является двумерным, если толщина области, в которой локализованы электроны,  $d \ll [D\tau_\varphi]^{1/2}$ . В этом случае отношение квантовой поправки к классическому эффекту дается оценкой

$$\delta j_{ac} \approx 1/pl \ln [\omega^2\tau^2 + (\tau/\tau_\varphi)^2]^{-1/2}. \quad (11)$$

Выражение (10), конечно, законно до тех пор, пока поправка (11) мала. Но ее можно выделить по зависимости от классически слабого магнитного поля. В выражение для  $\delta j_{ac}$  входит новая для теории слабой локализации величина  $S$  (Н) (рис. 3, *a*). Она состоит из двух веерных диаграмм, зависящих от одного импульса  $q$ . Поэтому нужно произвести вывод выражения для  $S$  в магнитном поле, аналогичный проделанному в [13]. Это сделано в Приложении.

В итоге в выражении (10) для  $n_d = 2$  можно просто произвести замену

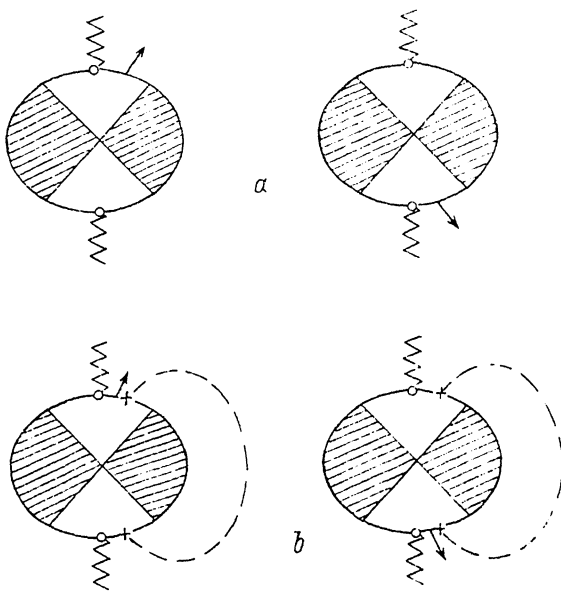


Рис. 4. Однокуперонные графики для термо- и акустоэлектрического тока.

$$\int dq \frac{1}{Dq^2\tau - i\omega\tau + \tau/\tau_\varphi} \rightarrow \frac{1}{4\pi D\tau} \int_{\tau/\tau_\varphi}^{\infty} dx \frac{\exp[-x(1 - i\omega_k\tau_\varphi)]}{2H_c/H \operatorname{sh}(Hx/2H_c)},$$

$$\int dq \frac{Dq^2\tau}{[Dq^2\tau - i\omega\tau + \tau/\tau_\varphi]^2} \rightarrow \frac{d}{d\alpha} \frac{-1}{4\pi D\tau} \int_{\tau/\tau_\varphi}^{\infty} dx \frac{\exp[-x(1 - i\omega_k\tau_\varphi)]}{2H_c/H \operatorname{sh}(\alpha Hx/2H_c)} \Bigg|_{\alpha=1} \quad (12)$$

где  $H = \frac{c}{4eD\tau_\varphi}$ . Из выражения (12) видно, что существенные для интегрирования  $x \ll \min(1, H_c/H, 1/\omega_k\tau_\varphi)$ , т. е. возникает новый масштаб магнитного поля  $H_w = c\omega_k/4eD$ :

$$H_w/H_c = \omega_k\tau_\varphi. \quad (13)$$

Его появление следует из того факта, что при достаточно больших частотах куперон расплывается со временем за счет того, что интерферируют между собой электроны, энергии которых отличаются на  $\omega_k$ . Тогда для того чтобы магнитное поле начало подавлять локализацию, требуется, чтобы набег фазы за счет магнитного поля становился порядка единицы не на временах порядка  $\tau_\varphi$ , а на  $\omega_k^{-1}$  (при условии, что  $\tau_\varphi \gg \omega_k^{-1}$ ). Т. е. если параметр (13) много больше единицы, то

$$\frac{|\delta j_{ac}(H) - \delta j(H=0)|}{j_{ac}^0} \sim \frac{1}{\rho l} \begin{cases} (H/H_w)^2 & H \ll H_w \\ \ln |H/H_w| & H \gg H_w \end{cases} \quad (14)$$

Если же  $\omega_k\tau_\varphi \ll 1$ , то в (14)  $H_w$  заменяется на  $H_c$ , и выражения (14) принимают обычный вид.

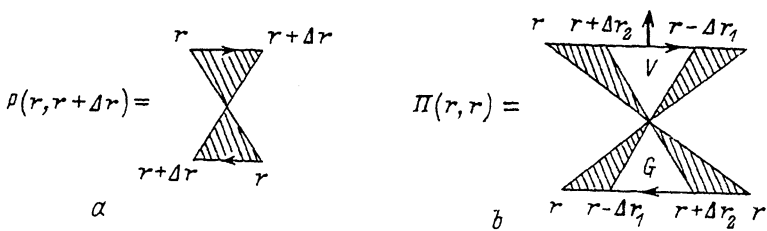


Рис. 5. К вычислению плотности электрического тока в магнитном поле.

### Интерференционные поправки к эффекту увлечения электронов фононами

Для учета интерференционных поправок к эффекту увлечения необходимо проанализировать те же самые графики, что и для  $\delta j_{ac}$ . После чего их надо домножить на  $\tau_{el-ph}$ , подставить функцию распределения неравновесных фононов и проинтегрировать по всем фононным  $k$ . При этом оказывается, что в стандартной ситуации интеграл по  $k$  определяется достаточно большими импульсами, так что  $\omega_k \approx T$ , а  $kl \gg 1$ . Поэтому нужно заново оценивать диаграммы, изображенные на рис. 3, 4. В итоге малыми по  $1/kl$  оказываются лишь диаграммы рис. 4, б, а остальные дают вклады одного порядка. Для того чтобы понять, почему на эксперименте [1] не наблюдалось магнитозависящих поправок к эффекту увлечения, достаточно простых оценок. По данным работы [1], параметр

$$T\tau \ll 1 \quad (15)$$

выполняется лишь при  $T < 1$  К. Так что при больших температурах локализационных поправок вообще нет, а параметр  $T\tau_\varphi$  вообще всегда велик, так что отношение магнитозависящих поправок в диффузионную часть термоэдс и в эффект увлечения можно записать в виде

$$\left| \frac{\delta\eta_g(H) - \delta\eta_g(0)}{\delta\eta_d(H) - \delta\eta_d(0)} \right| \approx \frac{\eta_g^0}{\eta_d^0} \left[ \frac{H_c}{H_\omega} \right]^2 \approx \frac{\eta_g^0}{\eta_d^0} \frac{1}{(T\tau_\varphi)^2}. \quad (16)$$

Используя данные из работы [1], можно получить, что  $T\tau_\varphi \approx 10^2$ , так что, несмотря на то что классические коэффициенты  $\eta_g^0 \gg \eta_d^0$ , все отношение (16) оказывается малым. Отсюда следует, что для того чтобы наблюдать локализационные поправки к эффекту увлечения, нужно подобрать такие материалы, в которых была бы подчеркнута область малых  $k$  в интеграле. В такой ситуации нам кажется более естественным измерять поправки к акустоэлектрическому току.

### Приложение

В работе [13] было показано, что в теории слабой локализации магнитное поле нужно учитывать только в блоке веерных диаграмм. В итоге происходит замена

$$g^2 \int dq \frac{1}{Dq^2\tau - i\omega_k\tau + \tau/\tau_\varphi} \rightarrow \int dr P(r, r).$$

Диаграмма  $P(r, r)$  изображена на рис. 5, а и равна при  $n_d = 2$

$$P(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}) = g^2 N(H) \sum_{n=0}^{n_{\max}} \frac{\Psi_n(\mathbf{r}) \Psi_n^*(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r})}{4eD\tau H (n + 1/2)/c - i\omega\tau + \tau/\tau_p}, \quad (\text{П.1})$$

а  $\Psi_n$  удовлетворяет уравнению

$$D\tau \left[ -i\nabla_{\mathbf{R}} - \frac{2e}{c} \mathbf{A}(\mathbf{R}) \right]^2 \Psi_n(\mathbf{R}) = \frac{4eD\tau H}{c} (n + 1/2) \Psi_n(\mathbf{R}), \quad (\text{П.2})$$

где  $\mathbf{A}$  — вектор-потенциал, а  $N(H)$  — нормировочный множитель, который входит 1 раз на каждое суммирование по  $n$ ,  $n_{\max} = \lfloor c/2eHl^2 \rfloor \gg 1$ . Теперь поймем, что входит вместо нашего двухкуперонного блока. Он изображен на рис. 5, *b*, где для краткости введено обозначение

$$V_{R(A)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \int dy G_{R(A)}(\mathbf{r}, y) \left( \frac{-i\nabla_y}{m} \right) G_{A(K)}(y, \mathbf{r}_2).$$

Тогда весь блок  $\Pi(\mathbf{r}, \mathbf{r})$  в низшем приближении по  $q$  может быть записан в виде

$$\Pi(\mathbf{r}, \mathbf{r}) = \int dp d(\Delta\mathbf{r}_2) P(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}_2) P(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}_2, \mathbf{r}) G_{A(K)}(-p) V_{R(A)}(p). \quad (\text{П.3})$$

Подставляя  $P$  из (П.1) и воспользовавшись полнотой системы функций  $\Psi_n$ , получаем замену

$$\begin{aligned} & g^2 \int dq \frac{1}{(Dq^2\tau - i\omega\tau + \tau/\tau_p)^2} \rightarrow \\ & \rightarrow g^2 N(H) \sum_{n=0}^{n_{\max}} \frac{1}{[4eHD\tau (n + 1/2)/c - i\omega\tau + \tau/\tau_p]^2}. \end{aligned} \quad (\text{П.4})$$

В нашу диаграмму входит не левая часть выражения (П.4), а отличающаяся от нее множителем  $Dq^2\tau$ , т. е.

$$\int d\mathbf{R} [-D\tau \Delta \Pi_i^2(\mathbf{R}, \mathbf{R} + \mathbf{r})] |_{\mathbf{r}=0}.$$

Воспользуемся тем, что на длинах  $r \ll \sqrt{c/eH}$  в левой части уравнения (П.2) можно пренебречь слагаемым с вектор-потенциалом  $\mathbf{A}$ . Таким образом, для учета магнитного поля в нашем приближении достаточно произвести замену

$$\begin{aligned} & \int dq \frac{Dq^2\tau}{[Dq^2\tau - i\omega\tau + \tau/\tau_p]^2} \rightarrow N(H). \\ & \sum_{n=0}^{n_{\max}} \frac{4eHD\tau (n + 1/2)/c}{[4eHD\tau (n + 1/2)/c - i\omega\tau + \tau/\tau_p]^2}. \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

Последняя сумма уже легко заменяется интегралом (12).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] M. J. Kearney, R. T. Syme, M. Pepper. Phys. Rev. Lett., 60, 1622 (1991).
- [2] В. В. Афонин, Ю. М. Гальперин, В. Л. Гуревич. ЖЭТФ, 60, 194 (1984).
- [3] V. V. Afonin, Yu. M. Galperin, V. L. Gurevich. Phys. Rev., B33, 8841 (1986).
- [4] M. J. Kearney, P. N. Buther. J. Phys., C21, L265 (1988).



- [5] C. Castellani, C. Di Castro, M. Grilli, G. S. Strinati. Phys. Rev., B37, 6663 (1988).
- [6] N. V. Zavaritskii. Physica, 126B, 369. Amsterdam (1984).
- [7] M. J. Smith, P. N. Butcher. J. Phys. Condens. Matter., 2, 2375 (1988).
- [8] G. Weinreich. Phys. Rev., 104, 321 (1956).
- [9] Л. П. Горьков, А. И. Ларкин, Д. Е. Хмельницкий. Письма ЖЭТФ, 30, 288 (1979).
- [10] В. В. Афонин, Ю. М. Гальперин, Р. Н. Игнатьев. ФТТ, 28, 1063 (1986).
- [11] В. Л. Гуревич. Кинетика фононных систем, 129. М. (1978).
- [12] А. И. Ансельм. Введение в теорию полупроводников, 560. М. (1978).
- [13] B. L. Altshuler, D. E. Khmel'nitskii, A. I. Larkin, P. A. Lee. Phys. Rev., B22, 5142 (1980).

Редактор В. В. Чалдышев

---