

УДК 537.226

©1993

ДВУХ- И ТРЕХФОНОННОЕ РЕЗОНАНСНОЕ КОМБИНАЦИОННОЕ РАССЕЙАНИЕ СВЕТА В КВАЗИДВУМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМАХ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Л.И.Коровин, С.Т.Павлов, Б.Э.Эшпулатов

Развита теория многофононного резонансного комбинационного рассеяния света квазидвумерными электронными системами в сильном магнитном поле. Исследование проведено для квантовой ямы с бесконечно высокими потенциальными барьерами. Показано, что в резонансной области значений магнитного поля сечение рассеяния резко возрастает по сравнению с аналогичным рассеянием в массивном образце. Теория предсказывает расщепление пика второго фононного повторения на несколько компонент, число которых растет по мере увеличения частоты возбуждающего света. Это расщепление обусловлено расщеплением уровней электрон-фононной системы, которое возникает в результате взаимодействия электронов с оптическими фононами. Полученные общие формулы для тензора рассеяния позволяют анализировать как частотную зависимость, так и зависимость от магнитного поля сечения рассеяния для второго и третьего фононных повторений.

Широкие перспективы практического использования квазидвумерных электронных систем в полупроводниковой микроэлектронике способствовали интенсивному исследованию их электрических и оптических свойств [1]. Важные результаты при изучении квазидвумерных полупроводниковых систем были получены методом резонансного комбинационного рассеяния света (РКРС) с участием фононов [2]. Впервые метод РКРС был применен для исследования сверхрешетки GaAs-AlGaAs при комнатной температуре [3]. Дальнейшее развитие применения этого метода получило в исследовании усиления РКРС в сверхрешетке при низких температурах в работе [4], где был предложен экситонный механизм рассеяния. Изучение поляризационных правил отбора в РКРС [5] показало, что локализованные экситоны сильнее взаимодействуют с теми оптическими фононами, которые сами локализованы в пределах слоя (квантованные фононы). В работе [6] рассматривалась роль локализованных и делокализованных экситонных состояний в спектре РКРС. Исследование температурной зависимости РКРС с участием LO-фононов показало, что интенсивность спектра монотонно возрастает с уменьшением температуры [7]. В работах [8,9] установлено, что при нерезонансном возбуждении фононов в сверхрешетке GaAs-AlAs основную роль играет деформационный механизм электрон-фононного взаимодействия, а при резонансном возбуждении — фрелиховский механизм. В спектре двухфононного РКРС наблюдались пики, соответствующие процессам с участием двух квантованных фононов [10,11]. В работе [12] обнаружены линии

многофонового РКРС (МРКРС), соответствующие комбинациям различных фононов вплоть до четвертого порядка. Приложение магнитного поля перпендикулярно слоям приводит к существенному увеличению интенсивности РКРС на квантованных фонах, а также к возгоранию запрещенного рассеяния на поверхностных фонах [13].

Как известно, вклад в МРКРС дают процессы двух типов: рассеяние через экситонные состояния и рассеяние через состояние свободных электронно-дырочных пар (ЭДП) [14]. В объемном полупроводнике процессы с участием ЭДП оказываются доминирующими. Они изучались теоретически как в отсутствие магнитного поля [14-17], так и в сильном магнитном поле [18]. В этих работах показано, что фрелиховское взаимодействие приводит к следующей зависимости сечения МРКРС, соответствующего фоновому повторению (ФП) N , от безразмерной фрелиховской константы связи α_0

$$\sigma_2 \sim \alpha_0^2, \quad \sigma_3 \sim \alpha_0^3 \ln \alpha_0^{-1}, \quad \sigma_N \sim \alpha_0^3$$

(для $N \geq 4$). В сильном магнитном поле $\sigma_N \sim \alpha_0$ для $N \geq 2$. Таким образом, в объемном полупроводнике магнитное поле приводит к многократному усилению пиков ФП. Это предсказание теории подтверждено экспериментом [19].

Усиление пиков ФП следует ожидать и при уменьшении размерности электронной системы. В квантовой яме, как показано в [20], в отсутствие магнитного поля сечение σ_N МРКРС усиливается по сравнению с аналогичным рассеянием в объемном полупроводнике в α_0^{-1} раз. Усиление обусловлено понижением размерности системы, что приводит к ограничению свободного движения электрона. Поскольку в сильном магнитном поле уровни энергии электрона полностью дискретны, следует ожидать резкого усиления сечения МРКРС.

В настоящей работе развита теория РКРС с участием двух и трех LO -фононов в квазидвумерной системе в сильном магнитном поле. Расчет проведен для изолированной квантовой ямы. В теории учитываются пересечение термов электрон-фононной системы и их расщепление электрон-фононным взаимодействием (ЭФВ) [21].

1. Постановка задачи и качественная сторона явления

Процесс МРКРС состоит, как известно, из следующих частей: поглощение кванта возбуждающего света частоты $\omega_l > \omega_g$ ($E_g = \hbar\omega_g$ — ширина запрещенной зоны) с прямым рождением ЭДП, затем последовательная генерация электроном или дыркой N оптических фононов и, наконец, непрямая аннигиляция пары и рождение кванта рассеянного света частоты ω_s . Возможен процесс с непрямым рождением и прямой аннигиляции пары. На частотах

$$\omega_s = \omega_l - N\omega_{LO}, \quad (1)$$

где ω_{LO} есть частота LO -фонона, в некоторых полупроводниках наблюдаются пики, называемые фононными повторениями. Порядковый номер ФП совпадает с числом испущенных фононов. Начиная с некоторого значения ($N = 4$ для объемного полупроводника, $N = 2$ для объемного полупроводника в сильном магнитном поле и для квазидвумерной системы)

интенсивность $\Phi\Pi$ слабо зависит от номера $\Phi\Pi$. По аналогии с объемным случаем в квазидвумерной системе в сильном магнитном поле следует ожидать усиления интенсивности $\Phi\Pi$ также в α_0^{-2} раз, т.е. рассеяние в определенных условиях может достигать гигантских величин, так как оно перестает зависеть от константы связи α_0 [22].

Качественное объяснение столь резкого увеличения рассеяния заключается в следующем. Генерация фононов в процессе рассеяния сопровождается блужданием электрона в координатном пространстве с длиной свободного пробега $l_0 \sim \alpha_0^{-1}$. Вероятность рассеяния пропорциональна вероятности возвращения электрона в точку рождения ЭДП (если для простоты рассуждений предположить, что дырка фонона не генерирует), т.е. обратно пропорциональна объему, в котором блуждает электрон [15]. В массивном полупроводнике этот объем $\sim \alpha_0^{-3}$, поэтому и сечение в этом случае $\sim \alpha_0^3$. В квазидвумерной системе объем блуждания α_0^{-2} (так как это часть плоскости) и $\sigma_N \sim \alpha_0^2$. В сильном магнитном поле, если выполнено условие $R_0 \ll l_0$, где R_0 — магнитный радиус, блуждание происходит в одном измерении вдоль поля, так как в поперечном направлении электрон не может уйти на расстояние, большее R_0 . Поэтому область блуждания становится одномерной, ее длина $\sim \alpha_0^{-1}$, и, следовательно, $\sigma_N \sim \alpha_0$. В квантовой яме, которая будет рассматриваться в качестве примера квазидвумерной системы, в сильном магнитном поле, направленном перпендикулярно плоскости ямы, движение электрона полностью квантовано, иными словами область блуждания становится нульмерной и сечение рассеяния $\sim \alpha_0^0$. Отсюда и следует вывод о независимости сечения рассеяния от константы связи.

Поскольку уровни энергии электрона в квантовой яме дискретны, то реальный переход с испусканием LO -фонона возможен, если циклотронная частота Ω и частота фонона ω_{LO} удовлетворяют условию

$$\omega_{LO} = \Omega, \quad (2)$$

либо в общем случае $n_1\omega_{LO} = n_2\Omega$ (n_1, n_2 — целые положительные числа). В противном случае все переходы электрона станут виртуальными и сечение рассеяния становится очень малой величиной. При выполнении условия (2) происходит, как известно, пересечение уровней электрон-фононной системы и их расщепление благодаря ЭФВ [21]. В МРКРС это расщепление уровней должно проявиться в виде разбиения пика $\Phi\Pi$ на несколько компонент, расстояние между которыми зависит от α_0 . Число компонент определяется номером уровня, на который первоначально забрасывается электрон.

Рассмотрим одиночную квантовую яму прямоугольной формы с бесконечно высокими стенками, расположенную в интервале $0 \leq z \leq d$. Перпендикулярно плоскости ямы вдоль оси z приложено магнитное поле напряженности H . В приближении эффективной массы собственные функции электрона ψ_e и дырки ψ_h имеют вид

$$\psi_e(\mathbf{r}) = (2/dL_x)^{1/2} e^{ik_{ex}x} \varphi_{n_e}(y) \sin(\pi m_e z/d) u_e(\mathbf{r}), \quad (3)$$

$$\psi_h(\mathbf{r}) = (2/dL_x)^{1/2} e^{ik_{hx}x} \varphi_{n_h}(y) \sin(\pi m_h z/d) u_h(\mathbf{r}), \quad (4)$$

где

$$\psi_n(y) = (2^n n! \sqrt{\pi} R_0)^{-1/2} \exp[-(y - y_0)^2 / 2R_0^2] H_n[(y - y_0)/R_0], \quad (5)$$

$$y_0 = -R_0^2 k_x, \quad R_0^2 = c\hbar/eH. \quad (6)$$

Здесь e — заряд электрона, c — скорость света в вакууме, L_x — нормировочная длина, k_x — непрерывное квантовое число, n — квантовое число Ландау, m — номер уровня размерного квантования, $u_{e(h)}(\mathbf{r})$ — блоховские модулирующие множители, $H_n(x)$ — полином Эрмита. Индекс e относится к электрону, индекс h — к дырке. Уровни энергии электрона и дырки определяются как

$$E_e \equiv \hbar\omega_e(n, m) = \hbar\Omega(n + 1/2) + \hbar\omega_e n^2, \quad (7)$$

$$E_h \equiv \hbar\omega_h(n, m) = \hbar\omega_g + \hbar\Omega_h(n + 1/2) + \hbar\omega_h m^2, \quad (8)$$

где

$$\Omega_e(h) = eH/cm_{e(h)}, \quad \omega_{e(h)} = \hbar\pi^2/2d^2 m_{e(h)}, \quad \Omega \equiv \omega_e, \quad (9)$$

$m_{e(h)}$ — эффективные массы, Ω и Ω_h — циклотронные частоты, $\hbar\omega_e$ и $\hbar\omega_h$ — энергии размерного квантования.

Как показано в [4], основную роль в уширении линий РКРС в сверхрешетках играют объемные LO -фононы. Поэтому ниже рассматривается фрелиховский гамильтониан взаимодействия

$$\mathcal{H}_{\text{int}}^e = \sum_{\nu\nu'} \sum_q \{C_q^e J_{\nu\nu'}(q) b_q + \text{э.с.}\} a_{\nu'}^+ a_{\nu}, \quad (10)$$

$$C_q = -i\hbar\omega_{LO}(4\pi\alpha_0 l_e^3/V_0)^{1/2} (l_e q)^{-1}, \quad (11)$$

$$\alpha_0 = (e^2/2\hbar\omega_{LO} l_e)(\kappa_{\infty}^{-1} - \kappa_0^{-1}), \quad l_e = (\hbar/2m_e\omega_{LO})^{1/2}, \quad (12)$$

a_{ν}^+ , a_{ν} — электронные, b_q^+ , b_q — фононные операторы; $\nu = m, n, k_x$ — набор квантовых чисел, определяющих состояние электрона в квантовой яме в магнитном поле; κ_0 и κ_{∞} — статическая и высокочастотная диэлектрические проницаемости; V_0 — нормировочный объем; \mathbf{q} — волновой вектор фонона; α_0 — безразмерная константа связи. Гамильтониан взаимодействия дырок с фононами $\mathcal{H}_{\text{int}}^h$ получается из (10) заменой

$$a_i^+ \rightarrow c_i^+, \quad a_i \rightarrow c_i, \quad C_q^e \rightarrow C_q^h = (C_q^e)^* = -C_q^e, \quad (13)$$

а также m_e на m_h и l_e на l_h ; c_i^+ , c_i — операторы рождения и уничтожения дырки. Функция $J_{\nu\nu'}(\mathbf{q})$ есть матричный элемент оператора $\exp(i\mathbf{q}\mathbf{r})$, вычисленный на волновых функциях электрона или дырки в квантовой яме

$$J_{\nu\nu'}(\mathbf{q}) = \delta_{k'_x, k_x - q_x} M_{m'm}(q_z) \exp \left[-iq_y l_H^2 (k_x + k'_x) - (q_{\parallel}^2 l_H^2)/2 \right] \times \\ \times \begin{cases} \sqrt{n!/n!} [l_H(iq_y + q_x)]^{n-n'} I_{n'-n'}^n(l_H^2 q_{\parallel}^2), & n \geq n', \\ \sqrt{n!/n!} [l_H(iq_y - q_x)]^{n'-n} I_n^{n'-n}(l_H^2 q_{\parallel}^2), & n' \geq n, \end{cases} \quad (14)$$

$$q_{\parallel}^2 = q_x^2 + q_y^2, \quad \nu = m, n, k_x, \quad \nu' = m', n', k'_x,$$

$$M_{mm'}(z) = \frac{2}{d} \int_0^d dz e^{iq_x z} \sin\left(\frac{\pi m z}{d}\right) \sin\left(\frac{\pi m' z}{d}\right), \quad (15)$$

$l_H = R_0/\sqrt{2}$; $I_m^p(x)$ — полином Лагерра; q_x, q_y, q_z — проекции волнового вектора фонона.

2. Тензор рассеяния в случае двухфононного РКРС

В настоящем разделе на основе общей формулы вычислен тензор рассеяния четвертого ранга для РКРС с участием двух LO -фононов. Предполагаются низкие температуры, при которых валентная зона полностью заполнена, зона проводимости пустая, а LO -фононы не возбуждены. В квазидвумерной электронной системе дифференциальное сечение рассеяния, как показано в [23], представляет собой свертку тензора рассеяния $S_{\beta\gamma\beta'\gamma'}$ с двумя тензорами второго ранга $\Theta_{\beta\beta'}$ и $\Xi_{\gamma\gamma'}$, которые зависят от углов рассеяния и падения соответственно

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_0 d\omega_s} = 8\omega_s^3 \omega_l c^{-4} \varepsilon_1 \cos\theta_s \sum_{\beta\gamma\beta'\gamma'} \Theta_{\beta\beta'} S_{\beta\gamma\beta'\gamma'} \Xi_{\gamma\gamma'}. \quad (16)$$

Здесь Ω_0 — телесный угол, ε_1 — диэлектрическая проницаемость барьерного материала, θ_s — полярный угол рассеяния.

Тензор $S_{\beta\gamma\beta'\gamma'} \equiv S$ представляет собой усредненную по основному состоянию системы Фурье-компоненту произведения двух коммутаторов оператора тока

$$S = \frac{1}{2\pi\omega_s^2\omega_l^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{i(\omega_l - \omega_s)t} \langle \sigma_{\beta'\gamma'}^+(t) \sigma_{\beta\gamma}(0) \rangle, \quad (17)$$

$$\sigma_{\beta\gamma}(t) = -(i/\hbar) \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \exp(i\omega_l\tau) [I_\beta(t), I_\gamma(t - \tau)], \quad (18)$$

$$I_\alpha = \int dx \int dy \int_0^d dz j_\alpha(x, y, z). \quad (19)$$

Здесь $\langle \dots \rangle$ обозначает усреднение по основному состоянию, $I_\alpha(t)$ — проекция оператора тока в гейзенберговском представлении, $j_\alpha(x, y, z)$ — проекция оператора плотности тока.

В рассматриваемом процессе РКРС матричные элементы тока соответствуют межзонным переходам, соответствующим рождению и аннигиляции ЭДП. Поэтому в (17) входят произведения восьми операторов вторичного квантования, четыре из которых соответствуют рождению и уничтожению электрона и еще четыре относятся к дыркам. В отсутствие ЭФВ всевозможные свертки этих восьми операторов соответствуют базовым графикам. Правила составления графиков в рассматриваемом случае практически совпадают с правилами для объемного случая [18]. Имеется лишь одно существенное обстоятельство. В отсутствие магнитного поля как в объемном случае [14,24], так и в случае квантовой ямы [25], а также [18] затухание электронных состояний не вычислялось, а вводилось феноменологически. Все сводилось к замене в нулевых функциях Грина бесконечно малого параметра δ на конечную константу, определяющую ширину уровня. В рассматриваемом случае характер трансформации уровней в результате ЭФВ играет решающую роль, так как

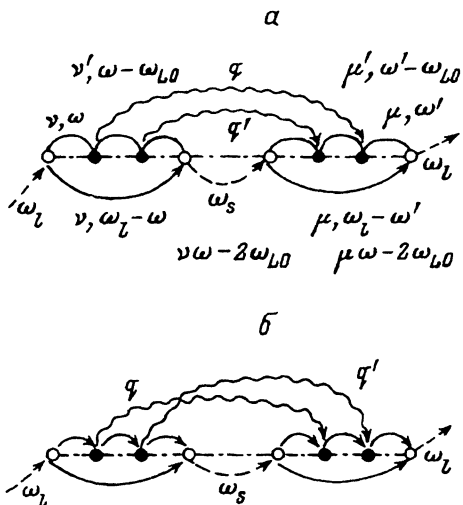


Рис. 1. Графики, определяющие второе фоновое повторение.

оно определяет расщепление уровней электрон-фононной системы и радикально изменяет спектр ФП. Поэтому ниже феноменологически затухание уровней не вводится, а суммируются существенные для описания расщепления уровней графики.

Рассмотрим графики, соответствующие двухфононному РКРС. Правила составления графиков подробно изложены в [25]. Всего имеется 18 графиков с двумя фононными линиями, которые соответствуют испущенным в процессе рассеяния двум фононам. Расчет проводится в приближении тяжелой дырки. В магнитном поле это означает выполнение условий

$$\Omega_h \ll \omega_{LO}, \quad \omega_h \ll \omega_e, \quad m_h \gg m_e, \quad (20)$$

при которых дырка не может генерировать фотон в реальном переходе. Поэтому графики, в которых фононы испускаются дырками, малы по константе связи по сравнению с графиками, которые соответствуют генерации фононов, сопровождающейся реальными переходами электронов, и из 18 графиков второго порядка достаточно учесть два графика (рис. 1). Электронные линии (штрихпунктир) лежат выше, а дырочные (сплошные линии) — ниже. В левой части графика электронным и дырочным линиям сопоставляются запаздывающие функции Грина электрона $iG_e(n, t, \omega)$ и дырки $iG_h(n, t, \omega)$. В правой части графика сопоставляются соответственно опережающие функции Грина $-i\tilde{G}_e(n, t, \omega)$ и $-i\tilde{G}_h(n, t, \omega)$

$$G_e(n, t, \omega) = [\omega - \omega_e(n, t) - \Sigma(n, t, \omega) + i\delta]^{-1}, \quad (21)$$

$$\tilde{G}_e(n, t, \omega) = G_e^*(n, t, \omega), \quad \tilde{G}_h(n, t, \omega) = G_h^*(n, t, \omega).$$

В (21) $\Sigma(n, t, \varepsilon)$ — массовый оператор, $\delta \rightarrow 0$, $\omega_e(n, t)$ определено в (7). Функция G_h получается из (21) заменой $\omega_e(n, t)$ на $\omega_h(n, t)$ и $\Sigma(n, t, \varepsilon)$ на $\Sigma_h(n, t, \varepsilon)$. Волнистые линии соответствуют фононам, штриховые — возбуждаемому ω_l и рассеянному ω_s свету. Светлые кружки

обозначают вершины взаимодействия электрона со светом, черные кружки — взаимодействие с фононами. В вершинах выполняются законы сохранения по частоте и x -проекции волнового вектора. В вершинах взаимодействия со светом имеют место равенства

$$n_e = n_h, \quad m'_e = m'_h, \quad k_{xe} = k_{xh}. \quad (22)$$

Если пренебречь дисперсией фононов, то график (рис. 1,а) дает следующий вклад в тензор рассеяния:

$$S_2^{(a)} = (\hbar^2 \omega_1^2 \omega_s^2)^{-1} (e/\hbar m_0)^4 P_\gamma P_\gamma^* P_{\beta'} P_{\beta'}^* \delta(\omega_l - \omega_s - 2\omega_{LO}) \times \\ \times \sum_{\mathbf{q}\mathbf{q}'} \sum_{\nu\nu'} \sum_{\mu\mu'} |C_{\mathbf{q}}|^2 |C_{\mathbf{q}'}|^2 J_{\nu'\nu}(-\mathbf{q}) J_{\nu\nu'}(-\mathbf{q}') J_{\mu'\mu}(\mathbf{q}') J_{\mu\mu'}(\mathbf{q}) V, \quad (23)$$

$$V = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} G_e(n, m, \omega) G_e(n', m', \omega - \omega_{LO}) G_e(n, m, \omega - 2\omega_{LO}) \times \\ \times G_h(n, m, \omega_l - \omega) \tilde{G}_e(n_1, m_1, \omega') \tilde{G}_e(n'_1, m'_1, \omega' - \omega_{LO}) \times \\ \times \tilde{G}_e(n_1, m_1, \omega' - 2\omega_{LO}) \tilde{G}_h(n_1, m_1, \omega_l - \omega'),$$

m_0 — масса свободного электрона, p_α — проекция матричного элемента импульса. В приближении тяжелой дырки в функциях G_h и \tilde{G}_h можно пренебречь массовым оператором Σ_h , так как дырка не совершает реальных переходов между уровнями системы. Функцию Σ_e следует сохранить, так как она ответственна за расщепление уровней электрон-фононной системы. После пренебрежения функцией Σ_h интегрирование по частотам ω и ω' проводится элементарно.

Используя входящие в функции $J_{\alpha\beta}(q)$ δ -символы, можно просуммировать по квантовым числам k_x . В результате, учитывая выражение для $J_{\alpha\beta}(\mathbf{q})$ (14), получим

$$S_2^{(a)} = (\hbar^2 \omega_1^2 \omega_s^2)^{-1} (e/\hbar m_0)^4 P_\gamma P_\gamma^* P_{\beta'} P_{\beta'}^* \delta(\omega_l - \omega_s - 2\omega_{LO}) \times \\ \times (32\pi^3 l_H^4)^{-1} \sum_{\mathbf{q}} [I(m, m', m_1, m'_1; q_{\parallel})]^2 T(n, n') T(n_1, n'_1) \times \\ \times \sum_{nn'mm'} \sum_{n_1 n'_1 m_1 m'_1} G_e(n, m, \omega_0) G_e(n', m', \omega_1) G_e(n, m, \omega_2) \times \\ \times \tilde{G}_e(n_1, m_1, \omega_0) \tilde{G}_e(n'_1, m'_1, \omega_1) \tilde{G}_e(n_1, m_1, \omega_2), \quad (24)$$

где

$$I(m, m', m_1, m'_1; q_{\parallel}) = \hbar^{-2} \sum_{q_x} |C_{\mathbf{q}}|^2 M_{mm'}(-q_x) M_{m_1 m'_1}(q_x), \quad (25)$$

$$T(n, n') = \frac{\min(n!, n'!)}{\max(n!, n'!)} e^{-l_H^2 q_{\parallel}^2} (l_H^2 q_{\parallel}^2)^{|n-n'|} [\mathcal{I}_\sigma^{|n-n'|} (l_H^2 q_{\parallel}^2)]^2, \quad (26)$$

$$\sigma = \min(n, n'), \quad q_{\parallel}^2 = q_x^2 + q_y^2,$$

$$\omega_{N_0} = \omega_l - \omega_g - N_0 \omega_{LO}, \quad N_0 = 0, 1, 2. \quad (27)$$

Подставляя в (25) функции $M_{mm'}$ (15) и $|C_{\mathbf{q}}|$ (11) и интегрируя по q_z , получим

$$I(m, m', m_1, m'_1; q_{\parallel}) = (2\pi \alpha_0 l_e \omega_{LO}^2 / q_{\parallel}) f(m, m', m_1, m'_1; q_{\parallel}), \quad (28)$$

где

$$f(m, m', m_1, m'_1; q_{\parallel}) = (4/d^2) \int_0^d dz \int_0^d dz' \exp[-q_{\parallel}|z - z'|] \times \\ \times \sin(\pi m z / d) \sin(\pi m' z' / d) \sin(\pi m_1 z' / d) \sin(\pi m'_1 z' / d). \quad (29)$$

Вклад интерференционного графика (рис. 1, б) в точности равен $S_2^{(a)}$. Это следует из симметрии функций $f(m, m', m_1, m'_1; q_{\parallel})$ и $T(n, n')$ относительно перестановки индексов. Переходя в (24) от суммирования по q_{\parallel} к интегрированию по безразмерной переменной $u = l_H^2 q_{\parallel}^2$ и подставляя (29) в (24), получим вклад двух графиков (рис. 1) в тензор рассеяния в виде

$$S_2 = S_2^{(0)} (\alpha_0 / 2)^2 \delta(\omega_l - \omega_s - 2\omega_{LO}) \Sigma C_2 W_2. \quad (30)$$

Тензор $S^{(0)}$ равен

$$S_2^{(0)} = \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^2 \frac{\omega_{LO}^3 \Omega}{(\omega_l \omega_s)^2} \frac{c^2 p_{\gamma} p_{\beta}^* p_{\gamma'}^* p_{\beta'}}{\pi m_0^4}. \quad (31)$$

Константа C_2 и функция $W_2 = W(\omega_l)$ зависят от всех дискретных квантовых чисел и определяются следующим образом:

$$C_2 = \int_0^{\infty} du u^{-1} [f(m, m', m_1, m'_1, u)]^2 T(n, n') T(n_1 n'_1), \quad (32)$$

$$W_2 = G_e(n, m, \omega_0) G_e(n', m', \omega_1) G_e(n, m, \omega_2) \times \\ \times \tilde{G}_e(n_1, m_1, \omega_0) \tilde{G}_e(n'_1, m'_1, \omega_1) \tilde{G}_e(n_1, m_1, \omega_2). \quad (33)$$

3. Анализ ряда теории возмущений

В этом разделе анализируются графики, соответствующие различным порядкам теории возмущений по константе ЭФВ, и проведено суммирование тех из них, которые существенны для описания частотной зависимости тензора рассеяния. Если в функциях Грина G_e не учитывать массовый оператор, т.е. перейти к нулевым функциям Грина G_e^0 , то графики рис. 1 представляют собой совокупность скелетных графиков, достаточных для описания второго ФП в магнитном поле. Система состоит из набора дискретных уровней, каждый из которых вырожден по непрерывному квантовому числу k_x , и LO -фононов с фиксированной частотой ω_{LO} . Взаимодействие между электронной и фоновой подсистемами осуществляется путем спонтанного испускания фонона и резонансного перехода электрона между уровнями Ландау. Реальный переход между уровнями Ландау в системе дискретных уровней может происходить, если выполнено резонансное условие (2). В дальнейшем рассматривается случай, когда энергия размерного квантования $\hbar\omega_e$ велика по сравнению с циклотронной энергией, т.е.

$$\omega_e \gg \Omega \quad \text{или} \quad (d/l_H) \ll \pi. \quad (34)$$

В этом случае каждому уровню размерного квантования m соответствует набор уровней Ландау n . Ограничимся далее такими частотами возбуждающего света ω_l , при которых оказывается действующим только нижний уровень $m = 1$. Наименьшая частота ω_l , на которой может осуществляться двухфононное РКРС, удовлетворяет условию

$$\omega_l = \omega_g + \omega_e + \omega_h + 5(\Omega + \Omega_h)/2 \cong \omega_g + \omega_e + 5\Omega/2. \quad (35)$$

На этой частоте и при выполнении условия (2) знаменатели в функциях Грина G_e^0 могут обратиться в нуль, т.е. имеет место максимально возможная расходимость скелетного графика. Учет существенных графиков заключается в следующем. В каждой из шести функций Грина, входящих в выражение (30), вводится массовый оператор, в котором оставлены и график первого порядка по константе α_0 , и графики более высоких порядков (рис. 2). Из рис. 2 видно, что в массовом операторе необходимо

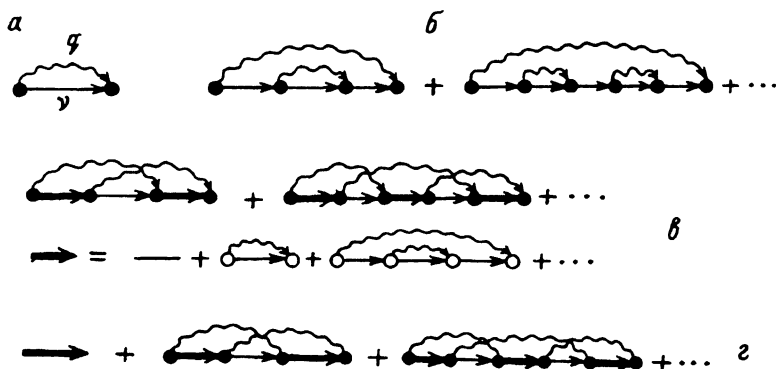


Рис. 2. Графики наибольшей расходимости, которые следует учесть при вычислении массового оператора для второго фононного повторения.

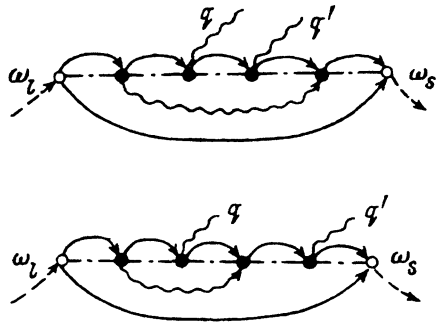


Рис. 3. Фрагменты графиков, малых по сравнению с графиками, приведенными на рис.1.

учесть все графики, в которых любая вертикальная линия пересекает не более двух фоновых линий. Ряд, составленный из таких графиков, представлен на рис. 2,з. Неучтенные графики содержат меньшую расходимость, и их можно не учитывать. Примеры неучтенных графиков приведены на рис. 3.

В первом приближении по α_0 (учитывается только график рис. 2,а) массовый оператор $\Sigma(n, \varepsilon)$ равен

$$\Sigma(n, \varepsilon) = \eta \omega_{LO}^2 \sum_{p_1} F(n, p_1) [\varepsilon - \omega_{LO} - \omega_\varepsilon(p_1, 1)]^{-1}, \quad (36)$$

$$F(n, p_1) = \int_0^\infty du u^{-1/2} f(1, u/l_H) T(n, p_1), \quad (37)$$

$$\eta = (\alpha_0/2)(l_e/l_H) = (\alpha_0/2)(\Omega/\omega_{LO})^{1/2}, \quad (38)$$

а функция $f(1, u/l_H) \equiv f(1, 1, 1, 1; u/l_H)$ определена формулой (29).

Подставляя выражение для массового оператора (36) в функцию Грина (21), получим, что

$$G_\varepsilon(n, \omega_{N_0}) = \omega_{LO}^{-1} \left\{ \Gamma(n, N_0) - \eta \sum_{p_1} \frac{F(n, p_1)}{\Gamma(n, N_0) + \lambda_1(n, p_1)} \right\}^{-1}, \quad (39)$$

где введены две безразмерные функции

$$\Gamma(n, N_0) = [\omega_l - \omega_g - \Omega(n + 1/2) - \omega_\varepsilon - N_0 \omega_{LO}] / \omega_{LO} \quad (40)$$

(безразмерная перенормированная частота ω_l) и

$$\lambda_1(n, p_1) = [\Omega(n - p_1) - \omega_{LO}] / \omega_{LO} \quad (41)$$

(отклонение магнитного поля от резонансного значения).

Рассмотрим вклад в массовый оператор членов ряда графиков (рис. 2,з). Учет только первого члена этого ряда приводит к следующему выражению для $\Sigma(n, \varepsilon)$:

$$\Sigma(n, \varepsilon) = \eta \omega_{LO}^2 \sum_{p_1} F(n, p_1) [\varepsilon - \omega_{LO} - \Omega(p_1 + 1/2) - \omega_\varepsilon - \Sigma_1(n, p_1, \varepsilon)]^{-1}, \quad (42)$$

$$\Sigma_1(n, p_1, \varepsilon) = \eta \omega_{LO}^2 \sum_{p_2} F(p_1, p_2) [\varepsilon - 2\omega_{LO} - \Omega(p_2 + 1/2) - \omega_e]^{-1}. \quad (43)$$

Переходя к обозначениям (40), (41) и вводя новую величину

$$\lambda_2(n, p_2) = [\Omega(n - p_2) - 2\omega_{LO}] / \omega_{LO}, \quad (44)$$

представим функцию Грина с новым массовым оператором в виде

$$G_e(n, \omega_{N_0}) = \omega_{LO}^{-1} \left\{ \Gamma(n, N_0) - \eta \sum_{p_1} \frac{F(n, p_1)}{\Gamma(n, N_0) + \lambda_1(n, p_1) - \eta \sum_{p_2} \Delta(p_1, p_2)} \right\}^{-1}, \quad (45)$$

$$\Delta(p_1, p_2) = F(p_1, p_2) / [\Gamma(n, N_0) + \lambda_2(n, p_2)]. \quad (46)$$

По поводу учета в массовом операторе других членов ряда графиков рис. 2,2 можно сказать следующее. В работе [26], где решалась задача о расщеплении пика межзонного магнетопоглощения, этот ряд был просуммирован и включен в массовый оператор. Было показано, что учет графиков с пересечением фоновых линий не меняет качественно картину расщепления магнетооптического пика поглощения. Не меняется как число расщепившихся компонент, так и зависимость от константы связи величины расщепления. Изменяются лишь численные множители, входящие в величину расщепления. Следует ожидать, что и в рассматриваемой задаче многофононного РКРС неучтенные графики приведут только к количественным изменениям и не затронут качественную сторону явления, хотя, подчеркнем, все эти неучтенные графики одного порядка по α_0 с учтенными.

Формула (45) справедлива в интервале частот

$$\omega_g + \omega_e + (5/2)\Omega \leq \omega_l < \omega_g + \omega_e + (7/2)\Omega. \quad (47)$$

В следующем интервале

$$\omega_g + \omega_e + (7/2)\Omega \leq \omega_l < \omega_g + \omega_e + (9/2)\Omega \quad (48)$$

электрон в результате поглощения кванта возбуждающего света и рождения ЭДП оказывается на уровне Ландау $n = 3$. При выполнении условия (2) могут быть испущены три LO -фонона. Поэтому при суммировании существенных диаграмм в массовом операторе должны быть учтены все графики, в которых любая вертикальная линия пересекает не более трех фоновых линий. Если учитывать только графики без пересечения фоновых линий, то функция Грина (45) модифицируется следующим образом:

$$G_e(n, \omega_{N_0}) = \omega_{LO}^{-1} \left\{ \Gamma(n, N_0) - \eta \sum_{p_1} \frac{F(n, p_1)}{\Gamma(n, N_0) + \lambda_1(n, p_1) - V_1} \right\}^{-1}, \quad (49)$$

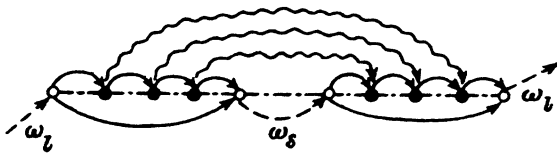


Рис. 4. График, определяющий третье фононное повторение.

$$V_1 = \sum_{p_2} \left\{ \frac{F(p_1, p_2)}{\Gamma(n, N_0) + \lambda_2(n, p_2) - \eta \sum_{p_3} \Delta(p_2, p_3)} \right\}^{-1},$$

$$\Delta(p_2, p_3) = F(p_2, p_3) / [\Gamma(n, N_0) + \lambda_3(n, p_3)], \quad (50)$$

$$\lambda_3(n, p_3) = [\Omega(n - p_3) - 3\omega_{LO}] / \omega_{LO}. \quad (51)$$

Обобщение на произвольный частотный интервал

$$\omega_g + \omega_e + [(2n + 1)/2]\Omega \leq \omega_l < \omega_g + \omega_e + [(2n + 3)/2]\Omega \quad (52)$$

очевидно. Существенными графиками являются такие, в которых любая вертикальная линия пересекает не более n фононных линий. Функция Грина представляет собой цепную дробь, которая обрывается на номере шага, равном номеру уровня, на котором оказывается электрон в результате рождения ЭДП.

4. Трехфононное рассеяние

В трехфононном рассеянии, согласно (1), частоты ω_s и ω_l связаны соотношением

$$\omega_s = \omega_l - 3\omega_{LO}. \quad (53)$$

Два фонона в этом процессе испускаются в результате реальных переходов между уровнями Ландау, а третий фонон испускается при не прямой аннигиляции или непрямом рождении ЭДП. В приближении тяжелой дырки достаточно рассмотреть шесть графиков, один из которых приведен на рис. 4. Остальные пять графиков являются интерференционными, в которых фононные линии, связывающие левую и правую части графика, пересекаются между собой. Вычисление графиков практически не отличается от проведенного в разделе 2, только более громоздко. Суммарный вклад всех шести графиков в тензор рассеяния в приближении (34) представляется в виде

$$S_3 = S_3^{(0)} (\alpha_0/2)^3 \delta(\omega_l - \omega_s - 3\omega_{LO}) \sum C_3 W_3, \quad S_3^{(0)} = S_2^{(0)} \omega_{LO} \Omega, \quad (54)$$

$$W_3 = G_e(n, \omega_0) G_e(n', \omega_1) G_e(n'', \omega_2) G_e(n, \omega_3) \times \\ \times \tilde{G}_e(n_1, \omega_0) \tilde{G}_e(n'_1, \omega_1) \tilde{G}_e(n''_1, \omega_2) \tilde{G}_e(n_1, \omega_3) \quad (55)$$

(суммирование по всем индексам n, n', \dots, n''_1). Константа C_3 зависит от всех индексов n , ее конкретный вид для дальнейшего несуществен, и поэтому она не приводится.

Трехфононное рассеяние может происходить начиная с интервала частот (48). В этом интервале, как и для двухфононного рассеяния, существенными графиками в массовом операторе являются те, в которых любая вертикальная линия пересекает не более трех фононных линий. Следовательно, в формулу (55) следует подставить функции Грина в виде (49). Вид массового оператора определяет спектр электрон-фононной системы, который не зависит от того, какой процесс рассматривается — двух- или трехфононный.

5. Обсуждение результатов

Тензор рассеяния представляет собой многократную сумму по дискретным квантовым числам. Каждому слагаемому этой суммы соответствуют номера уровней, которые дают вклад в рассеяние. Наибольший вклад происходит от тех членов, в которых знаменатели функций Грина (39) и (54) становятся малыми. Отсюда следует, что наибольший вклад в рассеяние дадут члены суммы, диагональные по квантовым числам Ландау (как и в разделе 4, полагается для простоты, что все квантовые числа размерного квантования равны единице). Тогда формулы (30) и (54) упрощаются и принимают вид

$$S_2 = S_2^{(0)} (\alpha_0/2)^2 \delta(\omega_l - \omega_s - 2\omega_{LO}) \sum_{nn'} C_2(n, n') W_2(n, n'), \quad (56)$$

$$W_2(n, n') = [G_e(n, \omega_0) G_e(n', \omega_1) G_e(n, \omega_2)]^2,$$

$$S_3 = S_3^0 (\alpha_0/2)^3 \delta(\omega_l - \omega_s - 3\omega_{LO}) \sum_{nn'n''} C_3(n, n', n'') W_3(n, n', n''), \quad (57)$$

$$W_3(n, n', n'') = [G_e(n, \omega_0) G_e(n', \omega_1) G_e(n'', \omega_2) G_e(n, \omega_3)]^2.$$

Константа $C_2(n, n')$ определяется формулой (32), в которой функция $f(m, m', m_1, m'_1, u)$ заменяется на $f(1, 1, 1, 1; u) \equiv f(1, u)$ (так как спектр полностью дискретный, то $\tilde{G}_e = G_e$).

Подробный анализ частотной зависимости и зависимости от величины магнитного поля сечения рассеяния для ФП различных порядков будет опубликован отдельно. В данной статье ограничимся рассмотрением качественной стороны вопроса. В случае двухфононного рассеяния в интервале частот (47) в формуле (56) главный вклад происходит от члена $n = 2$, так как на этот уровень попадает электрон в результате прямого рождения ЭДП. В резонансных условиях $\Omega = \omega_{LO}$ знаменатель функции Грина $G_e(2, \omega_0)$ (45) становится малым и она дает большой вклад в сумму, в то время как остальные члены суммы дают вклад $\sim \alpha_0^2$. В этих условиях в сумме по n' главный вклад дает член с $n = 1$. Таким образом, в двойной сумме остается один член, соответствующий $n = 2, n' = 1$, который в резонансных условиях определяет частотную зависимость эффекта. Нетрудно показать, что

$$S_2 \sim \frac{\alpha_0^2 \delta(\omega_l - \omega_s) - 2\omega_{LO}}{\{[\Gamma(2, 0)]^2 - \eta[F(2, 1) + F(1, 0)]\}^2}. \quad (58)$$

Из (58) видно, что тензор S_2 обращается в бесконечность при выполнении условия

$$\Gamma(2, 0) = \pm\sqrt{\eta}\sqrt{F(2, 1) + F(1, 0)}, \quad (59)$$

т.е. пик второго ФП расщепляется на два пика, максимумы которых соответствуют частотам

$$\omega_l = \omega_g + \omega_e + (5/2)\Omega \pm \sqrt{\eta}\omega_{LO}\sqrt{F(2, 1) + F(1, 0)}. \quad (60)$$

Расстояние между пиками зависит от константы α_0 и равно

$$\sqrt{2\alpha_0}\omega_{LO}\sqrt{F(2, 1) + F(1, 0)}. \quad (61)$$

В области частот, соответствующих окрестности максимумов пиков, т.е. когда $\Gamma(2, 0) \simeq \pm\sqrt{\eta}$, из формулы (58) следует, что S_2 перестает зависеть от константы связи, что означает резкое усиление рассеяния по сравнению с фоновым, которое $\simeq \alpha_0^2$.

Формула (58) относится к каналу прямого рождения ЭДП. В канале прямой аннигиляции также возникают два пика, положение которых не совпадает с частотами (60). Таким образом, второе ФП в частотном интервале распадается на четыре пика.

В частотном интервале (48) имеет место как двухфононное, так и трехфононное рассеяние. Соответствующие формулы для S_2 и S_3 будут приведены в следующей статье. Здесь отметим лишь, что картина расщепления пиков фононных повторений будет более сложной, что связано с увеличением числа расщепившихся компонент. Сам факт расщепления пиков ФП тесно связан с известным расщеплением уровней электрон-фононной системы, которое имеет место при учете взаимодействия электронов с оптическими фонами.

Список литературы

- [1] Андо Т., Фаулер А.Б., Стерн Ф. Электронные свойства двумерных систем. М., 1985, 416 с.
- [2] Рассеяние света в твердых телах. В. IV / Под ред. М.Кардоны, Г.Гюнтеродта. М.: Мир, 1986.
- [3] Manuel P., Sai-Halasz G.A., Chang L.L., Chang C.-A., Esaki L. // Phys.Rev.Lett. 1976. V. 37. N 25. P. 1701-1704.
- [4] Zucker J.E., Pinczuk A., Chemla D.S., Gossard A.C., Wiegmann W. // Phys.Rev.Lett. 1983. V. 51. N 3. P. 1293-1296.
- [5] Zucker J.E., Pinczuk A., Chemla D.S., Gossard A.C., Wiegmann W. // Phys.Rev.Lett. 1984. V. 53. N 13. P. 1280-1283.
- [6] Zucker J.E., Pinczuk A., Chemla D.S., Gossard A.C., Wiegmann W. // Phys.Rev.B. 1984. V. 29. N 12. P. 7065-7068.
- [7] Zucker J.E., Pinczuk A., Chemla D.S., Gossard A.C. // Phys.Rev.B. 1987. V. 35. N 6. P. 2892-2895.
- [8] Sood A.K., Menendez J., Cardona M., Ploog K. // Phys.Rev.Lett. 1985. V. 54. N 19. P. 2111-2114.
- [9] Sood A.K., Menendez J., Cardona M., Ploog K. // Phys.Rev.Lett. 1985. V. 54. N 19. P. 2115-2118.
- [10] Sood A.K., Menendez J., Cardona M., Ploog K. // Phys.Rev.B. 1985. V. 32. N 2. P. 1412-1414.
- [11] Gridin V.V., Beserman R., Jain K.P., Klein M.V., Morkoc H. // Superlattices and Microstructures. 1987. V. 3. N 2. P. 107-109.
- [12] Meynadier M.H., Finkman E., Struge M.D., Worlock J.M., Tomargo M.C. // Phys.Rev.B. 1987. V. 35. N 5. P. 2517-2520.
- [13] Gammon D., Merlin R., Morkoc H. // Phys.Rev.B. 1987. V. 35. N 5. P. 2552-2555.
- [14] Гольцев А.В., Ланг И.Г., Павлов С.Т. // ФТТ. 1980. Т. 22. № 9. С. 2766-2771.

- [15] Martin R.M., Varma C.M. // Phys.Rev.Lett. 1971. V. 26. N 20. P. 1241-1244.
- [16] Abdumalikov A.A., Klochikhin A.A. // Phys.Stat.Sol.(b). 1977. V. 80. N 1. P. 43-50.
- [17] Gol'tsev A.V., Lang I.G., Pavlov S.T., Bryshina M.F. // J.Phys.C. 1983. V. 63. N 2. P. 4221-4241.
- [18] Белицкий В.И., Гольцев А.В., Ланг И.Г., Павлов С.Т. // ЖЭТФ. 1984. Т. 86. С. 272-286.
- [19] Rut T., Cardona M. // Phys.Rev.Lett. 1989. V. 63. N 20. P. 2288-2290.
- [20] Коровин Л.И., Павлов С.Т., Эшпулатов Б.Э. // Письма в ЖЭТФ. 1990. Т. 51. № 10. С. 516-517.
- [21] Коровин Л.И., Павлов С.Т. // Письма в ЖЭТФ. 1967. Т. 6. № 2. С. 525-528; ЖЭТФ. 1967. Т. 53. № 5(11). С. 1708-1716.
- [22] Коровин Л.И., Павлов С.Т., Эшпулатов Б.Э. // ФТТ. 1991. Т. 39. № 3. С. 968-970.
- [23] Коровин Л.И., Павлов С.Т., Эшпулатов Б.Э. // ФТТ. 1988. Т. 30. № 12. С. 3665-3671; Препринт ФТИ. 1989. № 1400. С. 50.
- [24] Ивченко Е.Л., Ланг И.Г., Павлов С.Т. // ФТТ. 1977. Т. 19. № 9. С. 1751-1759.
- [25] Коровин Л.И., Павлов С.Т., Эшпулатов Б.Э. // Препринт ФТИ. 1991. № 1515. С. 39.
- [26] Коровин Л.И. // ФТТ. 1971. Т. 13. № 3. С. 842-848.

Физико-технический институт
им. А.Ф.Иоффе РАН
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию
19 января 1993 г.