

Селективное управление световыми пучками в дифракционных экспериментах на синтетических опалах

© А.К. Самусев, К.Б. Самусев, И.С. Синев, М.В. Рыбин, М.Ф. Лимонов

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: A.Samusev@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 8 декабря 2010 г.)

Теоретически и экспериментально исследовано селективное управление интенсивностью $\{hkl\}$ дифракционных рефлексов в синтетических опалах. Представлены результаты расчета ширины фотонных стоп-зон в низкоконтрастных многокомпонентных фотонных кристаллах, которые свидетельствуют о селективном характере „выключения“ различных $\{hkl\}$ стоп-зон (и соответственно различных $\{hkl\}$ дифракционных рефлексов) при варьировании диэлектрической проницаемости одной из компонент. Картины оптической дифракции изучались визуально и регистрировались в различных геометриях рассеяния при освещении объемных образцов опала белым неполяризованным светом. В экспериментах использовался метод иммерсионной спектроскопии, который сводится к последовательному измерению картин дифракции при изменении диэлектрической проницаемости жидкого заполнителя опаловой матрицы. Существенное ослабление брэгговских рефлексов $\{111\}$ и $\{220\}$ наблюдалось при значениях диэлектрической проницаемости заполнителя, хорошо совпадающих с величинами, полученными ранее из анализа спектров пропускания.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 10-02-01094) и Правительства Санкт-Петербурга (грант 2010 года для студентов, аспирантов вузов и академических институтов, расположенных на территории Санкт-Петербурга).

1. Введение

Многокомпонентные фотонные кристаллы (МФК) представляют собой структуры, состоящие из трех или более однородных компонент или из неоднородных компонент [1,2]. Как и обычные фотонные кристаллы (ФК), МФК имеют в спектре собственных электромагнитных состояний запрещенные зоны, энергетическое положение которых определяется периодом пространственной модуляции диэлектрической проницаемости кристалла [3–5]. К классу МФК относятся синтетические опалы, состоящие из микрочастиц диоксида кремния SiO_2 , размер которых в различных образцах может варьироваться в пределах 200–1000 nm [6–9]. Частицы SiO_2 в опалах имеют форму, близкую к сферической, и обладают неоднородной внутренней структурой: ядро состоит из более мелких частиц аморфного диоксида кремния и заключено в тонкую оболочку, которая является более плотной по сравнению с ядром [1,2,10]. Поэтому в первом приближении опалы могут быть описаны как простейший случай МФК — трехкомпонентные ФК, имеющие гранецентрированную кубическую (ГЦК) структуру, в узлах которой расположены плотноупакованные непересекающиеся сферы, состоящие из двух компонент: однородного ядра, покрытого однородной оболочкой. Третьей компонентой в такой ГЦК-структуре является однородный заполнитель в пространстве между сферами SiO_2 .

Многокомпонентность структуры ФК приводит к расщеплению ряда ключевых оптических параметров в шкале диэлектрической проницаемости. Теоретически

характерные оптические свойства МФК были описаны в рамках аналитического подхода, предложенного в [1,2]. В этих же работах оптические свойства МФК исследовались экспериментально на примере опалов. Было установлено, что параметры фотонных стоп-зон различных семейств $\{hkl\}$ (соответствующих разным семействам кристаллографических плоскостей ГЦК-решетки опалов) имеют разные зависимости от диэлектрической проницаемости заполнителя ϵ_f . Обнаружить этот эффект удалось благодаря использованию метода иммерсионной спектроскопии, суть которого состоит в измерении последовательности оптических спектров при изменении диэлектрической проницаемости одной из компонент МФК (например, жидкого заполнителя опалов ϵ_f). В результате было установлено, что полосы (hkl) в спектрах пропускания опалов демонстрируют различное поведение при изменении ϵ_f . Так, полоса (222) практически не меняла своей интенсивности в исследованном диапазоне $1.78 \leq \epsilon_f \leq 2.05$, в то время как другие полосы существенно менялись, причем интенсивность полос „непропускания“ семейства $\{111\}$ стремилась к нулю при приближении к значению $\epsilon_f \rightarrow \epsilon_{f\{111\}}^0 = 1.82$, а интенсивность полос „непропускания“ семейства $\{220\}$ стремилась к нулю при $\epsilon_f \rightarrow \epsilon_{f\{220\}}^0 \approx 1.92$. Таким образом, исследование спектров пропускания опалов продемонстрировало возможность селективного управления стоп-зонами при изменении ϵ_f .

Следует отметить, что при более тщательном измерении спектров было обнаружено, что полоса „непропускания“ (111) в области $\epsilon_f \sim \epsilon_{f\{111\}}^0$ не пропадает, а превращается в пик пропускания, т. е. стоп-зона трансформиру-

ется в зону пропускания. Переворот полосы (111) был интерпретирован в рамках модели, учитывающей интерференцию брэгговского рассеяния на плоскостях (111) и рассеяния Ми, которое проявляется из-за разброса в диэлектрических параметрах частиц SiO_2 , образующих опалы [11,12]. В этих работах указанная интерференция обсуждалась в рамках концепции резонанса Фано [13].

Как известно, полосы „непропускания“ $\{hkl\}$ в спектрах низкоконтрастных ФК непосредственно связаны с брэгговской дифракцией света на соответствующих системах плоскостей $\{hkl\}$. Таким образом, в МФК можно ожидать нетривиальное поведение дифракционных брэгговских $\{hkl\}$ рефлексов в зависимости от контраста диэлектрической проницаемости, т.е. при варьировании одной из компонент. Отметим, что уменьшение интенсивности брэгговского рефлекса наблюдалось ранее в дифракции рентгеновских лучей при выравнивании плотности между кристаллическими и сорбированными аморфными областями полимеров (капрона и полиэтилена) [14], однако нам неизвестны работы, в которых сообщалось бы о наблюдении селективного переключения дифракционных рефлексов в рентгеновском диапазоне.

Брэгговская дифракция света на объемных образцах опалов исследовалась ранее теоретически и экспериментально. Теория трехмерной брэгговской дифракции поляризованного света в опалах, построенная на основе электродинамического метода функций Грина, излагается в работах [15,16]. Интенсивность брэгговской дифракции света с преобразованием волнового вектора $\mathbf{k}_i \rightarrow \mathbf{k}_s$ (\mathbf{k}_i и \mathbf{k}_s — волновые векторы падающей и рассеянной световой волны) задается, в частности, структурным фактором, который имеет максимумы в направлениях рассеяния \mathbf{k}_s , определяемых системой уравнений Лауэ

$$(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cdot \mathbf{a}_x = 2\pi h, \quad (1a)$$

$$(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cdot \mathbf{a}_y = 2\pi k, \quad (1b)$$

$$(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cdot \mathbf{a}_z = 2\pi l, \quad (1c)$$

где $\mathbf{a}_x, \mathbf{a}_y, \mathbf{a}_z$ — векторы элементарной ячейки ГЦК-решетки, h, k, l — целые числа. Систему уравнений (1) можно переписать в виде эквивалентного ей закона Брэгга

$$\mathbf{k}_s = \mathbf{k}_i + \mathbf{G}_{hkl}, \quad (2)$$

где \mathbf{G}_{hkl} — вектор обратной решетки, перпендикулярный плоскости с индексами Миллера (hkl). Из уравнения (2) при условии $|\mathbf{k}_s| = |\mathbf{k}_i|$ следует, что в упорядоченном трехмерном ФК брэгговская дифракция происходит по закону зеркального отражения от системы кристаллических плоскостей (hkl) с нормалью \mathbf{G}_{hkl} .

Экспериментальные исследования трехмерной брэгговской дифракции света ранее проводились на объемных образцах опалов разного качества — от высокоупорядоченных до сильно разупорядоченных структур как в поляризованном, так и в неполяризованном све-

те [16–18]. Исключительно информативными оказались данные, полученные при освещении образцов монохроматическим светом вдоль цепочек сферических частиц SiO_2 в направлении $[\bar{1}10]$, перпендикулярном ростовой оси опалов [11]. В этой геометрии в зависимости от структурного совершенства образца наблюдались три типа дифракционных картин: два рефлекса, четыре рефлекса и кольцо. Пара рефлексов наблюдалась при дифракции света на упорядоченных образцах с ГЦК-структурой, четыре рефлекса возникали при дифракции на двойникованной ГЦК-решетке, а кольцо — в случае дифракции на сильно разупорядоченной структуре [18]. В работах [16–18] исследование картин дифракции света на синтетических опалах в зависимости от контраста диэлектрической проницаемости не проводилось.

В настоящей работе исследована возможность селективного управления интенсивностью различных $\{hkl\}$ дифракционных рефлексов в МФК на примере синтетических опалов. Эксперименты проводились на образцах высокого качества, которые ранее изучались с помощью оптических и различных микроскопических методов [2,11,12]. Приводятся результаты, полученные на образце опала толщиной 0.6 mm (вдоль ростовой оси [111]) с размерами ростовой плоскости (111) 7.2×3.0 mm и диаметром сферических SiO_2 частиц $D = 317$ nm. Эти же параметры использовались нами при проведении расчетов. Методом иммерсионной спектроскопии было проведено подробное исследование картин дифракции белого света на этом образце при изменении диэлектрической проницаемости жидкого заполнителя в диапазоне $1.78 \leq \epsilon_f \leq 2.05$. Обнаружено, что дифракционные рефлексы $\{hkl\}$ демонстрируют различное поведение в зависимости от ϵ_f . Проведены расчеты, которые позволили интерпретировать экспериментальные данные.

Статья организована следующим образом. В разд. 2 представлен расчет дисперсии брэгговских длин волн при дифракции света на системах плоскостей двойникованной ГЦК-решетки низкоконтрастного опала. Результаты этого расчета позволяют интерпретировать полученные экспериментально картины дифракции света на опалах. В разд. 3 приведены результаты численного моделирования перехода от двумерной дифракции к трехмерной брэгговской дифракции, который происходит при увеличении толщины образца опала. В разд. 4 представлен теоретический расчет ширины фотонной стоп-зоны в низкоконтрастных МФК. Результаты расчета свидетельствуют о селективном характере „выключения“ (hkl) стоп-зон в упорядоченных МФК при варьировании диэлектрической проницаемости одной из компонент. В разд. 5 описана методика проведения дифракционного эксперимента, а также представлены результаты экспериментального исследования дифракции света на объемных образцах опалов. Обсуждение экспериментальных данных и основные выводы работы представлены в разд. 6.

2. Расчет дисперсии брэгговских длин волн при дифракции света на системах плоскостей двойникованной ГЦК-решетки низкоконтрастного опала

Основная задача настоящей работы состоит в сравнительном анализе интенсивности брэгговских рефлексов, отраженных от различных систем плоскостей (hkl) . Для интерпретации экспериментальных данных был проведен расчет зависимости брэгговской длины волны рассеянного пучка от угла падения θ белого света на образец. Угол θ отсчитывается от нормали к плоскости (111) . Длина волны дифрагированного света определяется уравнением (2) и для случая ГЦК-решетки рассчитывается по формуле

$$\lambda_{hkl}(\theta) = 2d_{111}\sqrt{\varepsilon_{av}}\left(\frac{3}{h^2+k^2+l^2}\right)^{1/2}\cos(\theta-\theta_{hkl}), \quad (3)$$

где d_{111} — расстояние между соседними плоскостями (111) , $d_{111} = \sqrt{2/3}D = 259 \text{ nm}$ (при $D = 317 \text{ nm}$), θ_{hkl} — угол между направлением $[111]$ и $[hkl]$, $\varepsilon_{av} = 0.74\varepsilon_{\text{SiO}_2} + 0.26\varepsilon_f$ — средняя диэлектрическая постоянная ГЦК-структуры опал-заполнитель в приближении непересекающихся сфер, $\varepsilon_{\text{SiO}_2} = 1.92$ [2]. Расчет проводился для систем плоскостей $\{111\}$, $\{200\}$ и $\{220\}$. У более высокоиндексных $\{hkl\}$ плоскостей образца с диаметром сфер $D = 317 \text{ nm}$ брэгговские длины волн попадают в ультрафиолетовый диапазон спектра $\lambda_{(hkl)}(\theta) < 400 \text{ nm}$. Дифракция света на таких $\{hkl\}$ плоскостях в настоящей работе экспериментально не исследовалась. Отметим, что брэгговское приближение применимо для случая ФК с низким контрастом диэлектрической проницаемости образующих компонент, который реализуется для опала с жидкими заполнителями.

Известно, что образцы синтетических опалов обладают двойникованной структурой, обусловленной двумя возможными последовательностями упаковки ростовых слоев (111) в ГЦК-структуру: ABC и ACB [17,19,20]. Далее структуры, соответствующие этим двойникам, будут обозначены как ГЦК-I и ГЦК-II. Отметим, что ось роста определяется одинаковыми индексами $[111]$ как в ГЦК-I, так и в ГЦК-II. С учетом этого обстоятельства в зоне Бриллюэна (ЗБ) ГЦК-решетки направления, соответствующие оси роста образца опала $[111]$, будут обозначаться $\Gamma \rightarrow L_g$ в отличие от трех других эквивалентных между собой неростовых направлений $\Gamma \rightarrow L$ ГЦК-решеток каждого из двойников. Особые высокосимметричные точки на поверхности ЗБ, принадлежащие той же шестиугольной грани, что и точка L_g , также будут выделяться индексом g .

Решетка ГЦК-II может быть получена поворотом решетки ГЦК-I на 60° вокруг направления $\Gamma \rightarrow L_g$ либо зеркальным отражением решетки ГЦК-I относительно ростовой плоскости (111) . Соответственно ЗБ

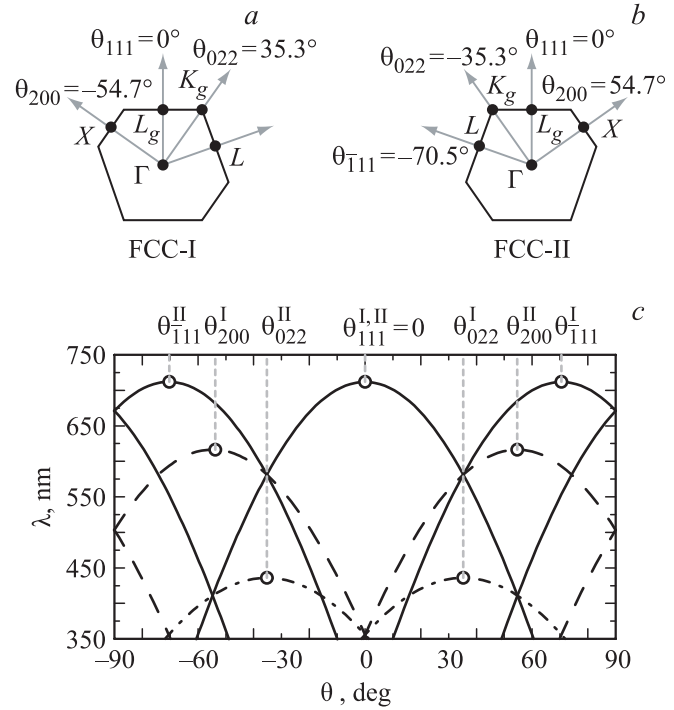


Рис. 1. Сечение ЗБ решеток ГЦК-I (a) и ГЦК-II (b), соответствующее сканированию волнового вектора \mathbf{k}_i , реализованному в эксперименте. Показаны направления, характеризующие угловое положение высокосимметричных точек ЗБ относительно направления $\Gamma \rightarrow L_g$, а также ориентацию плоскостей (111) , $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$, (200) и (022) в прямом пространстве. c — дисперсия брэгговских длин волн $\lambda_{(hkl)}(\theta)$ для семейств плоскостей $\{111\}$ (сплошные линии), $\{200\}$ (штриховые) и $\{220\}$ (штрихпунктирные) двойникованной ГЦК-решетки опала ($D = 317 \text{ nm}$), погруженного в дистиллированную воду ($\varepsilon_f = 1.78$), рассчитанная по формуле (3). По оси абсцисс отложены значения угла падения света на образец θ , соответствующие направлениям сканирования, представленным на частях a, b.

решетки ГЦК-II можно получить из ЗБ решетки ГЦК-I поворотом на 60° или отражением относительно плоскости, которая содержит точку Γ и перпендикулярна направлению $\Gamma \rightarrow L_g$. Расчет, результаты которого представлены на рис. 1, c, выполнен для реализованного в эксперименте сканирования волнового вектора \mathbf{k}_i в плоскости $X \rightarrow L_g \rightarrow K_g \rightarrow L$ для ЗБ ГЦК-I (рис. 1, a), совпадающей с плоскостью $L \rightarrow K_g \rightarrow L_g \rightarrow X$ в ЗБ ГЦК-II (рис. 1, b) двойникованной ГЦК-решетки опала, заполненного водой $\varepsilon_{\text{H}_2\text{O}} = 1.78$.

3. Численное моделирование перехода 2D \rightarrow 3D в дифракционных картинах

Дифракция света представляет собой разновидность упругого рассеяния, которое наблюдается, когда длина волны сопоставима либо меньше пространственного

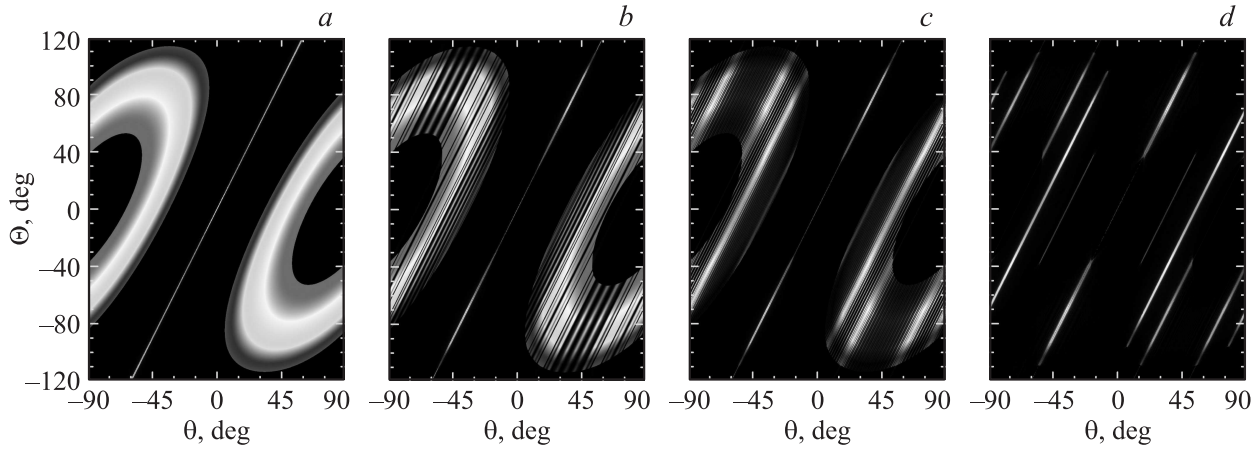


Рис. 2. Расчет интенсивности рассеяния света видимого диапазона (400–700 nm), представленной в системе координат (θ, Θ) для двойникованных ГЦК-структур разной толщины: $N = 1$ (a), 20 (b), 50 (c) и 3000 (d). Диаметр частиц, формирующих образец, 317 nm, наполнитель — вода ($\epsilon_{\text{H}_2\text{O}} = 1.78$).

периода рассеивающей среды. Для анализа дифракционных картин, наблюдаемых в экспериментах с низкоконтрастными ФК (в частности, с опалами [16,21]), обычно является достаточным борновское приближение теории рассеяния [22]. При этом основные особенности дифракции света определяются структурным фактором рассеяния и формфактором рассеяния. В данном разделе вклад формфактора рассеяния не учитывался, поскольку результаты расчета использовались в первую очередь для моделирования перехода от двумерной (2D) дифракции на тонких пленках к трехмерной (3D) дифракции на объемных образцах. Эффекты, связанные с селективным управлением дифракционными рефlekсами, описываются в модели МФК, непосредственно связанной с учетом формфактора рассеяния, и обсуждаются далее (раздел 4).

Таким образом, для расчета картин дифракции вычисляется структурный фактор рассеяния $S(\mathbf{b}_{is})$. Численный расчет величины $S^2(\mathbf{b}_{is})$ в первом борновском приближении проводился по формуле [23]

$$S^2(\mathbf{b}_{is}) = \frac{1}{NLM} \frac{\sin^2(N\mathbf{b}_{is}\mathbf{a}_1/2)}{\sin^2(\mathbf{b}_{is}\mathbf{a}_1/2)} \frac{\sin^2(L\mathbf{b}_{is}\mathbf{a}_2/2)}{\sin^2(\mathbf{b}_{is}\mathbf{a}_2/2)} \times \frac{\sin^2(M\mathbf{b}_{is}\mathbf{a}_3/2)}{\sin^2(\mathbf{b}_{is}\mathbf{a}_3/2)}, \quad (4)$$

где $\mathbf{b}_{is} = \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i$ — разность волновых векторов рассеянной и падающей волн, $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ — векторы трансляций примитивной ячейки ГЦК-решетки. Формула (4) позволяет рассчитать квадрат структурного фактора для различных углов рассеяния и ориентации образца, определяемых направлениями векторов \mathbf{k}_s и \mathbf{k}_i . Параметром расчета также является размер образца, заданный количеством рассеивателей N, L, M в направлениях векторов $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ и \mathbf{a}_3 соответственно. Векторы \mathbf{a}_2 и \mathbf{a}_3 выбраны

лежащими в плоскости (111). Модули векторов трансляций примитивной ячейки равнялись диаметру сфер SiO_2 . Двойникование образца учитывалось упрощенно, в предположении, что оба двойника (ГЦК-I и ГЦК-II) вносят одинаковый вклад в картину дифракции.

Основной наблюдаемой величиной в наших экспериментах (см. раздел 6) является интенсивность рассеяния света видимого диапазона. Эту величину можно оценить, вычислив интеграл от $S^2(\mathbf{b}_{is})$ по длине волны на интервале 400–700 nm. Результаты расчета интенсивности рассеяния приведены на рис. 2 для разных толщин, которые определялись параметром N . При вычислениях использовались значения $L = M = 3000$, что соответствует линейным размерам образца порядка миллиметра. Интенсивность рассеяния представлена в системе координат (θ, Θ) , где θ — угол падения света на образец относительно направления [111], а Θ — угол наблюдения дифрагированного излучения, который отсчитывается от падающего пучка так, как показано на рис. 3. Представление в „угловой“ системе координат дает возможность непосредственно по характеру изображения различить случай 3D-дифракции, когда в соответствии с законом Брэгга зависимость между углами Θ и θ линейная, и дифракционные картины должны состоять из параллельных прямых линий.

Рассеяние света на отдельном гексагональном слое (111), образованном плотноупакованными сферами SiO_2 , отвечает случаю 2D-дифракции ($N = 1$). Расчетная картина дифракции в диапазоне углов $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ (рис. 2, a) состоит из двух полуколец и разделяющей их диагональной прямой линии. Прямая отвечает условию $\Theta = 2\theta$ и соответствует зеркальному отражению света от гексагонального слоя. Если эти же результаты представить в диапазоне углов $0 \leq \theta \leq 180^\circ$, то два полукольца сольются в единое кольцо овальной формы, которое и представляет собой результат 2D-дифракции

света на отдельном гексагональном слое в заданном диапазоне длин волн. Отметим, что такую же картину 2D-дифракции можно получить из системы уравнений Лауэ, которая в двухмерном случае содержит лишь два уравнения (1a), (1b).

С ростом толщины N рассеивающей пленки происходит переход от двухмерной к трехмерной дифракции. В последнем случае система уравнений Лауэ включает в себя уже три уравнения, что накладывает дополнительные ограничения на условия дифракции. Рис. 2 наглядно демонстрирует, каким образом происходит трансформация картин дифракции при переходе $2D \rightarrow 3D$. С ростом числа слоев наблюдается погасание определенных областей как в полукольцах, так и на диагонали по сравнению с исходной картиной 2D-дифракции (рис. 2, a). При этом замкнутые полукольца сначала „разрываются“, затем образовавшиеся между разрывами области сужаются и в 3D-случае (рис. 2, d) превращаются в набор параллельных отрезков. Эти отрезки соответствуют зеркальному брэгговскому отражению света от различных систем плоскостей (hkl) и лежат на прямых

$$\Theta = 2(\theta - \theta_{hkl}). \quad (5)$$

Величины углов θ_{hkl} приведены на рис. 1. Так как на рис. 2 отражены решения лишь для видимой части спектра, в 3D-случае они представляются в виде набора параллельных отрезков. Вершины отрезков определяются из уравнения (3) при подстановке в него граничных значений $\lambda = 400, 700$ nm.

4. Теоретический анализ ширины фотонной стоп-зоны в МФК

Оценка ширины стоп-зоны одномерного ФК при нормальном падении света на структуру приводится в монографии [24] и сводится к следующей процедуре. Электрическое поле раскладывается в ряд Фурье по плоским волнам, после чего записывается секулярное уравнение для двух плоских волн. Такое двухволновое приближение позволяет с хорошей точностью найти дисперсионные зависимости частоты собственных состояний от волнового вектора вблизи изолированной стоп-зоны. В общем случае эта трехмерная векторная задача на собственные числа для электрического поля оказывается неэрмитовой [3], что не позволяет использовать широко известные математические методы.

Такая проблема не возникает при рассмотрении задачи на собственные числа для магнитного поля, которая в случае постоянной магнитной восприимчивости является эрмитовой. Приведем алгоритм вычисления ширины стоп-зоны в двухволновом приближении для 3D ФК. Запишем уравнение на собственные числа, аналогичное уравнению (3) из работы [25], для вектора-столбца $\mathbf{h}_{\mathbf{k}\mathbf{G}}^{3D}$, состоящего из Фурье-компонент магнитного поля,

соответствующего квазиволновому вектору \mathbf{k} ,

$$\hat{\mathbf{M}}\mathbf{h}_{\mathbf{k}}^{3D} = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{h}_{\mathbf{k}}^{3D}, \quad (6)$$

где $\hat{\mathbf{M}}$ — оператор с матричными элементами $\mathbf{M}_{\mathbf{G}'\mathbf{G}} = -(\mathbf{G}' + \mathbf{k}) \times \tilde{\epsilon}_{\mathbf{G}'-\mathbf{G}}(\mathbf{G} + \mathbf{k}) \times$, \mathbf{G} и \mathbf{G}' — векторы обратной решетки ФК, ω — частота света, c — скорость света в вакууме. $\tilde{\epsilon}_{\mathbf{G}} = V^{-1} \iiint d\mathbf{r} \epsilon^{-1}(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{G}\mathbf{r}}$ — коэффициент Фурье обратной диэлектрической проницаемости в примитивной ячейке объема V .

Для каждого вектора обратной решетки \mathbf{G} выберем вспомогательные единичные векторы $\mathbf{u}_{\mathbf{G}}$ и $\mathbf{v}_{\mathbf{G}}$ таким образом, чтобы они совместно с вектором $(\mathbf{G} + \mathbf{k})$ составляли правую тройку. Принимая во внимание соленоидальный характер магнитного поля, запишем условие $(\mathbf{G} + \mathbf{k})\mathbf{h}_{\mathbf{k}\mathbf{G}}^{3D} = 0$. Отсюда следует $\mathbf{h}_{\mathbf{k}\mathbf{G}}^{3D} = \mathbf{U}_{\mathbf{k}\mathbf{G}}\mathbf{g}_{\mathbf{k}\mathbf{G}}^{2D}$, где $\mathbf{U}_{\mathbf{k}}$ — блочно-диагональная матрица, диагональные блоки которой равны

$$\mathbf{U}_{\mathbf{k}\mathbf{G},\mathbf{G}} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{\mathbf{G},x} & \mathbf{v}_{\mathbf{G},x} \\ \mathbf{u}_{\mathbf{G},y} & \mathbf{v}_{\mathbf{G},y} \\ \mathbf{u}_{\mathbf{G},z} & \mathbf{v}_{\mathbf{G},z} \end{pmatrix}.$$

В результате получаем эрмитову задачу на собственные числа

$$\mathbf{U}_{\mathbf{k}}^T \hat{\mathbf{M}} \mathbf{U}_{\mathbf{k}} \mathbf{h}_{\mathbf{k}}^{2D} = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{h}_{\mathbf{k}}^{2D}. \quad (7)$$

Отметим, что действие матрицы $\mathbf{U}_{\mathbf{k}\mathbf{G},\mathbf{G}}$ на Фурье-компоненту $\mathbf{h}_{\mathbf{k}\mathbf{G}}^{2D}$ можно представить суммой $h_{\mathbf{k},\mathbf{G}\mathbf{u}}^u + h_{\mathbf{k},\mathbf{G}\mathbf{v}}^v$ (в дальнейшем для краткости будем опускать индексы \mathbf{G} у векторов $\mathbf{u}_{\mathbf{G}}$ и $\mathbf{v}_{\mathbf{G}}$). Формула (7) позволяет вычислить Фурье-компоненту $\mathbf{h}_{\mathbf{k}\mathbf{G}}^{2D}$ через остальные Фурье-компоненты в виде выражения

$$\frac{\omega^2}{c^2} (k_{\mathbf{k},\mathbf{G}\mathbf{u}}^u + h_{\mathbf{k},\mathbf{G}\mathbf{v}}^v) = \tilde{\epsilon}_0 |\mathbf{G} + \mathbf{k}|^2 (k_{\mathbf{k},\mathbf{G}\mathbf{u}}^u + h_{\mathbf{k},\mathbf{G}\mathbf{v}}^v) + R^u \mathbf{u} + R^v \mathbf{v}, \quad (8)$$

в котором переменной R обозначены члены разложения, не содержащие $h_{\mathbf{k},\mathbf{G}}$. Из уравнения (8) можно найти $h_{\mathbf{k},\mathbf{G}}^{u,v} = R^{u,v} (\frac{\omega^2}{c^2} - \tilde{\epsilon}_0 |\mathbf{G} + \mathbf{k}|^2)^{-1}$, откуда следует, что по сравнению с другими коэффициентами ряда Фурье коэффициенты $h_{\mathbf{k},\mathbf{G}}^{u,v}$ оказываются доминирующими при $|\mathbf{G} + \mathbf{k}| \approx \frac{\omega}{c\sqrt{\tilde{\epsilon}_0}}$. Как известно, стоп-зона возникает при выполнении условия Брэгга $|\mathbf{G} + \mathbf{k}| = |\mathbf{k}|$, в этом случае доминирующими оказываются плоские волны, заданные коэффициентами $h_{\mathbf{k},\mathbf{G}}^{u,v}$ и $h_{\mathbf{k},0}^{u,v}$. Далее будем считать, что ориентация квазиволнового вектора не соответствует режиму многоволновой брэгговской дифракции [26], т. е. предполагаем, что не существует двух разных векторов обратной решетки \mathbf{G} и \mathbf{G}' , для которых выполнялось бы условие $|\mathbf{G} + \mathbf{k}| \approx |\mathbf{k}| \approx |\mathbf{G}' + \mathbf{k}|$. Это позволяет утверждать, что доминирующими оказываются только две плоские волны. В таком двухволновом приближении,

пренебрегая амплитудами остальных плоских волн, сведем уравнение (7) к системе

$$\begin{cases} \tilde{\varepsilon}_0 k^2 (\mathbf{u}h_{0,u} + \mathbf{v}h_{0,v}) + \tilde{\varepsilon}_{-\mathbf{G}} |g| \\ \quad + k |(\mathbf{k} \times \mathbf{t}) \mathbf{u}h_{\mathbf{G},u} + k \mathbf{v}h_{\mathbf{G},t}| = \frac{\omega^2}{c^2} (\mathbf{u}h_{0,u} + \mathbf{v}h_{0,v}), \\ \tilde{\varepsilon}_{\mathbf{G}} k |(\mathbf{G} \times \mathbf{v} - \mathbf{u}\mathbf{k}) \mathbf{u}h_{0,u} + k \mathbf{t}h_{0,v}| \\ \quad + \tilde{\varepsilon}_0 (\mathbf{G} + \mathbf{k})^2 (\mathbf{u}h_{\mathbf{G},u} + \mathbf{t}h_{\mathbf{G},t}) = \frac{\omega^2}{c^2} (\mathbf{u}h_{\mathbf{G},u} + \mathbf{t}h_{\mathbf{G},t}), \end{cases} \quad (9)$$

где три единичных вектора \mathbf{u} , \mathbf{v} и \mathbf{t} таковы, что последовательности \mathbf{k} , \mathbf{u} , \mathbf{v} и $(\mathbf{k} + \mathbf{G})$, \mathbf{u} , \mathbf{t} составляют правые тройки. Система векторных уравнений (9) определяет четыре скалярных уравнения. Первая пара уравнений, образованная коэффициентами при векторах \mathbf{v} и \mathbf{t} , определяет задачу на собственные числа с матрицей 2 на 2 для s -поляризации (магнитное поле осциллирует в плоскости векторов \mathbf{k} и \mathbf{G}). Вторая пара (коэффициенты при векторе \mathbf{u}) определяет задачу на собственные числа для p -поляризации. Приравняв к нулю детерминанты соответствующих матриц, получаем уравнения

$$\left(\tilde{\varepsilon}_0 k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) \left(\tilde{\varepsilon}_0 (\mathbf{G} + \mathbf{k})^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) - \tilde{\varepsilon}_{-\mathbf{G}} \tilde{\varepsilon}_{\mathbf{G}} k^3 |\mathbf{G} + \mathbf{k}| = 0, \quad (10a)$$

$$\left(\tilde{\varepsilon}_0 k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) \left(\tilde{\varepsilon}_0 (\mathbf{G} + \mathbf{k})^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) - \tilde{\varepsilon}_{-\mathbf{G}} \tilde{\varepsilon}_{\mathbf{G}} k |\mathbf{G} + \mathbf{k}| |\mathbf{k} \times \mathbf{t}| |(\mathbf{G} \times \mathbf{v} - \mathbf{u}\mathbf{k})| = 0 \quad (10b)$$

для s - и p -поляризации соответственно. Обозначим через β угол между векторами $-\mathbf{k}$ и \mathbf{G} . Используя это обозначение, определим величину расщепления собственных чисел, т.е. квадратов частот ω^2 , следующими выражениями: $2|\tilde{\varepsilon}_{\mathbf{G}}|c^2k^2$ для s -поляризации и $2c^2|\tilde{\varepsilon}_{\mathbf{G}}|k^2 \cos 2\beta|$ для p -поляризации. И наконец, используя эти выражения, оценим расщепление частот по формулам

$$\Delta\omega_s = ck \frac{|\tilde{\varepsilon}_{\mathbf{G}}|}{\sqrt{\tilde{\varepsilon}_0}} \quad \text{— для } s\text{-поляризации,} \quad (11a)$$

$$\Delta\omega_p = \Delta\omega_s |\cos 2\beta| \quad \text{— для } p\text{-поляризации.} \quad (11b)$$

В результате можно сделать вывод, что ширина стоп-зоны пропорциональна Фурье-компоненте обратной диэлектрической проницаемости $|\tilde{\varepsilon}_{\mathbf{G}}|$. Кроме того, в p -поляризации ширина стоп-зоны пропорциональна множителю $|\cos 2\beta|$. Таким образом, существуют два механизма, приводящие к выключению стоп-зон в упорядоченных ФК. Первый механизм связан с особенностями диэлектрической структуры ячейки и реализуется, например, при варьировании диэлектрической проницаемости одной из компонент МФК (эффект экспериментально наблюдался в [1,2]). Вторым механизмом является поляризационным и приводит к выключению стоп-зоны при угле $\beta = 45^\circ$ в p -поляризации (экспериментально наблюдался в [18,27,28]).

В работах [1,2] была проанализирована Фурье-компонента обратной диэлектрической проницаемости $\tilde{\varepsilon}_{\mathbf{G}_{hkl}}$

(т.е. формфактор рассеяния) для МФК, которая в общем случае имеет вид

$$\tilde{\varepsilon}_{\mathbf{G}_{hkl}} = \tilde{\varepsilon}(\mathbf{G}_{hkl}) = \frac{1}{V_0} \int_{V_0} d\mathbf{r} \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \exp(-i\mathbf{G}_{hkl} \cdot \mathbf{r}) \quad (12)$$

и определяет интенсивность брэгговской дифракции на системе (hkl) кристаллографических плоскостей как функцию вектора обратной решетки $\mathbf{G}_{hkl} = h\mathbf{b}_1 + k\mathbf{b}_2 + l\mathbf{b}_3$, V_0 — объем примитивной ячейки ФК. Рассмотрим упорядоченный МФК, который обладает ГЦК-решеткой, состоящей из одинаковых, но неоднородных сфер радиуса r_s со сферически-симметричной зависимостью диэлектрической проницаемости $\varepsilon_s(r)$ и однородным заполнителем с диэлектрической проницаемостью ε_f . Обратная диэлектрическая проницаемость такого МФК имеет вид

$$\frac{1}{\varepsilon(r)} = \frac{1}{\varepsilon_f} + \left(\frac{1}{\varepsilon_s(r)} - \frac{1}{\varepsilon_f} \right) \Theta(r_s - r), \quad (13)$$

где $\Theta(x) = 1$ при $x \geq 0$ и $\Theta(x) = 0$ при $x < 0$.

Брэгговская дифракция света на системе плоскостей (hkl) отсутствует, если формфактор рассеяния, который описывается выражением (12), равен нулю, $\tilde{\varepsilon}(\mathbf{G}_{hkl}) = 0$. Подставляя формулу (13) в выражение (12) и производя интегрирование с учетом сферической симметрии, можно получить значение диэлектрической проницаемости однородного заполнителя $\varepsilon_f^0(G_{hkl})$, которое определяет отсутствие брэгговской дифракции на плоскостях (hkl) по формуле ($G \neq 0$)

$$\frac{1}{\varepsilon_f^0(G_{hkl})} = \frac{G^2 \int_0^{r_s} \frac{r}{\varepsilon_s(r)} \sin(G_{hkl}r) dr}{R(G_{hkl}, r_s)}, \quad (14)$$

где $R(G, r) = \sin(Gr) - Gr \cos(Gr)$ — функция Рэлея–Ганса. Из выражения (14) непосредственно следует, что величина ε_f^0 зависит от G , а также от всех параметров структуры. Следовательно, характерной чертой упорядоченных МФК является различие в условиях выключения (hkl) брэгговских рефлексов. При этом появляется возможность селективного управления интенсивностью дифракционных рефлексов посредством модуляции диэлектрической проницаемости одной из компонент.

Эта теоретическая модель получила экспериментальное подтверждение при исследовании спектров пропускания опалов методом иммерсионной спектроскопии [1,2]. В то же время селективное управление брэгговскими рефлексами в МФК экспериментально ранее не изучалось.

5. Методика эксперимента и обработки результатов

Эксперименты по дифракции света на объемных образцах синтетических опалов проводились на установке,

схематически изображенной на рис. 3. В качестве источника белого света использовалась лампа Мисгораск HL-2000-FHSA мощностью 7 W (1). Пучок формировался с помощью линзы и диафрагмы 2. Образец опала 3 крепился на вертикальном держателе 4 в центре цилиндрической кюветы 5 диаметром 9 см.

При вращении держателя с образцом вокруг вертикальной оси угол падения светового пучка на ориентированный образец менялся в пределах $-90 < \theta < 90^\circ$. Как и в расчетах, угол падения θ отсчитывался от направления роста кристалла [111]. Дифракционные картины наблюдались визуально и фиксировались цифровой камерой Olympus C-2040zoom 6. Для наблюдения и регистрации полной картины рассеяния, включая рассеяние „назад“, на внешней поверхности цилиндрического сосуда закреплялся полупрозрачный экран 7. Экран имел квадратное отверстие 8 для светового пучка и шкалу 9, которая позволяла определять угловое положение

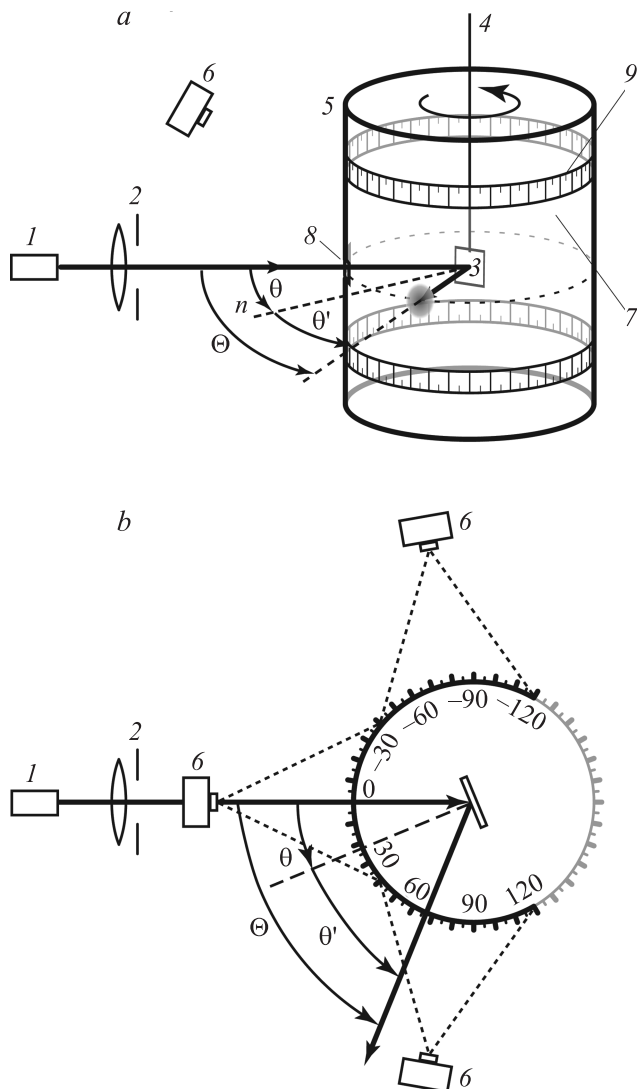


Рис. 3. Схема экспериментальной установки для исследования картин дифракции света на ФК. *a* — общий вид, *b* — вид сверху. Подробное описание установки приведено в тексте.

дифракционных рефлексов ($\Theta = \theta + \theta'$) с погрешностью не более 2° . Фотографирование дифракционных рефлексов на цилиндрическом экране в каждом эксперименте проводилось с трех различных фиксированных точек (рис. 3, *b*), что позволяло при обработке изображений сформировать общую картину дифракции света в диапазоне углов $-120 < \Theta < 120^\circ$.

Основу экспериментальной методики составляла иммерсионная спектроскопия, т.е. исследование фотонных зон в зависимости от контраста диэлектрической проницаемости компонент ФК. В нашем случае этими компонентами являются опаловая „матрица“, образованная спеченными частицами α - SiO_2 , и жидкость, заполняющая свободное пространство между этими частицами. Для проведения иммерсионных экспериментов цилиндрическая кювета 5 с образцом опала заполнялась жидкостью, которая являлась одновременно и заполнителем опала, и средой, окружающей образец. Высокоточные измерения диэлектрической проницаемости жидкости-заполнителя проводились с помощью рефрактометра Аббе ИРФ-454Б2М. Погрешность измерения диэлектрической проницаемости не превышала $7.5 \cdot 10^{-4}$. В экспериментах использовались две жидкости — дистиллированная вода ($\epsilon_{\text{H}_2\text{O}} = 1.78$) и особо чистый пропиленгликоль ($\epsilon_{\text{pr}} = 2.05$), а также их смеси, что позволяло варьировать диэлектрическую постоянную заполнителя в диапазоне $1.78 \leq \epsilon_f \leq 2.05$. Выбор этих жидкостей обоснован их высокой оптической прозрачностью в широкой области спектра: вода прозрачна в диапазоне длин волн 215–850 nm, а пропиленгликоль — в диапазоне 260–850 nm.

Фотографирование дифракционных картин, наблюдаемых на цилиндрическом экране, для каждого угла падения θ производилось с трех фиксированных точек (рис. 3, *b*). В результате обработки трех фотографий с помощью разработанной программы создавалась линейная „развертка“ дифракционной картины, наблюдаемой в горизонтальной плоскости, — узкая „картина-полоска“, соответствующая развертке по углам $-120 < \Theta < 120^\circ$. В экспериментах образец вращался вокруг вертикальной оси: угол падения света относительно ростовой оси [111] изменялся в пределах $-90 < \theta < 90^\circ$ с шагом $\Delta\theta = 2.5^\circ$. В результате всей процедуры были получены наборы из 72 узких „картинок-полосок“ для каждого значения варьируемой диэлектрической проницаемости заполнителя ϵ_f . На рис. 4, (*e-h*) представлены четыре итоговые экспериментальные картины дифракции в координатах (θ, Θ) , составленные из всех 72 узких полосок, объединенных в единый рисунок. Соответственно вклад отдельной полоски на рис. 4, *e-h* составляет $1/72$ ширины рисунка.

6. Экспериментальные результаты и их обсуждение

Результаты экспериментального исследования дифракции белого света на образце синтетического опала для

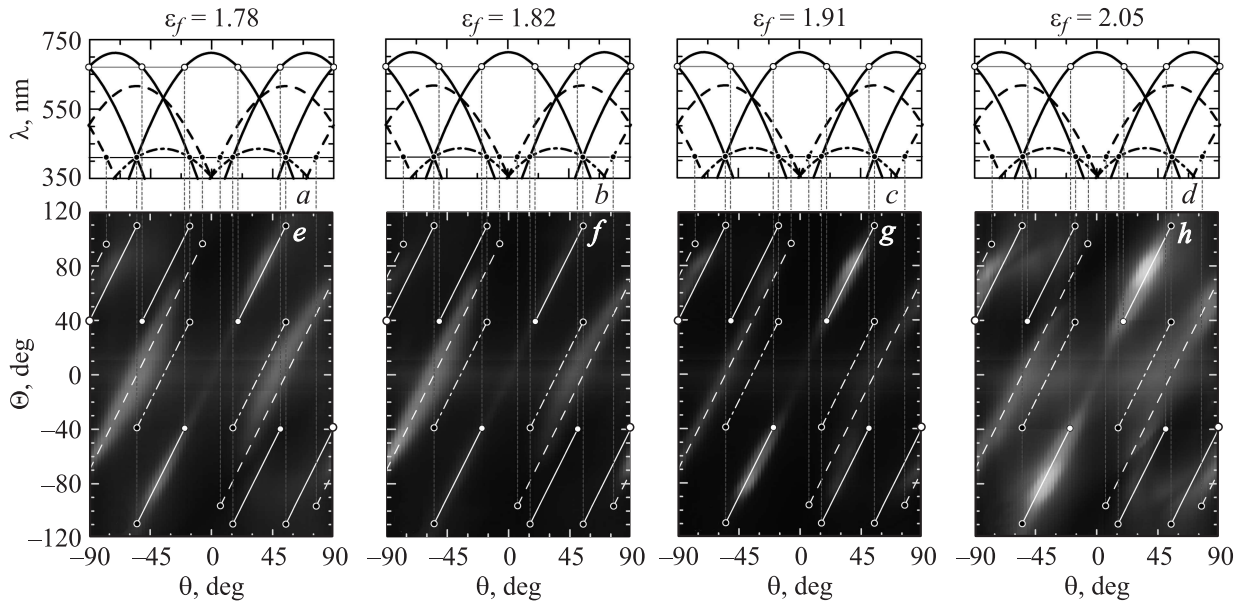


Рис. 4. Дисперсия брэгговских длин волн $\lambda_{(hkl)}(\theta)$ для двойникованной ГЦК-решетки опала, рассчитанная по формуле (3) с учетом плоскостей типа $\{111\}$, $\{200\}$ и $\{220\}$ (a-d). Обозначение линий то же, что на рис. 1, c. Горизонтальными линиями выделена видимая область шкалы электромагнитных волн. e-h — экспериментальные картины дифракции света на образце синтетического опала в горизонтальной плоскости в координатах (Θ, θ) . Образец погружен в жидкий наполнитель с величиной диэлектрической проницаемости $\epsilon_f = 1.78$ (a, e), 1.82 (b, f), 1.91 (c, g), 2.05 (d, h).

различных значений диэлектрической проницаемости наполнителя ϵ_f приведены на рис. 4 и 5.

Рис. 4, e-h демонстрирует полную картину трансформации дифракционных рефлексов (в горизонтальной плоскости) при изменении угла падения света θ на образец опала и при изменении диэлектрической проницаемости наполнителя ϵ_f . Соотношение (5) позволяет найти значения угла Θ , соответствующие дифракции на кристаллографических плоскостях типа $\{111\}$, $\{200\}$ и $\{220\}$. В частности, для плоскости (111), общей для двойников ГЦК-I и ГЦК-II, имеем $\theta_{111} = 0$, т.е. $\Theta = 2\theta$. Для других (hkl) плоскостей двойника ГЦК-I

$$(\bar{1}11) : \quad \Theta = 2(\theta - 70.5^\circ), \quad (15a)$$

$$(200) : \quad \Theta = 2(\theta + 54.7^\circ), \quad (15b)$$

$$(022) : \quad \Theta = 2(\theta - 35.3^\circ) \quad (15c)$$

и для двойника ГЦК-II

$$(\bar{1}11) : \quad \Theta = 2(\theta + 70.5^\circ), \quad (16a)$$

$$(200) : \quad \Theta = 2(\theta - 54.7^\circ), \quad (16b)$$

$$(022) : \quad \Theta = 2(\theta + 35.3^\circ). \quad (16c)$$

Сопоставляя верхние панели (a-d), на которых приведена дисперсия брэгговских длин волн $\lambda_{(hkl)}(\theta)$ для семейства $\{111\}$, $\{200\}$ и $\{220\}$ и выделена видимая область в шкале электромагнитных волн, с нижними панелями (e-h), можно интерпретировать наблюдаемые дифракционные рефлексы. Кроме того, из рис. 4, e-h

видно, что на прямые полосы, связанные с 3D-дифракцией, накладываются обрывки колец. Сравнивая рис. 4 и 2 можно заключить, что природа этих дополнительных дифракционных особенностей обусловлена двумерной дифракцией света. Ее проявление в экспериментах с объемным образцом может быть связано с дефектностью структуры либо с вкладом поверхности опала.

Насколько нам известно, экспериментальные картины, представленные на рис. 4, получены впервые. Основной вывод, который следует из представленных экспериментальных данных, полученных для МФК, состоит в возможности селективного управления брэгговскими рефлексами, отвечающими различным $\{hkl\}$ фотонным стоп-зонам. Как известно, такой эффект невозможен в случае рентгеновской дифракции на обычных кристаллах.

Наиболее важным результатом представляется демонстрация селективного ослабления рефлексов семейств $\{111\}$ и $\{220\}$. При $\epsilon_f = 1.82$ рефлексы $\{111\}$ значительно ослабляются, в то время как остальные отчетливо видны на картине дифракции (рис. 4, f). Аналогично можно видеть, что интенсивность рефлексов семейства $\{220\}$ существенно уменьшается при $\epsilon_f = 1.91$ (рис. 4, g). Таким образом, можно сделать вывод о селективном характере переключения дифракционных рефлексов в МФК.

На рис. 5 представлена детальная картина поведения интенсивности брэгговских рефлексов (111). На панели b показаны диагональные фрагменты рис. 4, e-h, содержащие только дифракционные рефлексы (111). При

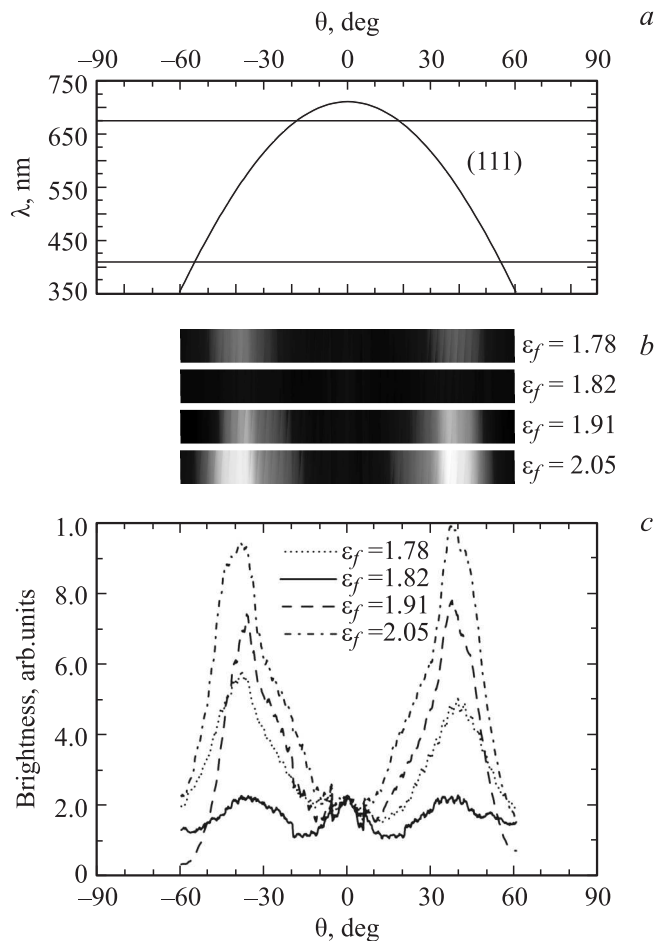


Рис. 5. *a*) Дисперсия $\lambda_{(111)}(\theta)$, рассчитанная по формуле (3). Горизонтальными линиями ограничена видимая область шкалы электромагнитных волн. *b*) Дифракционные рефлексы, соответствующие плоскостям (111), для образца опала, погруженного в заполнители с различной величиной диэлектрической проницаемости ϵ_f . *c*) Угловое распределение яркости дифракционного рефлекса (111), представленного на части *b*.

углах $-20 < \theta < 20^\circ$ дифракция не регистрируется нашим фотоаппаратом, так как соответствует инфракрасной области, а при углах $\theta < -55^\circ$ и $\theta > 55^\circ$ дифракция не регистрируется, так как попадает в ультрафиолетовую область спектра. В диапазонах $-55 < \theta < -20^\circ$ и $20 < \theta < 55^\circ$ наблюдаются рефлексы, которые меняют свой цвет в полном соответствии с зависимостью, представленной на панели *a*, и их интенсивность существенно уменьшается при $\epsilon_f = 1.82$.

Таким образом, было получено хорошее соответствие между результатами дифракционных экспериментов и экспериментов по спектроскопии пропускания, в которых значения ϵ_f для селективного „выключения“ стоп-зон были определены как $\epsilon_f = 1.82$ для {111} и $\epsilon_f \approx 1.92$ для {220} [2].

Заметим, что в дифракционных экспериментах не наблюдалось полного пропадания рефлексов {111} (рис. 4, 5), которые предсказывает теория, развитая для

упорядоченного МФК и представленная в разделе 4. Это может быть связано с рядом причин. К ним относятся такие факторы, как расходимость светового пучка и фоновая засветка из-за рассеяния на колбе, которые вызывают уширение дифракционных рефлексов и наложение их друг на друга.

Кроме того, может сказаться разброс в величинах структурных и диэлектрических параметров частиц SiO_2 , образующих опалы [11,29]. Это обстоятельство приводит к тому, что реальные образцы синтетических опалов не вполне соответствуют модели идеального МФК, состоящего из одинаковых частиц. Такая структура опалов приводит к дополнительному фоновому рассеянию на квазисферических частицах SiO_2 (рассеяние Ми [30]) и интерференции этого рассеяния с рассеянием Брэгга. В результате брэгговская полоса (111) не пропадает в спектрах пропускания опалов ни при каких значениях ϵ_f , демонстрируя сложное поведение, которое описывается в рамках резонанса Фано [11,13].

7. Заключение

Выполнено детальное исследование брэгговской дифракции света на трехмерных МФК на основе синтетических опалов. Экспериментально продемонстрирован новый эффект — селективное управление интенсивностью дифракционных {hkl} рефлексов при изменении диэлектрической проницаемости одной из компонент МФК. Детальная интерпретация сложных дифракционных картин оказалась возможной благодаря теоретическому анализу, который включал в себя: 1) расчет дисперсии брэгговских длин волн при дифракции света на системах {hkl} плоскостей ГЦК-решетки низкоконтрастного опала с учетом ее двойникования; 2) численное моделирование дифракционных картин при изменении толщины образца и соответственно при переходе от двумерной к трехмерной брэгговской дифракции; 3) анализ ширины фотонных {hkl} стоп-зон в МФК с переменной диэлектрической проницаемостью одной из компонент. Эти расчеты позволили однозначно связать экспериментально наблюдаемые рефлексы с определенными {hkl} системами плоскостей двойникованной ГЦК-решетки опалов и выделить рефлексы, принадлежащие семействам {111}, {200} и {220}. Существенное уменьшение интенсивности рефлексов семейства {111} наблюдалось при значении диэлектрической проницаемости жидкого заполнителя опалов $\epsilon_f \approx 1.82$, а уменьшение интенсивности рефлексов {220} — при $\epsilon_f \approx 1.91$. Эти значения хорошо соответствуют результатам, полученным ранее методом спектроскопии пропускания [1,2].

Авторы благодарны А.А. Каплянскому за поддержку и критические замечания, М.И. Самойловичу за предоставление образцов синтетических опалов.

Список литературы

- [1] A.V. Baryshev, A.B. Khanikaev, M. Inoue, P.B. Lim, A.V. Sel'kin, G. Yushin, M.F. Limonov. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 063 906 (2007).
- [2] M.V. Rebin, A.V. Baryshev, A.B. Khanikaev, M. Inoue, K.B. Samusev, A.V. Sel'kin, G. Yushin, M.F. Limonov. *Phys. Rev. B* **77**, 205 106 (2008).
- [3] J.D. Joannopoulos, S.G. Johnson, J.N. Winn, R.D. Meade. *Photonic crystals: molding the flow of light*. 2nd ed. Princeton Univ. Press (2008). 304 p.
- [4] *Photonic crystals: physics, fabrication and applications* / Eds K. Inoue, K. Ohtaka. Springer (2004). 348 p.
- [5] K. Sakoda. *Optical properties of photonic crystals*. 2nd ed. Springer (2004). 272 p.
- [6] V.N. Astratov, V.N. Bogomolov, A.A. Kaplyanskii, A.V. Prokofiev, L.A. Samoilovich, S.M. Samoilovich, Yu.A. Vlasov. *Nuovo Cimento D* **17**, 1349 (1995).
- [7] M.V. Rybin, K.B. Samusev, M.F. Limonov. *Photon. Nanostruct.: Fundam. Appl.* **5**, 119 (2007).
- [8] H. Miguez, C. López, F. Meseguer, A. Blanco, L. Vázquez, R. Mayoral, M. Ocana, V. Fornés, A. Mifsud. *Appl. Phys. Lett.* **71**, 1148 (1997).
- [9] И.А. Карпов, Э.Н. Самаров, В.М. Масалов, С.И. Божко, Г.А. Емельченко. *ФТТ* **47**, 334 (2005).
- [10] R.K. Iler. *The chemistry of silica*. John & Sons, N.Y. (1979). 866 p.
- [11] M.V. Rybin, A.B. Khanikaev, M. Inoue, K.B. Samusev, M.J. Steel, G. Yushin, M.F. Limonov. *Phys. Rev. Lett.* **103**, 023 901 (2009).
- [12] M.V. Rybin, A.B. Khanikaev, M. Inoue, A.K. Samusev, M.J. Steel, G. Yushin, M.F. Limonov. *Photon. Nanostruct.: Fundam. Appl.* **8**, 86 (2010).
- [13] U. Fano. *Phys. Rev.* **124**, 1866 (1961).
- [14] В.А. Марихин, А.И. Слуцкер, А.А. Ястребинский. *ФТТ* **7**, 441 (1965).
- [15] В.А. Кособукин. *ФТТ* **47**, 1954 (2005).
- [16] A.V. Baryshev, V.A. Kosobukin, K.B. Samusev, D.E. Usvyat, M.F. Limonov. *Phys. Rev. B* **73**, 205 118 (2006).
- [17] A.V. Baryshev, A.A. Kaplyanskii, V.A. Kosobukin, K.B. Samusev, D.E. Usvyat, M.F. Limonov. *Phys. Rev. B* **70**, 113 104 (2004).
- [18] M.V. Rybin, A.V. Baryshev, M. Inoue, A.A. Kaplyanskii, V.A. Kosobukin, M.F. Limonov, A.K. Samusev, A.V. Sel'kin. *Photon. Nanostruct.: Fundam. Appl.* **4**, 146 (2006).
- [19] L.M. Sorokin, V.N. Bogomolov, J.L. Hutchison, D.A. Kurdyukov, A.V. Chernyaev, T.N. Zaslavskaya. *Nanostruct. Mater.* **12**, 1081 (1999).
- [20] М.В. Рыбин, К.Б. Самусев, М.Ф. Лимонов. *ФТТ* **49**, 2174 (2007).
- [21] А.В. Барышев, А.А. Каплянский, В.А. Кособукин, М.Ф. Лимонов, К.Б. Самусев, Д.Е. Усвят. *ФТТ* **45**, 434 (2003).
- [22] J.M. Ziman. *Models of disorder: the theoretical physics of homogeneously disordered systems*. Cambridge Univ. Press (1979). 538 p.
- [23] A. Guinier. *X-ray diffraction in crystals, imperfect crystals, and amorphous bodies*. W.H. Freeman and Co, San Francisco (1963). 388 p.
- [24] A. Yariv, P. Yeh. *Optical waves in crystals*. John Wiley and Sons (1984). 608 p.
- [25] K.M. Ho. C.T. Chan, C.M. Soukoulis. *Phys. Rev. Lett.* **65**, 3152 (1990).
- [26] H.M. van Driel, W.L. Vos. *Phys. Rev. B* **62**, 9872 (2000).
- [27] A.V. Baryshev, A.B. Khanikaev, H. Uckida, M. Inoue, M.F. Limonov. *Phys. Rev. B* **73**, 033 103 (2006).
- [28] А.Г. Баженова, А.В. Селькин, А.Ю. Меньшикова, Н.Н. Шевченко. *ФТТ* **49**, 2010 (2007).
- [29] К.Б. Самусев, Г.Н. Юшин, М.В. Рыбин, М.Ф. Лимонов. *ФТТ* **50**, 1230 (2008).
- [30] C.F. Bohren, D.R. Huffman. *Absorption and scattering of light by small particles*. Wiley-VCH (1998). 544 p.