# НЕЛИНЕЙНЫЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ СПИНОВЫЕ ВОЛНЫ В ФЕРРО- И АНТИФЕРРОМАГНЕТИКАХ

*Ю.И.Беспятых, И.Е.Дикштейн*

Показано, что в ферро- и антиферромагнитных кристаллах могут существовать поверхностные и квазиповерхностные спиновые волны (ПСВ) нового типа, локализация которых у поверхности полностью обусловлена нелинейными свойствами системы. Характерная длина локализации таких ПСВ пропорциональна $A_0^{-1}$ ($A_0$ — максимум амплитуды намагниченности или вектора антиферромагнетизма на поверхности кристалла). Исследовано влияние поверхностной анизотропии на характер нелинейных ПСВ.

1. Поверхностные спиновые волны (ПСВ), распространяющиеся вблизи поверхности ферро- и антиферромагнитных сред, обладают по сравнению с объемными спиновыми волнами (ОСВ) [1] рядом характерных свойств, которые обеспечивают возможность широкого использования ПСВ в устройствах спин-волновой электроники. В линейной теории спиновых волн ПСВ на свободной поверхности чисто обменных ферро- и антиферромагнетиков отсутствуют [2]. Однако в этих приближениях существует плоская ОСВ с волновым вектором, параллельным поверхности магнитного образца, удовлетворяющая граничным условиям и имеющая однородное распределение амплитуды поля в толще образца. Как известно [2-6], такая ОСВ неустойчива в том смысле, что при малых изменениях объемных или поверхностных свойств магнитной среды она может стать поверхностной. Поэтому при анализе ПСВ необходимо учитывать изменения параметров магнитных кристаллов в тонком приповерхностном слое, а также магнитное дипольное взаимодействие даже в случае антиферромагнетика, когда влияние его сильно ослаблено обменным взаимодействием. Условия существования ПСВ в чисто обменных ферро- и антиферромагнетиках со скачком обменного интеграла и частичным закреплением намагниченности и вектора антиферромагнетизма на поверхности исследовались в работах [2-6]. Учет дипольного взаимодействия показал, что при определенной поляризации поля подмагничивания дипольное взаимодействие приводит к появлению в ферромагнетиках поверхностной магнитостатической моды Деймона–Эшбаха [7-12], а в антиферромагнетиках — к возникновению ПСВ, отсутствующих в чисто обменном приближении [6].

Нелинейность магнитных кристаллов может стать причиной изменения характера распространения ПСВ: параметрической неустойчивости ПСВ конечной амплитуды [13,14], образования поверхностных магнитных солитонов [15,16] и т.д. В настоящей работе показано, что в ферро- и антиферромагнитных кристаллах могут существовать ПСВ нового типа, локализация которых у свободной поверхности полностью обусловлена нелинейными свойствами системы.

**2**. Рассмотрим самолокализованные ПСВ в двухподрешеточном антиферромагнетике, занимающем область пространства $z < 0$. Поверхность антиферромагнетика покрыта пленкой идеального металла. Свободная энергия антиферромагнетика в отсутствие поля подмагничивания представляется в следующем виде [17]:

$$W = M_0^2 \int dv \left[\frac{\delta}{2}\mathbf{m}^2 + \frac{\alpha}{2}(\nabla \mathbf{l})^2 + w_a - \frac{1}{2}\mathbf{m}\mathbf{h}_M\right]. \tag{1}$$

Здесь $\delta$ и $\alpha$ — постоянные однородного и неоднородного обмена соответственно; $w_a = (-\beta/2)(\mathbf{l}\mathbf{n}_z)^2$ — плотность энергии магнитной анизотропии; $\beta > 0$ — константа одноосной анизотропии ($\beta \ll \delta$); $\mathbf{H}_M = M_0\mathbf{h}_M$ — размагничивающее поле; $\mathbf{m}$ и $\mathbf{l}$ — векторы ферро- и антиферромагнетизма соответственно ($|\mathbf{m}| \ll |\mathbf{l}|$), выражающиеся через намагниченности подрешеток $\mathbf{M}_1$ и $\mathbf{M}_2$ ($\mathbf{M}_1^2 = \mathbf{M}_2^2 = M_0^2$) соотношениями $\mathbf{m} = (\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2)/2M_0$, $\mathbf{l} = (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2)/2M_0$.

Векторы $\mathbf{m}$ и $\mathbf{l}$ удовлетворяют системе уравнений

$$\mathbf{m} = \frac{2}{\delta}\left\{\frac{1}{\omega_s}\left[\mathbf{l}, \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t}\right] + \mathbf{h}_M - \mathbf{l}(\mathbf{l}\cdot\mathbf{h}_M)\right\},$$

$$\alpha[\mathbf{l}, \Delta\mathbf{l}] - \frac{\alpha}{c^2}\left[\mathbf{l}, \frac{\partial^2 \mathbf{l}}{\partial t^2}\right] - \left[\mathbf{l}, \frac{\partial w_a}{\partial \mathbf{l}}\right] + \frac{4}{\delta\omega_s}\left\{2\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t}(\mathbf{h}_M\cdot\mathbf{l}) + \mathbf{l}\left(\frac{\partial \mathbf{h}_M}{\partial t}\cdot\mathbf{l}\right) - \frac{\partial \mathbf{h}_M}{\partial t}\right\} = 0 \tag{2}$$

и уравнениями магнитостатики

$$\mathbf{h}_M = -\nabla\psi, \qquad \Delta\psi = 8\pi\,\mathrm{div}\,\mathbf{m}, \tag{3}$$

где $\omega_s = gM_0$, $c = \omega_s\sqrt{\alpha\delta}/2$ — минимальная фазовая скорость спиновых волн в неограниченном антиферромагнетике, $g$ — гиромагнитное отношение.

Граничные условия на поверхности металлизированного антиферромагнетика $z = 0$ имеют вид

$$\frac{\partial\psi}{\partial z} - 8\pi m_z = 0, \qquad \left[l_z\mathbf{n}_z, \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial z} + b_0\mathbf{l}\right] = 0, \tag{4}$$

где $b_0$ — константа поверхностной анизотропии.

Основному состоянию антиферромагнетика без закрепления вектора антиферромагнетизма на поверхности ($b_0 = 0$) отвечают $l_z^{(0)} = 1$, $l_{x,y}^{(0)} = m = \psi = 0$. При исследовании нелинейных ПСВ малой амплитуды положим $\mathbf{l} = \mathbf{l}^{(0)} + \tilde{\mathbf{l}}$ и ограничимся кубическими нелинейностями по малым отклонениям $\tilde{\mathbf{l}}$, $\mathbf{m}$ и $\psi$ в уравнениях (2)–(3). Тогда уравнения для $\tilde{\mathbf{l}}_\perp = \{\tilde{l}_x, \tilde{l}_y\}$ и $\psi$ принимают следующую форму:

$$c^2\Delta\mathbf{l}_\perp - \frac{\partial^2\mathbf{l}_\perp}{\partial t^2} - \omega_0^2\mathbf{l}_\perp + \omega_s\left[\nabla\frac{\partial\psi}{\partial t}, \mathbf{n}_z\right] = \frac{c^2}{2}\left(l_\perp^2\Delta\mathbf{l}_\perp - \mathbf{l}_\perp\Delta l_\perp^2\right) +$$

$$+\frac{1}{2}\left[\mathbf{l}_\perp \frac{\partial^2}{\partial t^2}(l_\perp^2) - l_\perp^2 \frac{\partial^2 \mathbf{l}_\perp}{\partial t^2}\right] - \frac{\omega_0^2}{2} l_\perp^2 \mathbf{l}_\perp + \omega_s \left\{ \left( \omega_s \nabla_\perp \psi - 2\left[\mathbf{n}_z, \frac{\partial \mathbf{l}_\perp}{\partial t}\right]\right) \times \right.$$

$$\left. \times \left( (\mathbf{l}_\perp \nabla \psi) + \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) - \omega_s \mathbf{l}_\perp \left(\frac{\partial \psi}{\partial z}\right)^2 + [\mathbf{l}_\perp, \mathbf{n}_\perp] \left[ \left( \mathbf{l}_\perp \cdot \nabla \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z \partial t} \right] \right\}, \quad (5)$$

$$\left[(1+\varepsilon)\Delta - \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right] \psi + \frac{\varepsilon}{\omega_s} \operatorname{rot}_z \frac{\partial \mathbf{l}_\perp}{\partial t} = \frac{\varepsilon}{\omega_s} \left\{ \frac{1}{2} \operatorname{rot}_z \left[ l_\perp^2 \frac{\partial \mathbf{l}_\perp}{\partial t} - \mathbf{l}_\perp \frac{\partial}{\partial t}(l_\perp^2) \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\partial^2 \mathbf{l}_\perp}{\partial t^2}, \mathbf{l}_\perp \right]_z \right\} + \varepsilon \left\{ \nabla_\perp \cdot \left[ \mathbf{l}_\perp \left( \mathbf{l}_\perp \cdot \nabla \phi + \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mathbf{l}_\perp \cdot \nabla \phi - l_\perp^2 \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \right\} = 0, \quad (6)$$

где $\omega_0 = c\sqrt{\beta/\alpha}$ — частота однородного антиферромагнитного резонанса, $\varepsilon = 16\pi/\delta$. Знак „$\sim$" у величины $\tilde{\mathbf{l}}$ в (5), (6) и далее опущен.

Из компонент намагниченности нам потребуется в дальнейшем лишь величина $8\pi m_z$, равная

$$8\pi m_z = \frac{\varepsilon}{\omega_s} \left\{ \left[ \mathbf{l}, \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t} \right]_z - (\mathbf{l}_\perp \cdot \nabla \psi) + l_\perp^2 \frac{\partial \phi}{\partial z} \right\}. \quad (7)$$

К граничным условиям (4) для ПСВ следует добавить условия убывания векторов ферро- и антиферромагнетизма и потенциала дипольного поля в глубине антиферромагнетика

$$|\mathbf{l}| \to 0, \quad |\mathbf{m}| \to 0, \quad |\phi| \to 0, \quad \text{при} \quad z \to -\infty. \quad (8)$$

Поскольку рассматриваемая система обладает осевой симметрией, достаточно проанализировать случай распространения ПСВ вдоль оси $\mathbf{n}_y$.

В линейном приближении $\mathbf{l}$, $\mathbf{m}$ и $\phi$ будем считать зависящими от координат и времени как $\exp[i(ky - \omega t) + qz]$. Из системы уравнений (4)–(6) следует, что волны с продольной ($l_x = 0$) и поперечной ($l_y = 0$) поляризации вектора $\mathbf{l}$ независимы. Для волн с продольной поляризацией $\mathbf{l}$ ($l_x = 0$, $\phi = 0$) спектр ПСВ имеет вид

$$\omega^2 = \omega_0^2 + c^2(k^2 - q^2). \quad (9)$$

В отсутствие закрепления вектора антиферромагнетизма на поверхности $q = 0$ и ПСВ с продольной поляризацией $\mathbf{l}$ отсутствует. При частичном закреплении спинов на поверхности $q = -b_0$, и ПСВ существует, если закрепление носит легкоплоскостной характер ($b_0 < 0$) [6]. Спектр ОСВ продольной поляризации также описывается формулой (9), если $q$ считать чисто мнимой величиной, причем значение $q = 0$ соответствует дну спектра ОСВ.

Для волн с поперечной поляризацией вектора $\mathbf{l}$ ($l_x \neq 0$, $\phi \neq 0$) спектр ПСВ описывается соотношением

$$D(\omega, k, q) = \left[c^2(q^2 - k^2) + \omega^2 - \omega_0^2\right] \left[q^2 - (1+\varepsilon)k^2\right] + \varepsilon \omega^2 k^2 = 0. \quad (10)$$

Нетрудно показать, что в металлизированном антиферромагнетике с незакрепленным вектором антиферромагнетизма на поверхности (в отличии от антиферромагнетика со свободной поверхностью [6]) ПСВ отсутствует. В антиферромагнетике с частичным закреплением вектора антиферромагнетизма ПСВ имеет место в случае $b_0 < 0$, однако выражение для частоты ПСВ имеет громоздкий вид и в данной работе не приводится. Спектр ОСВ с поперечной поляризацией $\mathbf{l}$ определяется из соотношения (10) при чисто мнимых значениях $q$. Дно спектра ОСВ описывается кривой $\omega_B(k)$

$$\omega_B(k) = \begin{cases} \omega_0 + ck\sqrt{\varepsilon}, & k < k_0 = \omega_0\sqrt{\varepsilon}/c, \\ \sqrt{(1+\varepsilon)(\omega_0^2 + c^2k^2)}, & k \geqslant k_0. \end{cases} \tag{11а, б}$$

а корни характеристического уравнения (10) $q_{1,2,3,4}$ на этой кривой равны

$$q_{1,2} = ik\sqrt{k_0/k - 1}, \quad q_{3,4} = -q_{1,2} \quad \text{при} \quad k < k_0, \tag{12а}$$

$$q_{1,2} = 0, \quad q_{3,4} = \pm k\sqrt{1 - k_0^2/k^2} \quad \text{при} \quad k > k_0. \tag{12б}$$

Как следует из (12а), волновой вектор ОСВ в области $k < k_0$ кривой $\omega = \omega_B(k)$ направлен под углом к поверхности кристалла и амплитуда ОСВ является осциллирующей функцией координаты $z$. Перенос энергии ОСВ на всей кривой $\omega = \omega_B(k)$ осуществляется вдоль поверхности антиферромагнетика, поэтому ОСВ оказывается неустойчивой относительно малых возмущений модели. Перейдем к анализу малых нелинейных слагаемых в правых частях уравнений (4)–(6).

**3.** Решение нелинейного уравнения (5) для основной гармоники волны продольной поляризации вектора $\mathbf{l}$ будем искать в виде

$$l_y = 1/2A(\tilde{y}, z)\exp\left[i(ky - \omega t)\right] + \text{к.с.}, \tag{13}$$

где

$$\omega = \omega_B = \sqrt{\omega_0^2 + c^2k^2}, \tag{14}$$

$A(\tilde{y}, z)$ — огибающая волны, являющаяся медленно меняющейся функцией координат $\tilde{y}$, $z$; $\tilde{y} = (y - Vt)/(V/V_g - 1)$; $V = \omega/k$ и $V_g = \partial\omega/\partial k$ — фазовая и групповая скорости спиновой волны соответственно,

$$|\partial A/\partial \tilde{y}| \ll |kA|, \qquad |\partial A/\partial z| \ll |kA|. \tag{15}$$

Подставляя (13) в (5) и второе из граничных условий (4), находим уравнение для огибающей

$$-2ik\partial A/\partial\tilde{y} + \partial^2 A/\partial z^2 + \left(\omega_0^2/2c^2\right)\left|A^2\right| A = 0 \tag{16}$$

и граничное условие для $A$ и ее производной $\partial A/\partial z$ при $z = 0$

$$\partial A/\partial z + b_0 A = 0. \tag{17}$$

С помощью замен

$$a = A/A_0, \qquad \xi = \tilde{y}/\Lambda,$$

$$\xi = z/\lambda \ \left(\Lambda^{-1} = \omega_0^2 A_0^2/(4c^2 k),\ \lambda^{-1} = \omega_0 A_0/(2c)\right)$$

уравнение (16) приведем к стандартному нелинейному уравнению Шредингера

$$ia_\xi + (1/2)a_{\zeta\zeta} + \left|a^2\right| a = 0 \tag{18}$$

с граничным условием при $\zeta = 0$

$$a_\zeta + b_0 \lambda a = 0, \tag{19}$$

где $A_0$ — амплитуда огибающей. Односолитонное решение (18) совместно с (19) имеет следующий вид:

$$a(\zeta, \xi) = \operatorname{sech}(\zeta + \zeta_0) \exp\left[i(-\xi/2 + \varphi_0)\right]. \tag{20}$$

Здесь $\varphi_0$ — свободный параметр, а величина $\zeta_0 = z_0/\lambda$ равна

$$\zeta_0 = \operatorname{arctg}(b_0 \lambda). \tag{21}$$

Подставляя (20) в (13),(14), находим распределение $l_y$

$$l_y = A_0 \operatorname{sech}\left(\frac{z + z_0}{\lambda}\right) \cos[(k + 1/2\Lambda)(y - Vt) + \varphi_0] \tag{22}$$

и закон дисперсии для нелинейной ПСВ

$$\Omega^2 = \omega_0^2 + c^2 \varkappa^2 \left[1 - \omega_0^2 A_0^2/(4c^2 \varkappa^2)\right], \qquad \Omega = \omega\varkappa/(\varkappa + 1/2\Lambda), \tag{23}$$

где волновое число $\varkappa = k - 1/2\Lambda$. Глубина проникновения нелинейной ПСВ продольной поляризации $\lambda \sim A_0^{-1}$ стремится к бесконечности при $A_0 \to 0$, т.е. ПСВ с уменьшением амплитуды делокализуется. Условия (15) выполняются, если $A_0 \ll \varkappa\sqrt{\alpha/\beta} \sim \varkappa D$ ($D$ — толщина доменной границы в антиферромагнетике). В случае $b_0 > 0$ (когда линейные ПСВ отсутствуют) максимум амплитуды $l_y$ нелинейной ПСВ смещен в глубь антиферромагнетика, а в случае $b_0 \leqslant 0$ амплитуда максимальна на поверхности антиферромагнетика. Амплитуда $|l_y(0)|$ компоненты $l_y$ вектора антиферромагнетизма на поверхности описывается формулой

$$|l_y(0)| = A_0 \sqrt{1 - b_0^2 \lambda^2}. \tag{24}$$

Отметим, что процедура сведения (5) к уравнению для огибающей (16) справедлива лишь при условии слабого закрепления вектора антиферромагнетизма на поверхности кристалла $|b_0 \lambda| \ll 1$. В случае невыполнения этого условия амплитуда ОСВ в линейном приближении зависит от координаты $z$ и введение одной медленно меняющейся функции координат и времени оказывается недостаточным.

Нелинейное уравнение Шредингера (18) с граничным условием (19) имеет также многосолитонные решения, описывающие нелинейные возбуждения поверхностного типа. Подобные многосолитонные решения и устойчивость их при малых значениях параметра $b_0$ ($|b_0\lambda| \ll 1$) детально исследовались в [18], поэтому на данных вопросах мы останавливаться не будем.

4. Колебания поперечной составляющей вектора антиферромагнетизма связаны с колебаниями намагниченности и дипольного поля, поэтому нелинейная ПСВ с поперечной поляризацией $\mathbf{l}$ описывается нелинейными уравнениями (5)–(6) для $l_x$ и $\phi$ с граничными условиями (4). Нетрудно показать, что в случае слабого закрепления $l_x$ на поверхности кристалла компонента намагниченности $m_z = (\varepsilon l_x^2/8\pi)(\partial\phi/\partial z)$ и граничное условие для нормальной составляющей индукции (4) приобретает вид

$$\partial\phi/\partial z = 0. \tag{25}$$

Решение системы нелинейных уравнений (5)–(6) с граничными условиями (4), (25) для основной гармоники нелинейной ПСВ поперечной поляризации в случае $k > k_0$ (см. (11)–(12)) удобно искать в следующей форме:

$$l_x = (1/2)\left[A_1(\tilde{y}, z) + A_2(\tilde{y}, z)\exp(q_3 z)\right]\exp\left[i(ky - \omega t)\right] + \text{к.с.},$$

$$\phi = (1/2)\left[A_3(\tilde{y}, z) + A_4(\tilde{y}, z)\exp(q_3 z)\right]\exp\left[i(ky - \omega t)\right] + \text{к.с.}, \tag{26}$$

где $A_i(\tilde{y}, z)$ — медленно меняющиеся функции координат, удовлетворяющие соотношениям

$$|\partial A_i/\partial\tilde{\mathbf{r}}| \ll |kA_i|, \quad |\partial A_i/\partial\tilde{\mathbf{r}}| \ll |q_3 A_i|, \quad (\tilde{\mathbf{r}} = \{\tilde{y}, z\}). \tag{27}$$

Слагаемые в (26), пропорциональные ($\exp(q_3 z)$), быстро убывают в глубине кристалла и дают малый вклад в энергию нелинейной ПСВ, поэтому при выводе нелинейного уравнения для огибающих $A_{1,3}(\tilde{y}, z)$ ими можно пренебречь. Потенциал дипольного поля $\phi$ входит в нелинейные члены (5)–(6) только в виде производной $\partial\phi/\partial z$, которая вдали от поверхности кристалла мала. Если пропорциональные $\partial\phi/\partial z$ нелинейные члены опустить, то можно исключить потенциал $\phi$ из (5)–(6) и получить нелинейное уравнение для огибающей поперечной составляющей вектора антиферромагнетизма $l_x$ в виде

$$-2ik\partial A_i/\partial\tilde{y} + (1+\varepsilon)^{-1}\left(1 - k_0^2/k^2\right)\partial^2 A_1/\partial z^2 + \left(\omega_0^2/2c^2\right)\left|A_1^2\right| A_1 = 0, \tag{28}$$

которое при $\omega = \omega_B$ (11б) после замен $a = A_1/A_{10}$ ($A_{10}$ — максимум амплитуды огибающей),

$$\xi = \tilde{y}/\Lambda, \quad \zeta = z/\lambda, \quad \Lambda^{-1} = \left(\omega_0^2/4kc^2\right) A_{10}^2,$$

$$\lambda^{-1} = \omega_0 A_{10}\sqrt{1+\varepsilon} \bigg/ \left[2c\sqrt{1 - k_0^2/k^2}\right]$$

принимает форму (18). В случае свободного вектора антиферромагнетизма ($b_0 = 0$) на поверхности кристалла функции $A_2$, $A_4$ в (26) равны нулю и граничное условие для огибающей при $\zeta = 0$ имеет вид

$$a_\zeta = 0. \tag{29}$$

Односолитонные решения (28), (29) описываются формулой (22), если в ней положить $z_0 = 0$ и выполнить замены $l_y \to l_x$, $A_0 - A_{10}$. Нелинейные ПСВ имеют в этом случае следующий закон дисперсии:

$$\Omega^2 = (1_\varepsilon)\left[\omega_0^2 + c^2\varkappa^2\left(1 - \omega_0^2 A_{10}^2/4\varkappa^2c^2\right)\right]. \tag{30}$$

Огибающая потенциала $A_3(\tilde{y}, z)$ с учетом граничного условия (25) оказывается пропорциональной огибающей $A_1(\tilde{y}, z)$

$$A_3(\tilde{y}, z) = -\varepsilon\omega A_1(\tilde{y}, z)\Big/\left[k\omega_s(1+\varepsilon)\right]. \tag{31}$$

Отметим, что при $k \to k_0$ глубина проникновения нелинейной ПСВ $\lambda - 0$ и полученные здесь результаты становятся несправедливыми.

В случае $k < k_0$ линейная объемная мода с частотой $\omega = \omega_B(k)$ (см. (11a)), соответствующей дну спектра ОСВ, переносит энергию вдоль поверхности кристалла, но амплитуда ее осциллирует с глубиной, поскольку поперечная компонента волнового вектора $q_1$ (12a), описывающая зависимость амплитуды ОСВ от координаты $z$, отлична от нуля. Как будет показано ниже, такая мода может стать неустойчивой при малых нелинейных возмущениях и в случае фокусирующей нелинейности возможна самолокализация ее в нелинейную квазиповерхностную спиновую волну. Если, как и ранее, ограничиться кубической нелинейностью, то при вычислении нелинейных членов в (5)–(6) можно использовать связь $l_x$ и $\psi$ из линеаризованной системы $\psi \cong -\sqrt{\varepsilon}cl_x/\omega_s$. В отсутствие закрепления вектора антиферромагнетизма на поверхности решение системы уравнений (5)–(6) можно искать в форме

$$l_x = (1/2)\left[A_1(\tilde{y}, z)\cos|q_1|\,z + A_2(\tilde{y}, z)\sin|q_1|\,z\right]\exp i(ky - \omega t) + \text{к.с.},$$

$$\phi = (1/2)\left[A_3(\tilde{y}, z)\cos|q_1|\,z + A_4(\tilde{y}, z)\sin|q_1|\,z\right]\exp i(ky - \omega t) + \text{к.с.}, \tag{32}$$

где $A_i(y, z)$ — медленно меняющиеся функции координат

$$|\partial A_i/\partial\tilde{\mathbf{r}}| \ll |kA_i|, \quad |\partial A_i/\partial\tilde{\mathbf{r}}| \ll |q_1 A_i|. \tag{33}$$

При граничных условиях (4), (25) функции $A_{2,4}(\tilde{y}, z)$ оказываются равными нулю, а уравнение для огибающей поперечной компоненты вектора антиферромагнетизма $A_1(\tilde{y}, z)$ и граничное условие для нее на поверхности $z = 0$ имеет вид

$$-ik\frac{\partial A_1}{\partial\tilde{y}} + \frac{2k}{k_0}\frac{1 - k/k_0}{1 + \varepsilon k/k_0}\frac{\partial^2 A_1}{\partial z^2} + (3/16)\varepsilon k^2\left(1 - \frac{k}{k_0} + \frac{k_0}{\varepsilon^2 k}\right)\left|A_1^2\right| A_1 = 0, \tag{34}$$

Уравнения (34), (35) посредством замен

$$\xi\tilde{y}/\Lambda, \qquad \zeta = z/\lambda,$$

$$\Lambda^{-1} = 3\varepsilon k\left(1 - k/k_0 + k_0\varepsilon^2/k\right)A_{10}^2/16,$$

$$\lambda^{-1} = (1/8)\left\{3\varepsilon k_0 k(1 + \varepsilon k/k_0)\left[1 + \varepsilon^{-2}k^{-1}(1 - k/k_0)^{-1}k_0\right]\right\}^{1/2} A_{10},$$

$a = A_1/A_{10}$ ($A_{10}$ — максимум амплитуды огибающей) приводятся к (18), (19) с $b_0 = 0$. Дисперсия нелинейной ПСВ описывается формулой

$$\Omega = \omega_0 + c\varkappa\sqrt{\varepsilon}\left[1 - 3\varepsilon\left(1 - \varkappa/k_0 + k_0\varepsilon^2/\varkappa\right)A_{10}^2/32\right]. \tag{36}$$

Аналогичным образом может быть решена задача о самолокализации ОСВ поперечной поляризации в нелинейную ПСВ в случае закрепления вектора антиферромагнетизма на поверхности, если компонента поверхностной анизотропии достаточно мала $|b_0\lambda| \ll 1$, а также в случае антиферромагнетика с неметаллизированной поверхностью, поскольку роль дипольной энергии по сравнению с обменной энергией в антиферромагнетике мала.

**5.** Рассмотрим чисто обменные нелинейные ПСВ в одноосном ферромагнетике, намагниченном вдоль оси анизотропии полем $H_0$. Ось анизотропии перпендикулярна поверхности образца. Намагниченность ферромагнитных кристаллов велика, поэтому использованный выше метод огибающих может быть применен для анализа самолокализованных нелинейных ПСВ в ферромагнетиках лишь в случаях, когда энергия дипольного взаимодействия и энергия анизотропии малы по сравнению с энергией неоднородного обмена.

Уравнение движения намагниченности в ферромагнетике имеет следующий вид:

$$\mp(i/\omega_s)\partial m^\pm/\partial t = \left(\tilde{h} - \alpha\nabla^2\right)m^\pm - (1/2)\Big[\beta m^+m^-m^\pm + \alpha m^\pm\nabla^2(m^+m^-) -$$

$$-\alpha m^+m^-\nabla^2 m^\pm\Big], \tag{37}$$

где

$$m^\pm = m_x \pm i m_y,\ m^- = (m^+)^*,\ \mathbf{m} = \mathbf{M}/M_0,\ \tilde{h} = h + \beta,\ h = H_0/M_0,\ \omega_s = |g|\,M_0,$$

$\beta$ — константа одноосной анизотропии, $\alpha$ — константа неоднородного обмена. Совместно с граничным условием при $z = 0$

$$\frac{\partial m^\pm}{\partial z} + b_0 m^\pm + \frac{1}{2}m^\pm\frac{\partial(m^+m^-)}{\partial z} = 0 \tag{38}$$

(37) полностью описывает спиновые волны в системе. Решение (37), (38) ищем в виде

$$m^+ = A(\tilde{y}, z)\exp\left[-i(ky - \omega t)\right], \tag{39}$$

где $A(\tilde{y}, z)$ — огибающая намагниченности $m^+$ и волновое число $k$ соответствует дну спектра ОСВ

$$\omega = \omega_B(k) = \omega_s\left(\tilde{h} + \alpha k^2\right). \tag{40}$$

В случае слабой поверхностной анизотропии $|b_0\lambda| \ll 1$ ($\lambda$ — размер области локализации нелинейных ПСВ) производные по $z$ в правой части (37) и нелинейные члены в (38) можно опустить. При этом (37), (38) сводятся к стандартному нелинейному уравнению Шредингера (18) с граничным условием (19), если в последних положить $a = A/A_0$ ($A_0$ — амплитуда огибающей намагниченности $m^+$),

$$\xi = \tilde{y}/\Lambda,\ \zeta = z/\lambda,\ \Lambda^{-1} = (\beta + \alpha k^2)A_0^2 \Big/ 4k,\ \lambda^{-1} = \sqrt{(\beta + \alpha k^2)/4\alpha}A_0.$$

Решение для огибающей $A(\tilde{y}, z)$ совпадает с (20)-(21), а закон дисперсии нелинейных ПСВ $\omega(\varkappa)$ описывается соотношением

$$\Omega = \omega_s \left[h + (\beta + \alpha\varkappa^2)(1 - A_0^2)\right]. \tag{41}$$

Отметим, что ферромагнитная среда является фокусирующей в широком интервале значений константы одноосной анизотропии $\beta + \alpha\varkappa^2 > 0$. Условие малого влияния дипольной энергии $h + \beta + \alpha\varkappa^2 \gg 4\pi$ в материалах типа железо-иттриевого граната с $\alpha \sim 10^{-11}$ см$^2$, $\beta \sim 1$ при поле подмагничивания $h \sim 1$ и области локализации $\lambda \sim 10$ мкм выполняются для значений $\varkappa \gg \sqrt{4\pi/\alpha}$ и амплитуды $A_0 M_0 \ll 10^{-3} M_0$ Гс, когда прочие спин-волновые нестабильности отсутствуют.

6. Нелинейные ПСВ продольной поляризации в антиферромагнетике и обменные нелинейные ПСВ в ферромагнетике, рассмотренные в настоящей работе, являются однопарциальными в том смысле, что поле их описывается одним нелинейным уравнением второго порядка с одним граничным условием на поверхности. Вследствие этого полученные результаты во многом сходны с результатами анализа нелинейных поверхностных электромагнитных и акустических волн, приведенными в работах [18–21]. Отметим, что вопросы устойчивости нелинейных поверхностных самолокализованных волн, рассмотренных в [18–21] и настоящей работе, требуют дополнительного исследования, поскольку такие решения в трехмерном случае не удовлетворяют критерию Лайтхилла. В рассмотренных выше случаях устойчивыми решениями являются решения типа поверхностных „магнитных капель". Нелинейная ПСВ поперечной поляризации в антиферромагнетике, сопровождающаяся колебаниями компоненты вектора антиферромагнетизма $l_x$ и потенциала дипольного поля $\phi$, является двухпарциальной. Отличительная особенность ее по отношению к ранее рассмотренным нелинейным самолокализованным поверхностным волнам заключается в том, что нелинейная ПСВ поперечной поляризации в области малых волновых чисел $\varkappa < k_0$ является квазиповерхностной, т.е. амплитуда ее модулирована по толщине антиферромагнетика. В заключение отметим, что аналогичные нелинейные ПСВ могут существовать на границе раздела двух магнитных сред и вблизи плоского магнитного дефекта в объеме ферро- и антиферромагнитного кристалла.

**Список литературы**


[1] Адам Дж.Д., Дениел М.Р., Шредер Д.К. // Электроника. 1980. Т. 53. № 11. С. 36–44.
[2] Филиппов Б.Н. // Препринт ИФМ УНЦ АН СССР. Свердловск. 1980. № 80/1. 63 с.
[3] Филиппов Б.Н. // ФТТ. 1967. Т. 9. № 5. С. 1339–1344.
[4] Wallis R.F., Maradudin A.A., Ipatova I.P., Klochikhin A.A. // Solid State. Com. 1967. V. 5. N 6. P. 89–96.

[5] Wolfram T., De Wames R.E. // Phys. Rev. 1969. V. 185. N 2. P. 762–769.
[6] Иванов Б.А., Лапченко В.Ф., Сукстанский А.Л. // ФТТ. 1985. Т. 27. № 1. С. 173–180.
[7] Damon R.W., Eshbach I.R. // Phys. Rev. 1960. V. 118. N 5. P. 1208–1210; J. Chem. Sol. 1961. V. 19 N 3/4. P. 308–320.
[8] Ганн В.В. // ФТТ. 1966. Т. 8 № 11. С. 3167–3172.
[9] Булаевский Л.Н. // ФТТ. 1968. Т. 12. № 3. С. 799–806.
[10] De Wames R.E., Wolfram T.I. // J. Appl. Phys. 1970. V. 41. P. 987–992.
[11] Филиппов Б.Н., Титяков И.Г. // ФММ. 1973. Т. 35. № 1. С. 28–38.
[12] Хлебопрос Р.Г., Михайловский Л.В. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1972. Т. 36. С. 1522–1529.
[13] Вашковский А.В., Мурмужев Б.А. // Письма в ЖЭТФ 1970. Т. 11. № 4. С. 215–219.
[14] Вендик О.Г., Калиникос Б.А., Чарторижский Д.Н. // ФТТ. 1974. Т. 16. № 9. С. 2757–2759.
[15] Звездин А.К., Попков А.Ф. // ЖЭТФ. 1983. Т. 84. № 2. С. 606–615.
[16] Калиникос Б.А., Ковшиков Н.Г., Славин А.Н. // Письма в ЖЭТФ. 1983. Т. 38. № 7. С. 343–347.
[17] Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спиновые волны. М.: Наука, 1967. 368 с.
[18] Горенцвейг В.И., Кившарь Ю.С., Косевич А.М., Сыркин В.С. // ФНТ. 1990. Т. 16. № 11. С. 1472–1482.
[19] Агранович В.М., Бабиченко В.С., Черняк В.Я. // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 32. № 8. С. 532–535.
[20] Maradudin A.A. // Z. Phys. V. B41. N 4. P. 341–344.
[21] Mozhaev V.G. // Phys. Lett. 1989. V. 139. N 7. P. 333–337.

Институт радиотехники и электроники РАН
Фрязино
Московская обл.

Поступило в Редакцию
12 августа 1992 г.