

04

Об эффективности излучения столба плазмы в условиях импульсно-периодического разряда высокого давления в цезии

© Ф.Г. Бакшт, В.Ф. Лапшин

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург
Петербургский государственный университет путей сообщения,
Санкт-Петербург
E-mail: baksht@mail.ioffe.ru, lapshinvf@mail.ru

Поступило в Редакцию 29 апреля 2013 г.

Методом прямого интегрирования уравнения переноса излучения рассчитаны спектральные потоки энергии, выходящие с поверхности столба аксиально-симметричной неоднородной цезиевой плазмы высокого давления. Показано, что при заданном значении температуры плазмы на оси, независимо от механизма образования излучения и радиального распределения параметров плазмы, максимальные потоки энергии излучения возникают при условии, что радиальная оптическая толщина столба плазмы τ_R близка к единице. Найдено асимптотическое значение величины τ_R , при которой излучение столба разряда составляет наибольшую долю от планковского излучения.

Газоразрядная плазма широко используется в качестве источника ультрафиолетового, видимого и инфракрасного излучения. Важной задачей при разработке таких источников является проблема повышения их энергоэффективности. Решение этой задачи фактически сводится к оптимизации параметров плазмы с целью получения максимально возможных потоков излучаемой энергии при заданной мощности устройства. В данной работе рассмотрение вопроса об эффективности излучения столба плазмы проводится на примере плазмы импульсно-периодического разряда (ИПР) высокого давления в цезии, что связано с возможностью его использования для создания энергоэффективного источника света [1,2]. Отметим, что расчету излучения газоразрядных источников высокого давления и оптимизации их работы посвящено большое число работ (см., например, [1,3,4] и ссылки в них), однако

вопрос об общей взаимосвязи спектрального потока энергии и оптической плотности ограниченной лабораторной плазмы ранее отдельно не рассматривался.

В плазме дуги высокого давления, благодаря большой скорости столкновительных процессов, электронная компонента находится в состоянии локального термодинамического равновесия (ЛТР). Это означает, что имеют место распределение Максвелла и соотношения Саха–Больцмана, выполняющиеся при температуре электронов T_e . Отметим, что температуры электронов T_e и тяжелых частиц T_h могут, вообще говоря, отличаться друг от друга. При этом радиационные характеристики плазмы зависят главным образом от температуры электронов. Для плазмы, находящейся в условиях ЛТР, уравнение переноса излучения вдоль заданного направления Ω при отсутствии рассеяния света имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial s} I_\lambda = k'_\lambda (I_{\lambda P} - I_\lambda). \quad (1)$$

Здесь $I_\lambda = I_\lambda(r, \Omega)$ — спектральная интенсивность излучения с длиной волны λ ; r — радиальная координата; $I_{\lambda P} = 2hc^2\lambda^{-5} \times [\exp(hc/\lambda k_B T_e) - 1]^{-1}$ — равновесная (планковская) спектральная интенсивность; $T_e = T_e(r)$ — температура электронов; s — координата вдоль светового луча; $k'_\lambda(r)$ — коэффициент поглощения плазмы с учетом свободно-свободных (ff), связанно-свободных (bf) и связанно-связанных (bb) переходов электронов и с учетом поправки на вынужденное излучение:

$$k'_\lambda = (k_\lambda^{(ff)} + k_\lambda^{(bf)} + k_\lambda^{(bb)}) [1 - \exp(-hc/\lambda k_B T_e)].$$

В правой части (1) интенсивность излучения заменена своим равновесным значением $I_{\lambda P}(T_e)$ в соответствии с принципом детального равновесия. Подробное описание расчета k'_λ в цезиевой плазме приведено в [1]. Решение (1) может быть записано в интегральной форме

$$I_\lambda(r, \psi, \theta) = \int_0^{l_w} k'_\lambda I_{\lambda P} \exp\left(-\int_0^l k'_\lambda(l') \frac{dl'}{\cos \psi}\right) \frac{dl}{\cos \psi}. \quad (2)$$

Здесь углы ψ и θ задают направление луча Ω (рис. 1), $l_w = AC = AB \cos \psi$, $l_w = l_w(\theta) = 2R \cos \theta$, R — радиус плазменного столба.

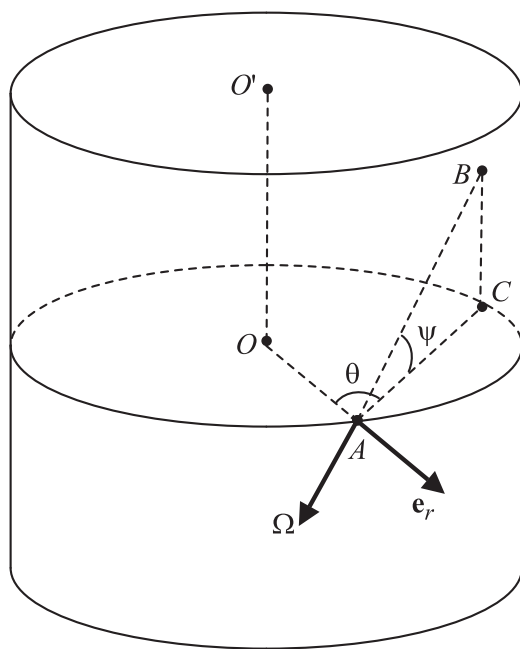


Рис. 1. Геометрия задачи: Ω — единичный вектор в направлении распространения излучения; \mathbf{e}_r — единичный вектор в радиальном направлении.

Используя (2), радиальную спектральную плотность потока энергии излучения F_λ , выходящего с поверхности столба плазмы, можно записать в виде

$$F_\lambda = \int_{(2\pi)} (\Omega \mathbf{e}_r) I_\lambda d\Omega$$

$$= 4 \int_0^{\pi/2} d\theta \cos \theta \int_0^{\pi/2} d\psi \cos \psi \cos \psi \int_0^{l_w} k'_\lambda \exp\left(-\int_0^l k'_\lambda \frac{dl'}{\cos \psi}\right) dl, \quad (3)$$

где \mathbf{e}_r — вектор единичной длины, задающей направление нормали к поверхности. Для сокращения объема вычислений введем новую

переменную τ и специальные функции $G_n(\tau)$, определяемые соотношениями

$$\tau = \int_0^l k'_\lambda(l') dl' \quad \text{и} \quad G_n(\tau) = \int_0^{\pi/2} d\psi \cos^n \psi \exp\left(-\frac{\tau}{\cos \psi}\right), \quad n \geq 0.$$

Теперь (3) принимает вид

$$F_\lambda = 4 \int_0^{\pi/2} d\theta \cos \theta \int_0^{\tau_W} G_1 I_{\lambda P} d\tau = \varphi_\lambda F_{\lambda P}(T_0). \quad (4)$$

Здесь $F_{\lambda P}(T_0) = \pi I_{\lambda P}(T_0)$ — спектральный поток энергии с поверхности черного тела с температурой $T_0 = T_e(0)$, равной температуре электронов на оси столба, $\tau_W = \tau(l_W)$ — оптическая плотность плазмы вдоль отрезка длиной l_W в сечении столба дуги, перпендикулярном оси разряда. Кроме того, в (4) введены вспомогательные функции

$$\varphi_\lambda = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} d\theta \cos \theta \int_0^{\tau_W/2} [G_1(\tau) + G_1(\tau_W - \tau)] f(\tau) d\tau, \quad (5)$$

где $f(\tau) = (\exp(A_0) - 1)/(\exp(A(\tau)) - 1)$, $A_0 = hc/(\lambda k_B T_0)$, $A(\tau) = hc/(\lambda k_B T_e(\tau))$. Спектральная функция φ_λ показывает, какую долю составляет излучение столба плазмы от излучения черного тела с температурой T_0 .

Зависимость F_λ от абсолютного значения температуры плазмы и, прежде всего, от значения температуры на оси разряда T_0 , как видно из (4), сосредоточена в множителе $F_{\lambda P}(T_0)$. Спектральная функция φ_λ определяет зависимость потока F_λ от распределения параметров плазмы по радиусу столба и от его радиальной оптической толщины

$$\tau_R = \int_0^R k'_\lambda(r) dr.$$

Оценим значение τ_R , при котором спектральная функция φ_λ максимальна. Это значение определяется из условия

$$\frac{\partial \varphi_\lambda}{\partial \tau_R} = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} \cos \theta \frac{\partial \tau_W}{\partial \tau_R} \left[f(\tau_W/2) G_1(\tau_W/2) - \int_0^{\tau_W/2} G_0(\tau_W - \tau) f(\tau) d\tau \right] d\theta = 0. \quad (6)$$

В неоднородной по радиусу плазме газового разряда температура электронов T_0 на оси существенно выше, чем температура $T_W = T_e(R)$ вблизи поверхности плазменного столба. Поскольку $f(\tau_W/2) \sim 1$, а $f(0) \sim \exp[-(A_W - A_0)] \ll 1$ (здесь $A_W = hc/(\lambda k_B T_W)$), то при интегрировании в (6) основной вклад вносит приосевая область, где $\theta \sim 0$ и $\tau \sim \tau_W/2 \sim \tau_R$. В результате условие (6) приобретает вид

$$G_1(\tau_R) = \int_0^{\tau_R} G_0(2\tau_R - \tau) f(\tau) d\tau. \quad (7)$$

Наличие большого параметра $\xi = A_W - A_0$ в подынтегральной функции $f(\tau)$ позволяет получить асимптотическое приближение для интеграла в (7) методом Лапласа [5]. После соответствующих вычислений уравнение (7) преобразуется к виду

$$G_1(\tau_R) = \frac{1}{2} \tau_R G_0(\tau_R) \gamma \left[1 + Q \left(\frac{1}{\xi} \right) \right]. \quad (8)$$

Здесь

$$\gamma = \frac{k'_\lambda(0)R}{\tau_R} \sqrt{\frac{2\pi}{A_0} \left| \frac{T_0/R^2}{\partial^2 T / \partial r^2} \right|_{r=0}}.$$

Отметим, что величина γ относительно слабо зависит от радиального распределения параметров плазмы и приближенно $\gamma \approx (2\pi/A_0)^{1/2}$. В этом случае решение (8) может быть найдено численно и аппроксимируется простым выражением $\tau_R \approx 1.7/\gamma$. Теперь получаем асимптотическое значение τ_R , при котором достигает максимума спектральная

функция φ_λ :

$$\tau_R \approx 1.7 \sqrt{\frac{1}{2\pi} \frac{hc/\lambda}{kT_0}}. \quad (9)$$

В работе выполнены расчеты спектрального потока энергии F_λ , выходящего из столба цезиевой плазмы радиусом $R = 2.5$ мм, для серии модельных профилей температуры

$$T_e(x) = T_{10} - (T_{10} - T_w)x^3 + T_{20} [1 - (1 - \exp(-\alpha x^2))/(1 - \exp(-\alpha)) + x^2(1 - x^{12})/10\alpha]$$

при значениях $T_{10} = 2700$ К, $T_{20} = 3300$ К и $T_w = 1500$ К и $T_w = 1500$ К (здесь $x = r/R$ — безразмерная радиальная переменная). Выбранные профили температуры соответствуют различной степени заполнения газоразрядного столба (рис. 2, *a*) горячей плазмой. Подобные профили реализуются, например, в импульсно-периодическом разряде высокого давления в цезии [1,2] и в натрии [6], при пропускании импульса тока через слабоионизованную плазму дежурного разряда. Для изменения радиальной оптической толщины столба τ_R при заданном профиле температуры изменялось давление плазмы в диапазоне 0.01–10 бар. Значения спектральных функций $\varphi_\lambda = F_\lambda/F_{\lambda P}(T_0)$ находились методом прямого численного интегрирования соотношения (5). При вычислениях k'_λ полагалось $T_e = T_h$ (см., например, [7]).

Результаты расчетов зависимости φ_λ от радиальной оптической толщины разряда τ_R для различных радиальных профилей температуры приведены на рис. 2, *b, c* и рис. 3. На рис. 2, *b* и *c* приведены результаты расчетов для двух значений длин волн: $\lambda_1 = 530$ нм и $\lambda_2 = 996$ нм соответственно. Излучение с длиной волны λ_1 формируется практически полностью, за счет фоторекомбинации в состоянии 6P атома цезия. Излучение на длине волны λ_2 , главным образом, формируется за счет перехода 4F–5D в атоме цезия. Как видно из рисунка, максимальное значение потока энергии излучения, генерируемого столбом плазмы, при любом радиальном распределении температуры $T_e(r)$ и при любом механизме излучения достигается при условии $\tau_R \approx 1$. При этом величина выходящего потока энергии сильно зависит от вида этого распределения: значения φ_λ быстро возрастают по мере увеличения степени заполнения газоразрядного столба горячей плазмой. Вертикальные

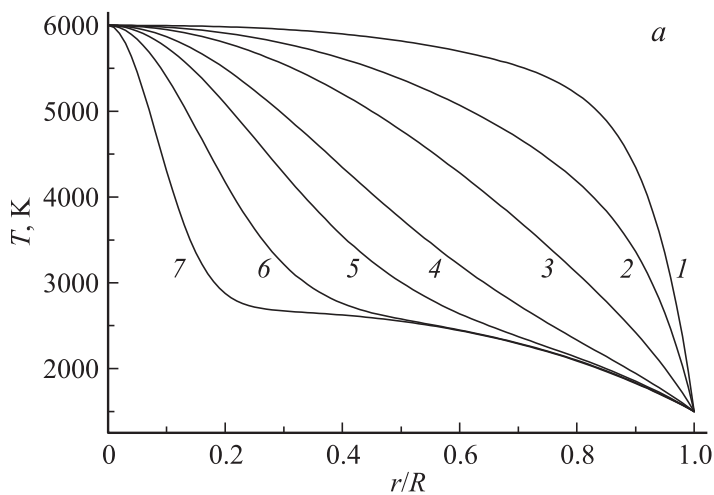


Рис. 2. *a* — модельные профили температуры плазмы при различных значениях параметра α ; *b* и *c* — зависимости спектральных функций φ_λ от радиальной оптической толщины τ_R столба плазмы для значений длин волн $\lambda = 530$ nm (*b*) и $\lambda = 996$ nm (*c*). Расчеты выполнены для профилей температуры со значениями параметра α : 1 — 0.1, 2 — 0.2, 3 — 1.0, 4 — 4.0, 5 — 8.0, 6 — 20, 7 — 72, 8 — φ_λ для однородного столба плазмы с температурой T_0 .

пунктирные линии на рис. 2, *a* и *b* указывают значения $\tau_{R1} = 1.44$ и $\tau_{R2} = 1.04$, рассчитанные по формуле (9) для длин волн λ_1 и λ_2 . Как видно, асимптотическая оценка τ_R хорошо соответствует расчетным положениям максимумов φ_λ .

На рис. 3 приведена зависимость φ_λ от τ_R при различных значениях температуры плазмы T_0 на оси столба. При изменении температуры T_0 (в указанном выше модельном профиле $T_0 = T_{10} + T_{20}$) использовалось значение $T_{10} = 2700$ K, а величина T_{20} изменялась в интервале от 800 до 6300 K. Расчеты выполнены для длины волны $\lambda_1 = 530$ nm и значения параметра $\alpha = 0.2$, при котором горячая плазма заполняет большую часть газоразрядного столба (рис. 2, *a*). Как видно из рис. 3, максимальные значения при всех температурах плазмы достигаются при $\tau_R \approx 1$. Отметим также, что сами значения φ_λ слабо зависят от температуры горячей плазмы T_0 .

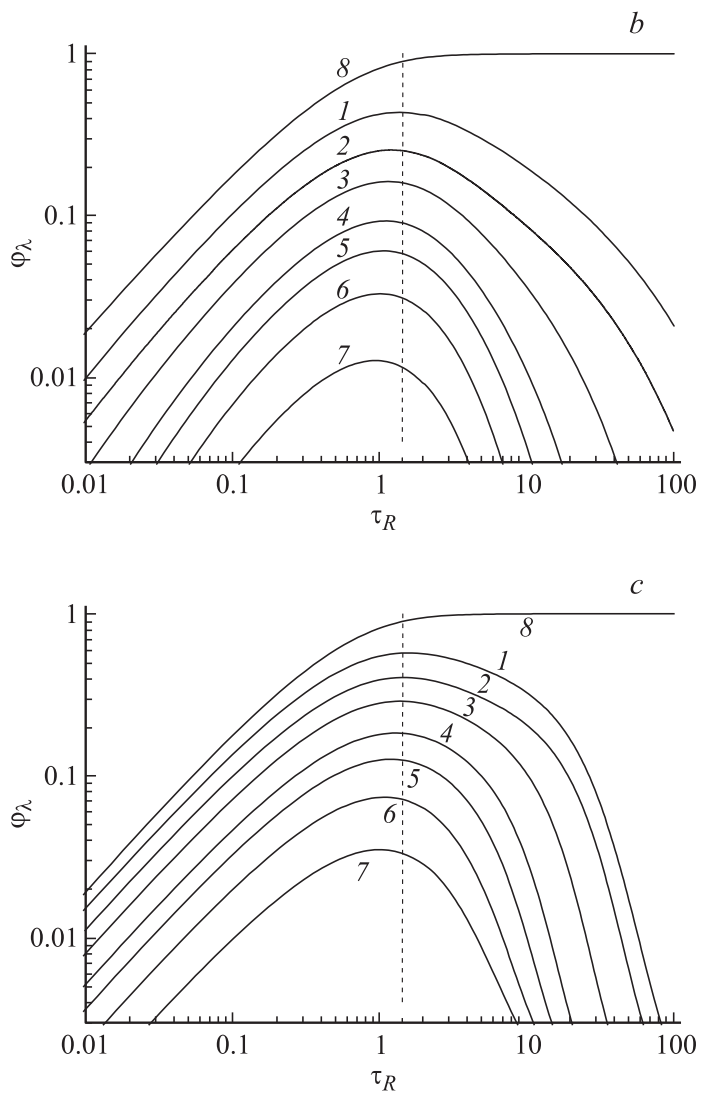


Рис. 2 (продолжение).

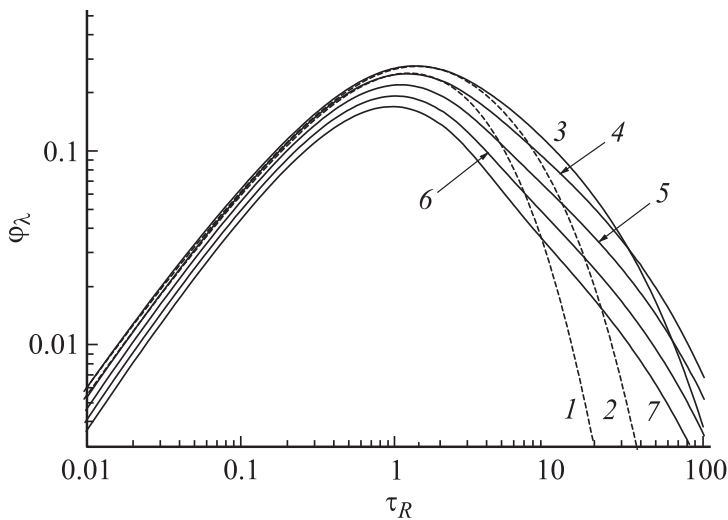


Рис. 3. Зависимость спектральных функций φ_λ от радиальной оптической толщины τ_R столба плазмы для значения длины волны $\lambda = 530$ nm при различных значениях температуры T_0 на оси: 1 — 3500 К, 2 — 4000 К, 3 — 5000 К, 4 — 6000 К, 5 — 7000 К, 6 — 8000 К, 7 — 9000 К.

Таким образом, в данной работе методом прямого интегрирования уравнения переноса излучения рассчитан спектральный поток энергии F_λ , выходящий с поверхности столба ЛТР плазмы высокого давления. Показано, что спектральный поток может быть представлен в виде $F_\lambda = \varphi_\lambda F_{\lambda P}(T_0)$. Причем зависимость F_λ от температуры плазмы T_0 на оси столба определяется планковским множителем $F_{\lambda P}(T_0)$, а значения φ_λ зависят от степени заполнения газоразрядного столба горячей плазмой и его радиальной оптической толщины τ_R . Расчеты, выполненные в условиях, характерных для ИПР высокого давления в цезии, показали, что величина φ_λ быстро возрастает по мере заполнения газоразрядного столба горячей плазмой. Максимальные значения φ_λ при этом всегда достигаются при $\tau_R \approx 1$. Для значений τ_R , соответствующих максимуму φ_λ , получена асимптотическая оценка. Результаты работы могут быть использованы при разработке источников излучения на основе газоразрядной плазмы высокого давления.

Список литературы

- [1] *Baksht F.G., Lapshin V.F.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2008. V. 41. P. 205 201.
- [2] *Бакшт Ф.Г., Каплан В.Б., Лапшин В.Ф., Марциновский А.М.* // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. В. 23. С. 17.
- [3] *Nordborg H., Iordanidis A.A.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2008. V. 41. P. 135 205.
- [4] *Randrianandraina H.Z., Cressault Y., Gleizes A.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2011. V. 44. P. 194012.
- [5] *Федорюк М.В.* Асимптотика: Интегралы и ряды. М.: Наука, 1987.
- [6] *Бакшт Ф.Г., Лапшин В.Ф.* // ЖТФ. 1996. Т. 66. В. 11. С. 170.
- [7] *Бакшт Ф.Г., Лапшин В.Ф.* // Прикладная физика. 2008. № 6. С. 43.