

01

Сила притяжения, тормозящий момент и нагрев сферической частицы, вращающейся в ближнем электромагнитном поле нагретой поверхности

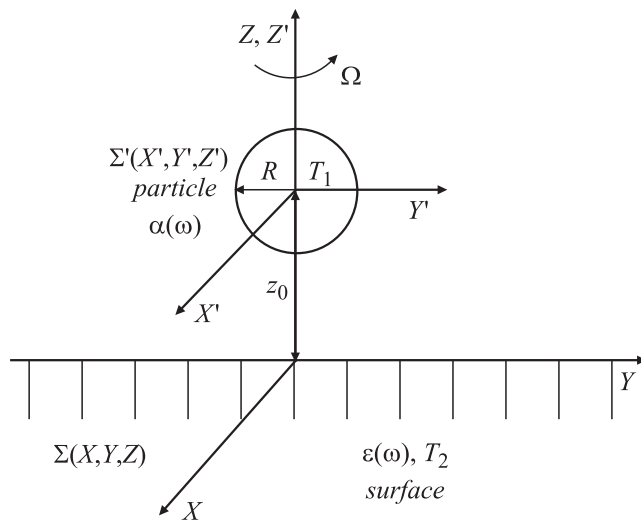
© Г.В. Дедков, А.А. Кясов

Кабардино-Балкарский государственный университет, Нальчик
E-mail: gv_dedkov@mail.ru

Поступило в Редакцию 4 октября 2012 г.

Впервые рассчитываются сила притяжения, тормозящий момент и скорость нагрева малой сферической частицы, вращающейся с постоянной угловой скоростью вблизи нагретой поверхности, обусловленные флуктуационно-электромагнитным взаимодействием. Получены замкнутые формулы для этих величин. Показано, что время остановки частицы при вращении в ближнем поле поверхности значительно меньше, чем время остановки при вращении в вакууме.

Флуктуационно-электромагнитное взаимодействие движущихся частиц с поверхностями конденсированных тел является предметом неослабевающего интереса исследователей, демонстрирующим множество интересных особенностей по сравнению с взаимодействием покоящихся тел. В частности, острую длительную дискуссию вызывает природа бесконтактного (вакуумного) трения между телами, находящимися в относительном движении [1–5]. Авторы [6] недавно рассчитали тормозящий момент, действующий на малую частицу, вращающуюся с угловой скоростью Ω в вакуумном фоне, заполненном равновесным электромагнитным излучением с некоторой температурой, отличающейся от температуры частицы. Близким по смыслу эффектом является торможение и теплообмен частицы с вакуумным фоном при поступательном движении частицы с постоянной скоростью [7,8], при котором сдвиг частоты флуктуационного электромагнитного поля обусловлен эффектом Доплера. В отличие от этого вращение частицы приводит



Постановка задачи и используемые декартовы системы координат.

к появлению частотных сдвигов поля на величину $\pm\Omega$. Вследствие этого притяжение (силы Ван-дер-Ваальса–Казимира), торможение и радиационный теплообмен, обусловленные флуктуационным электромагнитным взаимодействием между вращающимися телами, должны отличаться от таковых для покоящихся тел. Целью данной работы является расчет тормозящего момента, силы притяжения и скорости нагрева (охлаждения) малой сферической частицы при ее вращении в ближнем электромагнитном поле поверхности пластины.

Постановка задачи и декартовы системы координат Σ и Σ' , связанные с пластиной и частицей, показаны на рисунке. Сферическая частица радиусом R предполагается однородной и изотропной. Она имеет температуру T_1 и находится на расстоянии z_0 от поверхности нагретой пластины с температурой T_2 , вращаясь с угловой скоростью Ω относительно оси z системы Σ . Частица может рассматриваться как точечный флуктуирующий нерелятивистский диполь при выполнении условий

$$R \ll \min \left\{ \frac{2\pi c}{\omega_0}, \frac{2\pi c}{\Omega}, \frac{2\pi \hbar c}{k_B T_1}, \frac{2\pi \hbar c}{k_B T_2} \right\}, R \ll z_0,$$

где ω_0 — характерная частота спектра поглощения частицы, а c , \hbar , k_B — скорость света и постоянные Планка и Больцмана. Флуктуационно-электромагнитное взаимодействие частицы с поверхностью приводит к появлению силы притяжения F_z , скорости нагрева (охлаждения) частицы \dot{Q} и тормозящего момента M_z , которые можно записать в виде

$$F_z = \langle \partial_z (\mathbf{d}^{sp} \mathbf{E}^{in}) \rangle + \langle \partial_z (\mathbf{d}^{in} \mathbf{E}^{sp}) \rangle, \quad (1)$$

$$\dot{Q} = \langle \dot{\mathbf{d}}^{sp} \mathbf{E}^{in} \rangle + \langle \dot{\mathbf{d}}^{in} \mathbf{E}^{sp} \rangle, \quad (2)$$

$$M_z = \langle [\mathbf{dE}]_z \rangle = \langle [\mathbf{d}^{sp} \mathbf{E}^{in}]_z \rangle + \langle [\mathbf{d}^{in} \mathbf{E}^{sp}]_z \rangle = M_z^{(1)} + M_z^{(2)}. \quad (3)$$

Скобки $\langle \dots \rangle$ в (1)–(3) означают квантостатистическое усреднение, а индексы „sp“, „in“ у операторов дипольного момента \mathbf{d} и электрического поля \mathbf{E} обозначают спонтанные и индуцированные величины, заданные в системе отсчета Σ , связанной с неподвижной пластиной. Все они рассчитываются в рамках формализма флуктуационной электродинамики, впервые развитого нами в [9]. Более полное изложение этих результатов дано в [10] (нерелятивистская теория) и в [2] (релятивистская теория). Согласно нашему методу, независимыми источниками электромагнитных флуктуаций в рассматриваемой системе являются спонтанный дипольный момент частицы и спонтанное электрическое поле поверхности, учитываемые в уравнениях Максвелла. Операторы \mathbf{d} и \mathbf{E} разлагаются в частотные интегралы Фурье и берутся в точке локализации частицы $\mathbf{r}_0 = (0, 0, z_0)$. Вычисление возникающих в ходе расчета корреляторов дипольного момента и электрического поля поверхности связано с необходимостью преобразования векторных величин \mathbf{A} , заданных в системе Σ , к величинам \mathbf{A}' , заданным в системе Σ' , и наоборот, которые выполняются с помощью матрицы поворота

$$B = \begin{pmatrix} \cos \Omega t & -\sin \Omega t & 0 \\ \sin \Omega t & \cos \Omega t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Учитывая (4), связь между соответствующими величинами дается уравнениями $\mathbf{A}' = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}$ и $\mathbf{A} = \mathbf{B} \mathbf{A}'$. Опуская детали вычислений, приведем

конечные формулы для F_z , \dot{Q} , M_z :

$$F_z = -\frac{3\hbar}{16\pi z_0^4} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \left\{ \Delta'(\omega)\alpha''(\omega)\coth\frac{\hbar\omega}{2k_B T_1} + \Delta''(\omega)\alpha'(\omega)\coth\frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \right. \\ \left. + \Delta'(\omega)\alpha''(\omega^+)\coth\frac{\hbar\omega}{2k_B T_1} + \Delta''(\omega)\alpha'(\omega^+)\coth\frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \right\}, \quad (5)$$

$$\dot{Q} = \frac{\hbar}{8\pi z_0^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \omega \left\{ \Delta''(\omega)\alpha''(\omega) \left[\coth\frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth\frac{\hbar\omega}{2k_B T_1} \right] \right. \\ \left. + \Delta''(\omega)\alpha''(\omega^+) \left[\coth\frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} - \coth\frac{\hbar\omega^+}{2k_B T_1} \right] \right\}, \quad (6)$$

$$M_z = \frac{\hbar}{4\pi z_0^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \Delta''(\omega)\alpha''(\omega^+) \left[\coth\frac{\hbar\omega^+}{2k_B T_1} - \coth\frac{\hbar\omega}{2k_B T_2} \right], \quad (7)$$

где $\Delta(\omega) = \frac{\varepsilon(\omega)-1}{\varepsilon(\omega)+1}$, $\alpha(\omega)$ и $\varepsilon(\omega)$ — поляризуемость частицы и диэлектрическая проницаемость пластины, одним и двумя штрихами обозначены соответствующие вещественные и мнимые компоненты этих функций, $\omega^+ = \omega + \Omega$.

Нетрудно показать, что при $\Omega = 0$ (т.е. в статическом случае), формулы (5) и (6) переходят в хорошо известные формулы для силы Ван-дер-Ваальса и скорости теплообмена для частицы, покоящейся вблизи поверхности [10], а из формулы (7) при $\Omega = 0$ вытекает естественный результат $M_z = 0$.

Представляет интерес сравнить время остановки вращения и поступательного движения частицы вблизи поверхности. При одинаковых температурах частицы и поверхности $T_1 = T_2 = T$ в линейном приближении по угловой скорости Ω из (7) следует

$$M_z = -\frac{\hbar\Omega}{2\pi z_0^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \Delta''(\omega)\alpha''(\omega) \left(-\frac{\partial}{\partial\omega} \right) \coth\frac{\hbar\omega}{2k_B T}. \quad (8)$$

В этом же приближении при движении частицы с постоянной скоростью V параллельно поверхности имеем [10]

$$F_x = -\frac{3\hbar V}{4\pi z_0^5} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \Delta''(\omega) \alpha''(\omega) \left(-\frac{\partial}{\partial \omega} \right) \coth \frac{\hbar \omega}{2k_B T}. \quad (9)$$

Используя (8), (9) и 2-й закон Ньютона, для соответствующего времени уменьшения Ω и V в e раз получим $\tau_\Omega = \frac{4\pi}{5\hbar J} m R^2 z_0^3$ и $\tau_V = \frac{4\pi}{3\hbar J} m z_0^5$, где m и R — масса и радиус частицы, а J обозначает частотный интеграл в (8) и (9). Здесь также учтено, что момент инерции сферической частицы равен $2mR^2/5$. Из полученных выражений следует

$$\frac{\tau_\Omega}{\tau_V} = \frac{3}{5} \left(\frac{R}{z_0} \right)^2.$$

Поскольку $R \ll z_0$, это означает что $\tau_\Omega/\tau_V \ll 1$, т.е. время остановки вращения значительно меньше времени остановки поступательного движения.

Далее, сравним τ_Ω для частицы вблизи поверхности с аналогичной величиной при вращении в вакууме (в изотермическом случае). Выражение для тормозящего момента в вакууме было получено в [6] и в наших обозначениях имеет вид

$$M_z^{(vac)} = -\frac{2\hbar \Omega}{3\pi c^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \omega^3 \Delta''(\omega) \alpha''(\omega) \left(-\frac{\partial}{\partial \omega} \right) \coth \frac{\hbar \omega}{2k_B T}. \quad (10)$$

Используя (10), получим $\tau_\Omega^{(vac)} = \frac{6\pi}{5\hbar J_{vac}} m R^2 c^3$, где J_{vac} обозначает интеграл в (10). С учетом этого $\tau_\Omega/\tau_\Omega^{(vac)} = \frac{2}{3} \frac{J_{vac}}{J} \left(\frac{z_0}{c} \right)^3$. Сравнивая структуру интегралов J_{vac} и J , видно, что $J_{vac}/J \propto (k_B T/\hbar)^3 = \omega_W^3$ (где ω_W — частота Вина). Следовательно, с точностью до численного фактора 1–10 будем иметь $\tau_\Omega/\tau_\Omega^{(vac)} \approx (\omega_W z_0/c)^3$. При комнатной температуре и $z_0 = 100$ nm, например, $\tau_\Omega/\tau_\Omega^{(vac)} \approx 2 \cdot 10^{-6}$.

Таким образом, время торможения вращающихся частиц вблизи поверхности значительно меньше времени торможения при поступательном движении вблизи поверхности и при вращении в вакууме независимо от материальных свойств. Для металлических частиц доминирующий вклад в (10) будет давать магнитная поляризуемость

частицы [6], превышающая на один-два порядка величины вклад электрической поляризуемости. Однако соотношение $\tau_{\Omega}/\tau_{\Omega}^{(vac)} \ll 1$ и в этом случае остается в силе.

Список литературы

- [1] *Milton K.A.* // Am. J. Phys. 2011. V. 79. P. 697–711.
- [2] *Dedkov G.V., Kyasov A.A.* // J. Phys. 2008. V. 20. N 35. P. 354006 (1–10); Surf. Sci. 2010. V. 604. P. 561–566; Solid State. 2009. V. 51. P. 3–27; arXiv: 1112.5619.
- [3] *Philbin T.G., Leonhardt U.* // New J. Phys. 2009. V. 11. P. 033 035 (1–17); ibid. 2010. V. 12. P. 068 001 (1–4).
- [4] *Pendry J.B.* // New J. Phys. 2010. V. 12. P. 033 028 (1–7); ibid. 2010. V. 12. P. 068 0021 (1–2).
- [5] *Hoye J.S., Brevik I.* // Eur. Phys. J. 2012. V. D66. P. 149 (1–5); arXiv: 111. 4858; arXiv: 1201.3830.
- [6] *Manjavacas A., Garcia de Abajo F.G.* // Phys. Rev. 2010. V. A82. P. 063 827 (1–10).
- [7] *Mkrtchian V., Parsegian V.A., Podgornik R., Saslov W.M.* // Phys. Lett. 2003. V. 91. P. 220 801 (1–4).
- [8] *Dedkov G.V., Kyasov A.A.* // Phys. Lett. 2005. V. A339. P. 212–216.
- [9] *Dedkov G.V., Kyasov A.A.* // Phys. Lett. 1999. V. A259. P. 38–42; Surf. Sci. 2000. V. 463. P. 11–21.
- [10] *Dedkov G.V., Kyasov A.A.* // Phys. Solid State. 2002. V. 44. P. 1729–1755; Phys. Low-Dim. Struct. 2003. V. 1/2. P. 1–86.