01

Влияние немарковской релаксации на солитон самоиндуцированной прозрачности

© *Г.Т. Адамашвили*

Грузинский технический университет, Тбилиси, Грузия
E-mail: gadama@parliament.ge

Поступило в Редакцию 10 февраля 2011 г.

Рассмотрено влияние немарковской поперечной релаксации на нелинейную оптическую волну, которая формируется в условиях явления самоиндуцированной прозрачности. С помощью теории возмущений, развитой на базе метода обратной задачи и формализма функций памяти, получены явные аналитические выражения для параметров (2π-импульса) солитона. Показано, что учет эффектов памяти приводит к качественно новым результатам по сравнению с теорией Мак-Колла и Хана и другими.

Резонансные солитоны образуются в условиях нелинейного когерентного взаимодействия оптического импульса с содержащимися в среде резонансными оптически активными примесными атомами, когда выполняются условия самоиндуцированной прозрачности (СИП): $\Theta > \pi$, $T \ll T_{1,2}$, $\omega T \gg 1$, где T, ω и Θ — длительность, частота и площадь огибающей напряженности электрического поля импульса, T_1 и T_2 — времена продольной и поперечной релаксаций примесных атомов [1]. При теоретическом исследовании некоторые особенности СИП можно получить, используя модель, в которой времена необратимой релаксации считаются неограниченно большими [1–4]. Однако в реальных физических системах релаксационные эффекты конечны и существенно влияют на процесс распространения солитона. Последовательный учет влияния релаксационных эффектов на солитон СИП был проведен с помощью теории возмущений, развитой на базе метода обратной задачи (МОЗ) [5,6]. В этих работах, исходя из уравнений Блоха–Максвелла, было исследовано влияние релаксационных эффектов на СИП и вычислены изменения параметров солитона, вызванные релаксацией. Однако известно, что уравнения Блоха для компонент поляризации примесных атомов справедливы в газах, но неприменимы к твердым телам (см., например, [7] и цитированные там работы). Поэтому при исследовании эффектов поперечной релаксации в твердых телах пользуются уравнениями Блоха с памятью. В работе [7], используя формализм функции памяти для уравнений Блоха, было рассмотрено влияние немарковской релаксации на амплитуду и частоту солитона СИП.

В данной работе рассматривается вопрос о влиянии немарковской релаксации на фазу и скорость (задержку в среде) солитона СИП. При этом будем исходить из уравнений Блоха с памятью и используем теорию возмущений, развитую на базе МОЗ.

В качестве простой модели, позволяющей исследовать влияние немарковской поперечной релаксации на скорость и фазу солитона СИП, рассмотрим кристалл, содержащий малую концентрацию примесных оптически активных двухуровневых атомов. Предположим, что оптический импульс плоской волны линейной поляризации с длительностью T, частотой $\omega \gg T^{-1}$, волновым вектором $\mathbf{k}$ распространяется вдоль оси z. Напряженность электрического поля импульса $\mathbf{E}(z,t) = \mathbf{e}(\hat{E}e^{i(kz-\omega t)} + c.c)$, где $\mathbf{e}$ — единичный вектор поляризации, направленный вдоль оси x, $\hat{E}$ — медленная огибающая напряженности электрического поля импульса.

При исследовании влияния релаксационных эффектов на солитон СИП используем теорию возмущений, развитую на базе МОЗ. Этот метод основан на использовании вспомогательной спектральной задачи Захарова–Шабата для функций v_1 и v_2 [5–8]:

$$\frac{\partial v_1}{\partial \tau} + i\xi v_1 = q v_2, \qquad \frac{\partial v_2}{\partial \tau} - i\xi v_2 = r v_1, \tag{1}$$

где ξ — спектральный параметр, в общем случае комплексный, который может принимать как дискретные, так и непрерывные значения, $r = -\frac{\mu_{12}}{\hbar}\hat{E}$, $q = \frac{\mu_{12}}{\hbar}\hat{E}^*$, $r = -q^*$, $\tau = t - \frac{n}{c}z$, μ_{12} — дипольный момент перехода в примесных атомах, $\hbar$ — постоянная Планка, n — коэффициент отражения, c — скорость света в вакууме.

Уравнения Захарова–Шабата имеют две пары линейно независимых решений: первая пара

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}, \quad \bar{\Phi} = \begin{pmatrix} \phi_2^* \\ -\phi_1^* \end{pmatrix},$$

удовлетворяют следующим асимптотическим условиям при $\tau \to -\infty$:

$$\Phi \to \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-i\xi\tau}, \quad \bar{\Phi} \to \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} e^{i\xi\tau}.$$

Из асимптотических условий при $\tau \to +\infty$:

$$\Phi = \begin{pmatrix} ae^{-i\xi\tau} \\ be^{i\xi\tau} \end{pmatrix}, \quad \bar{\Phi} = \begin{pmatrix} b^* e^{-i\xi\tau} \\ -a^* e^{i\xi\tau} \end{pmatrix},$$

определяют коэффициенты перехода, которые для вещественных значений параметра ξ удовлетворяют соотношению $|a|^2 + |b|^2 = 1$ [8]. Эти величины определяют связь между функциями и второй парой $\Psi(\Psi_1, \Psi_2)$ и $\bar{\Psi}(\underline{\Psi}_2^*, -\underline{\Psi}_1^*)$ линейно независимых решений уравнений (1), $\Phi = a\bar{\Psi} + b\Psi$, $\bar{\Phi} = b^*\bar{\Psi} - a^*\Psi$.

Функцию $a(\xi)$ можно аналитически продолжить в верхнюю полуплоскость ξ. Ее нули $a(\xi_i) = 0$ $(i = 1, 2, \dots, N)$ совпадают с дискретным спектром вспомогательной спектральной задачи (1). Для этих значений ξ имеем $\Phi(\xi_i) = b(\xi_i)\psi(\xi_i)$.

Совокупность значений спектрального параметра ξ_i и коэффициентов перехода дискрентного спектра $b(\xi_i)$, $b^*(\xi_i^*)$ образуют полный набор дискретного спектра данных рассеяния. В дальнейшем ограничимся рассмотрением односолитонной ситуации, когда $i = 1$ и $\xi_1 = \xi + i\eta$.

Рассматривая функцию памяти в форме $K(t) = M_2 e^{-\frac{N_2}{2}t^2}$ [7], из системы уравнений (1) получим оптические уравнения Блоха с памятью:

$$\frac{\partial \Lambda^+}{\partial \tau} = i\Delta\Lambda^+ - irW - \rho_T^+, \; \frac{\partial W}{\partial \tau} = 2i(r\Lambda^- + q\Lambda^+), \tag{2}$$

где

$$\Lambda^+ = i\mu_{12} n_0 \phi_1^*(\xi)\phi_2(\xi)\big|_{\xi=\Delta/2}, \quad \Lambda^- = (\Lambda^+)^*,$$

$$W = \mu_{12} n_0 (|\phi_2(\xi)|^2 - |\phi_1(\xi)|^2\big|_{\xi=\Delta/2},$$

$$\rho_T^{\pm} = M_2 \int_{-\infty}^{\tau} \Lambda^{\pm} e^{\pm i\Delta(\tau - t')} e^{-\frac{N_2}{2}(\tau - t')^2} dt', \; N_2 = M_2 \left(\frac{M_4}{M_2^2} - 1\right), \; \Delta = \omega_0 - \omega,$$

n_0 и ω_0 — концентрация и частота возбуждения двухуровневых оптически активных примесных атомов, M_2 и M_4 — второй и четвертый моменты резонансной спектральной линии поглощения. В уравнениях (2) продольной релаксацией пренебрегаем ($T_1 \to \infty$).

Систему уравнений (2) следует дополнить уравнением поля

$$\frac{\partial r}{\partial z} = -\int\limits_{-\infty}^{\infty} \alpha_0(\Delta)\phi_1^*(\xi)\phi_2(\xi)\big|_{\xi=\Delta/2}\, d\Delta, \tag{3}$$

где $\alpha_0(\Delta) = \frac{2\pi n_0 \mu_{12}^2 \omega}{cn\hbar} g(\Delta)$, $g(\Delta)$ — нормированная функция неоднородного уширения спектральной линии.

Уравнения (2) и (3) являются уравнениями СИП с памятью, которые могут адекватно описать СИП в твердых телах.

Следует отметить, что МОЗ позволяет решить систему уравнений Блоха–Максвелла (2) и (3) при условии, когда релаксацией пренебрегаем ($\rho_T^{\pm} = 0$) [3]. Однако для учета релаксационных эффектов следует использовать теорию возмущений, развитую на базе МОЗ. Как уже упоминалось, для определенной части набора дискретного спектра данных рассеяния, в частности для амплитуды и частоты солитона, такая работа проведена в [7]. Определение задержки импульса в среде и фазы импульса СИП является целью данной работы.

Солитонное решение для уравнений СИП (2) и (3) имеет вид [5,7]:

$$\hat{E} = \frac{2\eta\hbar}{\mu_{12}} e^{i\beta} e^{-2i\xi\tau}\,\mathrm{sech}\big[2\eta(\tau - x_0)\big]. \tag{4}$$

Величины η, ξ, β и x_0 суть дискретный спектр данных рассеяния вспомогательной спектральной задачи Захарова–Шабата. Они определяют параметры солитона (4): величины $1/2\eta$, $\omega - 2\xi$, $\beta + 2\eta z/c$ и x_0 предствляют собой ширину, мгновенную частоту, фазу для данного значения z и задержку импульса соответственно. Задержка солитона (2π-импульса) в среде на длине L обусловлена различием скорости импульса в среде v и c и равна $x_0 = L/v - L/c$.

Эволюция дискретного спектра данных рассеяния определяется из уравнений:

$$\frac{\partial \xi}{\partial z} = \frac{M_2\pi^2}{16\eta^2}\left(1 - \frac{7N_2}{8\eta^2}\right) B_2, \tag{5}$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial z} = \frac{M_2\pi^2}{16\eta^2}\left[-A_1 + A_2 + (5A_1 - 7A_2)\frac{N_2}{8\eta^2}\right], \tag{6}$$

$$\frac{\partial\beta}{\partial z} = \frac{B_1}{8\pi\eta} - \frac{M_2}{8\eta^3}\Bigg[6.6B_2 - 9.8B_3 - 9.8\eta x_0 B_2 + (7.9B_2 + 68.4B_3 + 68.4\eta x_0 B_2)\frac{N_2}{8\eta^2}\Bigg], \tag{7}$$

$$\frac{\partial x_0}{\partial z} = \frac{A_1}{16\pi\eta^2} + \frac{M_2}{16\eta^4}\Bigg[-4.2A_1 - 6.6A_2 + 9.8A_3 + (48.2A_1 - 8A_2 - 68.4A_3 - 0.4\eta x_0 A_1 + 0.2\eta x_0 A_2)\frac{N_2}{8\eta^2}\Bigg], \tag{8}$$

где

$$A_n = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha_0(\Delta)}{[(\frac{\Delta - 2\xi_1}{2\eta_1})^2 + 1]^n} d\Delta, \quad B_n = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha_0(\Delta)\frac{\Delta-2\xi_1}{2\eta_1}}{[(\frac{\Delta - 2\xi_1}{2\eta_1})^2 + 1]} d\Delta, \quad n = 1, 2, 3.$$

Уравнения (5)–(8) существенно отличаются от соответствующих уравнений, полученных в условиях марковской релаксации [5]. Общее аналитическое решение этих уравнений является довольно сложной задачей, поэтому следует использовать некоторые упрощающие предположения. В частности, выражения A_n упрощаются при выполнении условия $\eta T_2^* \ll 1$; здесь T_2^* является мерой неоднородного уширения спектральной линии: $A_n = \frac{2\eta\alpha_0(2\xi)\pi(2n-2)!}{4^{n-1}[(n-1)!]^2}$, где $n = 1, 2, \ldots$. В этом случае уравненеия(5)–(8) упрощаются, и например, интересующее нас уравнение для задержки импульса в среде примет вид:

$$\frac{\partial x_0}{\partial z} = \left[\frac{1}{8\eta} + \frac{3M_2}{2\eta^3}\left(-1 + 4.9\frac{N_2}{8\eta^2}\right)\right]\alpha_0(2\xi). \tag{9}$$

Для решения этого уравнения необходимо использовать решение уравнения (6), для величины η, которое имеет вид:

$$\eta^2(z) + \frac{3N_2}{8}\log\left[\eta^2(z) - \frac{3N_2}{8}\right] = -\frac{M_2\pi^3}{8}\alpha_0(2\xi)z + \eta^2(0) + \frac{3N_2}{8}\log\left[\eta^2(0) - \frac{3N_2}{8}\right]. \tag{10}$$

Однако для получения аналитического решения уравнения (9) решение (10) следует упростить, используя предположение $N_2 \ll 8\eta^2$, после чего следует $\eta(z)=\sqrt{\eta^2(0)-\frac{M_2\pi^3}{8}\alpha_0(2\xi)z}$. Подставляя это решение в уравнение (9), получим:

$$x_0(z)=x_0(0)+\frac{16}{\pi^3}\left[\frac{1.5}{\eta(0)}+\frac{0.1\eta(0)}{M_2}+\frac{1.5}{\sqrt{\eta^2(0)-\frac{M_2\pi^3}{8}\alpha_0(2\xi)z}}\right.$$
$$\left.+\frac{0.1\sqrt{\eta^2(0)-\frac{M_2\pi^3}{8}\alpha_0(2\xi)z}}{M_2}\right]. \tag{11}$$

Задержка импульса в среде для случая марковской поперечной релаксации имеет вид [5]:

$$x_{0M}(z)=x_{0M}(0)+\frac{3T_2}{8}\log\left(\frac{\eta_M(0)}{\eta_M(0)-\frac{2\alpha_0(2\xi)}{3T_2}z}\right)$$
$$-\frac{3}{8}\left(\frac{1}{\eta_M(0)-\frac{2\alpha_0(2\xi)}{3T_2}z}-\frac{1}{\eta_M(0)}\right), \tag{12}$$

где величины x_{0M} и η_M — данные рассеяния в условиях марковской поперечной релаксации.

Из выражений (11) и (12) очевидно, что зависимость задержки импульса в среде от z в условиях немарковской $(x_0(z))$ и марковской $(x_{0M}(z))$ поперечной релаксации абсолютно различны. Следовательно, применение формализма функции памяти для описания влияния немарковской поперечной релаксации на солитон СИП приводит к качественно новым результатам по сравнению с результатами для СИП в условиях марковской релаксации, полученными Мак Коллом и Ханом [1] и другими [4–6].

Результаты данной работы, совместно с результатами работы [7], позволяют получить полную физическую картину влияния немарковской релаксации на параметры солитона СИП в твердых телах.

Список литературы

[1] *McCall S.L., Hahn E.L.* // Phys. Rev. 1969. V. 183. P. 457.

[2] *Аллен Л., Эьерли Дж.* // Оптический резонанс и двухуровневые атомы. М.: Мир, 1978. 222 с.

[3] *Lamb G.L.Jr.* // Phys. Rev. A. 1974. V. 9. P. 422–429.
[4] *Адамашвили Г.Т., Адамашвили Н.Т., Пейкришвили М.Дж., Моцонелидзе Г.Н., Коплатадзе Р.Р.* // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. В. 1. С. 35–40.
[5] *Kaup D.J.* // Phys. Rev. A. 1977. V. 16. P. 704.
[6] *Адамашвили Г.Т.* // ТМФ. 1983. Т. 57. С. 121–127.
[7] *Adamashvili G.T., Kaup D.J., Knorr A., Weber C.* // Phys. Rev. A. 2008. V. 78. P. 013 840(1–9).
[8] *Захаров В.Е., Манаков С.В., Новиков С.П., Питаевский Л.П.* Теория солитонов: Метод обратной задачи. М.: Наука, 1973. 320 с.