

01;02;07

Квазиоптическая модель релятивистских генераторов поверхностной волны миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов

© Н.С. Гинзбург, В.Ю. Заславский, А.М. Малкин, А.С. Сергеев

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород
E-mail: ginzburg@appl.sci-nnov.ru

Поступило в Редакцию 21 января 2011 г.

В рамках квазиоптического подхода построена нелинейная нестационарная теория генераторов поверхностной волны. Поле излучения представляется в виде двух встречных квазиоптических волновых пучков, связанных на гофрированной поверхности и формирующих прижатую к поверхности моду. Синхронное взаимодействие с прямолинейным ленточным электронным потоком возникает с учетом замедления поверхностной волны. Проведено моделирование экспериментально реализованного макета релятивистского генератора поверхностной волны миллиметрового диапазона и показана принципиальная возможность продвижения этого класса источников в субмиллиметровый диапазон.

Генераторы поверхностной волны в настоящий момент привлекают значительное внимание как одни из перспективных источников когерентного коротковолнового, в том числе субмиллиметрового излучения [1–4]. В таких генераторах прямолинейный электронный пучок возбуждает медленную волну, распространяющуюся вдоль периодически гофрированной поверхности. Проведено достаточно большое число экспериментальных исследований этого класса генераторов как в субрелятивистской [1,2], так и в релятивистской областях энергий частиц [5–7]. Указанные обстоятельства обуславливают актуальность теоретического анализа генераторов поверхностной волны, включающего анализ формирования самосогласованной структуры поля. Как будет показано в настоящей работе, в случае достаточно высоких энергий частиц, когда для организации взаимодействия черенковского типа требуется относительно небольшое замедление волны и соответственно относительно небольшая глубина гофра, для описания нелинейной

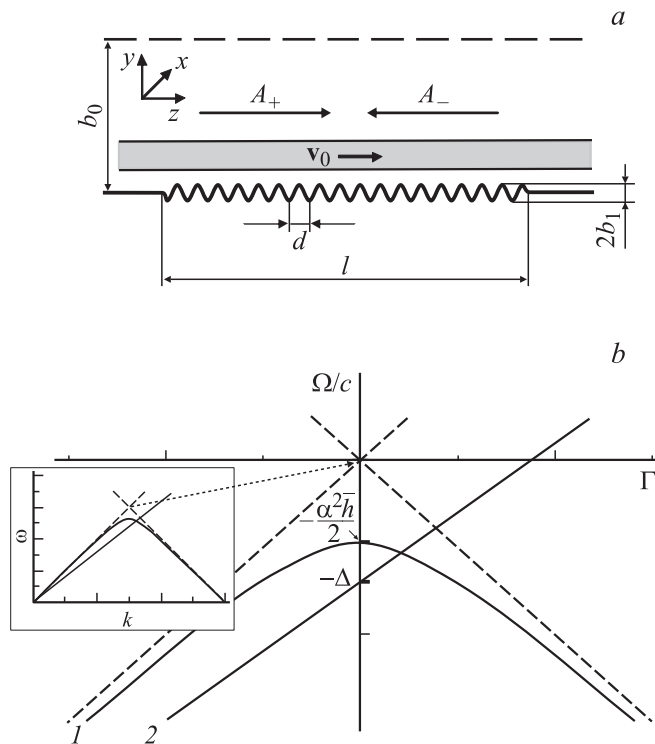


Рис. 1. *a* — схема генератора поверхностной волны; *b* — дисперсионные диаграммы: 1 — нормальной поверхностной волны, 2 — собственной волны прямолинейного электронного потока: $\Omega/c = -\Delta + \beta_{\parallel}\Gamma$.

динамики генераторов поверхностной волны может быть использован квазиоптический подход. В рамках такого подхода поле излучения представляется в виде двух встречных квазиоптических волновых пучков, связанных на гофрированной поверхности.

Рассмотрим для определенности планарную модель генератора поверхностной волны (рис. 1, *a*). В качестве электродинамической системы используется планарный волновод. Зазор между пластинами обозначим b_0 и будем считать волновод и электронный поток безграничными вдоль второй поперечной координаты x . Предположим,

что на одну из пластин на участке длины l нанесена неглубокая синусоидальная гофрировка

$$b(z) = b_1 \cos(\bar{h}z), \quad (1)$$

где $\bar{h} = 2\pi/d$, d — период гофра, $b_1 \ll d$ — его амплитуда.

Поля излучения в рассматриваемой электродинамической системе представим в виде двух распространяющихся навстречу друг другу квазиоптических волновых пучков, магнитное поле которых может быть записано в виде

$$H_x = \text{Re} \left[A_+(z, y, t) e^{i(\omega t - kz)} + A_-(z, y, t) e^{i(\omega t + kz)} \right], \quad (2)$$

$k = \frac{\omega}{c}$. Соответственно электрическое поле удовлетворяет соотношению $\mathbf{E} = -\frac{ic}{\omega} \text{rot} \mathbf{H}$ и имеет следующие компоненты:

$$\begin{aligned} E_y &= -\text{Re} \left[A_+ e^{i(\omega t - kz)} - A_- e^{i(\omega t + kz)} \right], \\ E_z &= -\text{Re} \frac{i}{k} \left[\frac{\partial A_+}{\partial y} e^{i(\omega t - kz)} + \frac{\partial A_-}{\partial y} e^{i(\omega t + kz)} \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

На гофрированной поверхности в условиях брэгговского резонанса $\bar{h} \approx 2k$ возникают связь и взаимное рассеяние встречных волновых пучков (2). Для описания связи волн на периодической структуре, расположенной в плоскости $y = 0$, используем концепцию поверхностных магнитных токов. Подставляя решение волнового уравнения

$$\Delta H_x - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial i_x^m}{\partial t}$$

в виде (2), с учетом введенных в [8,9] эквивалентных поверхностных магнитных токов

$$i_x^m = -\frac{c}{4\pi} \left(\frac{\partial(b(z)E_y)}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t} \right) \delta(y)$$

представим уравнения связанных волн в виде

$$\frac{\partial A_+}{\partial z} + \frac{\partial A_+}{x \partial t} + i \frac{\partial^2 A_+}{h \partial y^2} = i \alpha A_- \delta(y), \quad -\frac{\partial A_-}{\partial z} + \frac{\partial A_-}{c \partial t} + i \frac{\partial^2 A_-}{h \partial y^2} = i \alpha A_+ \delta(y), \quad (4)$$

где $\delta(y)$ — дельта-функция, $\alpha = \hbar b_1/4$ — коэффициент связи, пропорциональный глубине гофра. Операторы параболического типа в левых частях уравнений (4) описывают дифракционное расплывание волновых потоков в свободном пространстве $y > 0$.

Для безграничной в продольном направлении системы при $b_0 \rightarrow \infty$ представим решение уравнений (4) в области $y > 0$ в виде $A_{\pm} \sim \exp i(\Omega t \mp \Gamma z + g_{\pm} y)$, где $g_{\pm} = i\sqrt{-\hbar(\Omega/c + \Gamma)}$ — поперечные волновые числа. Тогда с учетом вытекающих из уравнений (4) граничных условий на гофрированной поверхности $(\frac{\partial A_{\pm}}{\partial y} - \alpha \hbar A_{\mp})|_{y=0} = 0$ получим дисперсионное уравнение для нормальных волн

$$g_+ g_- = -\hbar^2 \alpha^2 \quad \text{или} \quad \frac{\Omega^2}{c^2} - \Gamma^2 = \frac{\hbar^2 \alpha^4}{4}. \quad (5)$$

Как видно из рис. 1, b , дисперсионная кривая нормальной волны лежит ниже светового конуса, т.е. волна является замедленной. Соответственно волна прижата к периодической структуре, ее амплитуда спадает по экспоненциальному закону. При $\Gamma = 0$ декремент поперечного спада поля равен $|g_{\pm}| = \hbar^2 b_1/4$. При этом условие применимости квазиоптического приближения $|g_{\pm}| \ll k$ сводится к условию малости глубины гофра: $kb_1 \ll 1$.

Допустим, что прямолинейный электронный поток движется над гофрированной поверхностью строго вдоль направления ведущего магнитного поля $\mathbf{H}_0 = H_0 \mathbf{z}_0$. В условиях взаимодействия черенковского типа группировка частиц происходит под действием продольной компоненты электрического поля E_z , которая определяется соотношением (3). Соответственно с учетом возбуждения попутной компоненты поля излучения A_+ объемным электронным током самосогласованная система уравнений релятивистского генератора поверхностной волны может быть приведена к виду

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{A}_+}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{A}_+}{\partial \tau} + i \frac{\partial^2 \hat{A}_+}{\partial Y^2} + \sigma \hat{A}_+ \delta(Y) &= i \hat{\alpha} \hat{A} \delta(Y) - \frac{1}{B_e} \frac{\partial}{\partial Y} (JF(Y)), \\ - \frac{\partial \hat{A}_-}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{A}_-}{\partial \tau} + i \frac{\partial^2 \hat{A}_-}{\partial Y^2} + \sigma \hat{A}_- \delta(Y) &= i \hat{\alpha} \hat{A}_+ \delta(Y). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $F(Y)$ — функция, описывающая невозмущенное распределение плотности электронного потока, $B_e = \int_0^{\infty} F(Y) dY$ — его эффективная

толщина. Высокочастотный ток $J(Z, Y, \tau) = 1/\pi \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0$, находится из решения уравнений движения частиц, которые в приближении малого относительного изменения энергии сводятся к виду

$$\left(\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_0^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau} \right)^2 \theta = \text{Re} \left[\frac{\partial \hat{A}_+}{\partial Y} e^{i\theta} \right], \quad (7)$$

с граничными условиями $\theta|_{Z=0} = \theta_0 \in [0, 2\pi)$, $(\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_0^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau}) \theta|_{Z=0} = \hat{\Delta}$, где $\theta = \omega_0 t - k(\omega_0)z$ — фаза электронов относительно попутной волны, $\hat{\Delta} = \Delta/kG$, $\Delta = k(1 - \beta_0)/\beta_0$ — расстройка синхронизма на несущей частоте $\omega_0 = \hbar c/2$. Следует отметить, что указанная расстройка принимает отличное от нуля положительное значение $\Delta > 0$. Соответственно синхронное взаимодействие с прямолинейным электронным потоком возникает только с учетом описываемой уравнениями (6) связи волн и формированием прижатой замедленной волны.

При записи системы уравнений (6), (7) проведена следующая нормализация:

$$Z = Gkz, \quad Y = \sqrt{2G}ky, \quad \tau = G\omega t,$$

$$\hat{A}_{\pm} = \frac{eA_{\pm}\mu}{mc\omega\gamma_0 G^{3/2}}, \quad \hat{\alpha} = \alpha/\sqrt{2}G^{1/2}, \quad G = \left(2\sqrt{2} \frac{eI_0}{mc^3} \frac{\mu}{\gamma} \lambda \right)^{2/3}$$

— параметр усиления (аналог параметра Пирса), I_0 — погонный ток пучка, $\mu \approx \gamma_0^{-2}\beta_0^{-3}$ — параметр инерционной группировки электронов, $\gamma_0 = (1 - \beta_0^2)^{-1/2}$ — релятивистский масс-фактор. Заметим, что в уравнениях (6) учтены омические потери в металлической пластине, задаваемые параметром $\sigma = k\varepsilon/G$, где ε — глубина скин-слоя.

Граничные условия к уравнениям для амплитуд волновых пучков (2) соответствуют отсутствию потоков электромагнитной энергии извне $\hat{A}_+|_{Z=0} = 0$, $\hat{A}_+|_{Z=L} = 0$, где $L = Gkl$.

Электронный КПД в стационарном режиме генерации $A_{\pm} \sim \sim \exp(i\Omega\tau)$, где $\hat{\omega} = (\omega - \omega_0)/G\omega_0$ — отстройка частоты генерации от несущей брэгговской частоты, определяется соотношениями

$$\eta = \frac{G\hat{\eta}}{\mu(1 - \gamma_0^{-1})}, \quad \hat{\eta} = \frac{1}{2\pi B} \int_0^B \int_0^{2\pi} \left(-\hat{\Delta} + \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right) \Big|_{Z=L} F(Y) d\theta_0 dY.$$

С учетом экспоненциального затухания поля поверхностной волны от границ замедляющей системы, в принципе, допустима постановка полубезграничной по оси y задачи, которая описывается системой уравнений (6). Однако в практическом плане транспортировка ленточного электронного потока должна осуществляться в вакуумном канале, образованном планарным волноводом. В этом случае система уравнений (6) должна быть дополнена граничным условием $\partial \hat{A}_{\pm} / \partial Y|_{y=B} = 0$, задаваемым на второй пластине, не имеющей гофрировки. Здесь $B = \sqrt{2Gk}b_0$ — нормированный зазор между пластинами. Если указанный зазор достаточно велик ($B \gg 1$), то положение второй пластины не оказывает существенного влияния на параметры стационарного режима генерации. Тем не менее это позволяет при численном моделировании нелинейной динамики разложить решение уравнений (6) по модам регулярного планарного волновода:

$$A_{\pm} = \sum_{n=0}^{\infty} \hat{A}_{\pm}^n(Z, \tau) \cos\left(\frac{n\pi Y}{B}\right).$$

Проведем на основе уравнений (6), (7) моделирование релятивистского генератора поверхностной волны. Параметры моделирования выберем близкими к параметрам планарного 4-мм генератора указанного типа, исследованного на базе сильноточного ускорителя СИНУС-6 (ИПФ РАН). Генератор запитывался ленточным электронным пучком с толщиной 1 мм, энергией частиц 350 keV и погонной плотностью тока 500 A/cm ($G \approx 0.05$), который транспортировался в сильном ведущем магнитном поле вдоль гофрированной пластины длиной $l = 40$ мм с периодом гофра $d = 1.6$ мм и амплитудой $b_1 = 0.25$ мм. Указанные физические параметры соответствуют нормированным величинам $\alpha = 1.6$, $\hat{\Delta} = 5$, $L = 3.7$, $B_e = 0.54$, для которых установление стационарного одночастотного режима генерации показано на рис. 2, *a*. Как следует из анализа спектра излучения (рис. 2, *b*), частота генерации лежит ниже брэгговской частоты. Соответственно в стационарном режиме структура полей парциальных волн оказывается прижатой к поверхности периодической системы (рис. 2, *c*, *d*) и при $B > 3$ положение второй пластины практически не влияет на характеристики генерации. Очевидно, что в планарном волноводе поверхностную волну можно рассматривать как супермоду, представляющую собой совокупность объемных мод с коррелированными фазами. Следовательно, независимо

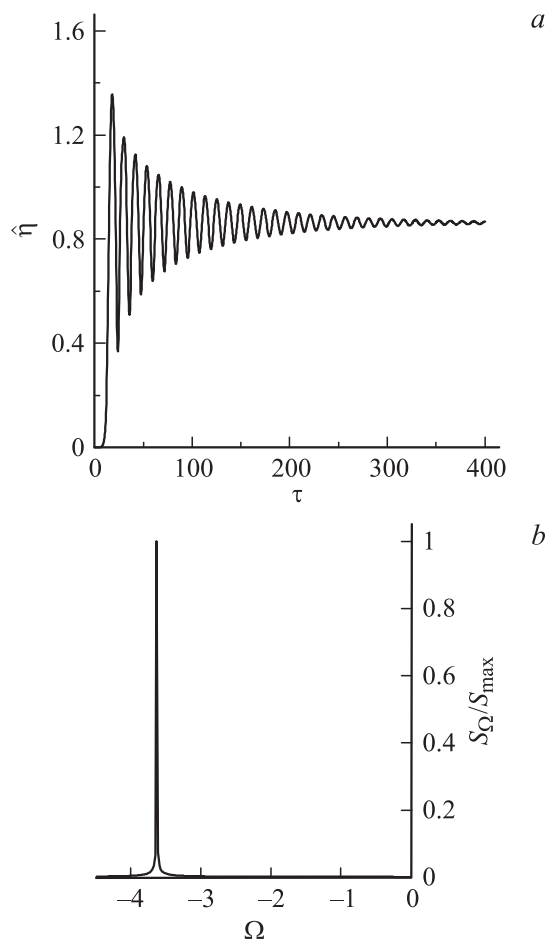


Рис. 2. Результаты моделирования релятивистского генератора 4-мм диапазона: *a* — временная зависимость электронного КПД, *b* — спектр излучения, *c*, *d* — пространственные распределения полей парциальных волновых потоков в стационарном режиме генерации. $\hat{\alpha} = 1.6$, $\Delta = 5.0$, $L = 3.7$, $B_e = 0.54$, $\sigma = 0.016$.

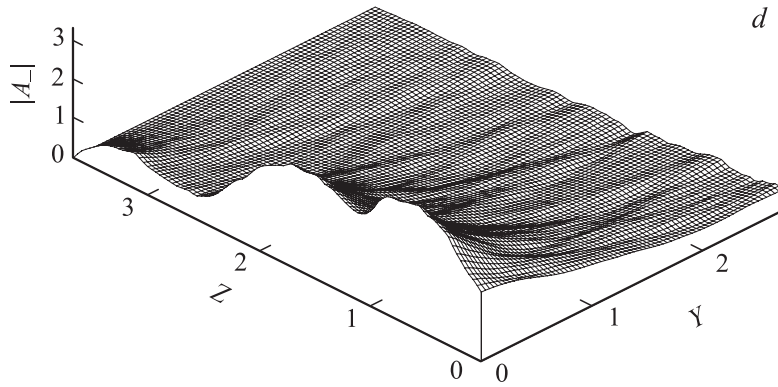
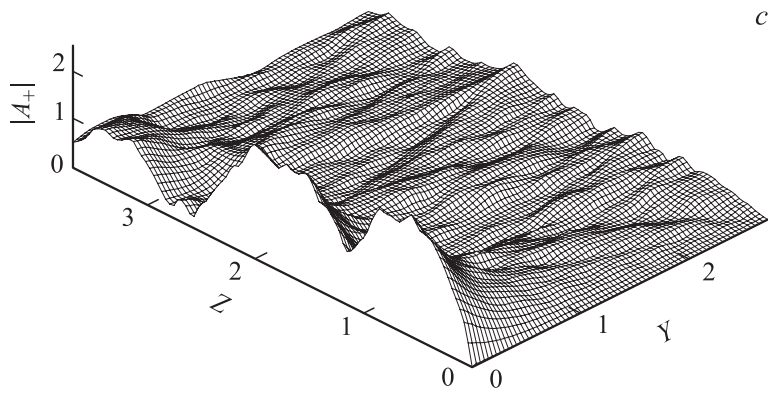


Рис. 2 (продолжение).

от уровня сверхразмерности волновода возбуждение поверхностной моды фактически решает проблему селекции (или обеспечения когерентности излучения) по координате Y . Приведенный электронный КПД составляет $\hat{\eta} \approx 0.83$, что при параметрах моделирования соответствует полному КПД $\sim 12\%$. При этом поток мощности, выносимой с попутной волной A_+ , составляет $\sim 2 \text{ MW/cm}$, а со встречной $A_- \sim 20 \text{ MW/cm}$. Следует отметить, что соотношение указанных потоков определяется точкой пересечения дисперсионных характеристик пучка и нормальной волны на рис. 1, *b*. При $\hat{\Delta} > \hat{\alpha}^2$ эта точка лежит в области резонанса с

обратной волной и излучается преимущественно волна A_- . При $\hat{\Delta} < \hat{\alpha}^2$ в синхронизме с пучком оказывается попутная нормальная волна и большая часть энергии излучается с A_+ .

При соответствующем масштабировании генераторы поверхностной волны могут быть реализованы в субмиллиметровом диапазоне. На основании развитой теории проведем моделирование генератора указанного типа с длиной волны 0.9 mm при той же плотности тока и энергии электронов. Пусть период и амплитуда гофра составляют $d = 0.4$ mm, $b_1 = 0.63$ mm, длина пространства взаимодействия 10 mm. Тогда для нормализованных параметров имеем: $G \approx 0.02$, $\hat{\alpha} = 2.5$, $\hat{\Delta} = 12.6$, $L = 1.47$, $V_e = 0.42$. Для латуни в исследуемом диапазоне глубина скин-слоя $\varepsilon \approx 0.2$ μm соответствует параметру омических потерь $\sigma = 0.08$. Результаты моделирования демонстрируют возможность самовозбуждения и установления стационарного режима генерации при выбранных параметрах с достаточно высоким КПД (около 6%) и потоком мощности около 10 MW/cm. Следует, однако, отметить, что при переходе в субмиллиметровый диапазон возрастает (до 50% от излученной мощности) доля омических потерь. Кроме того, предельно высокой с точки зрения ВЧ пробоев оказывается напряженность поля волны на гофрированной поверхности (около 500 kV/cm).

Авторы признательны В.Л. Братману и А.Э. Федотову за обсуждение результатов экспериментальных исследований.

Работа выполнена в рамках гранта РФФИ 10-08-01269.

Список литературы

- [1] *Urata J., Goldstein M., Kimmitt M.F.* et al. // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 80. P. 516–520.
- [2] *Shin Y.M., So J.K., Jang K.H.* et al. // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 99. P. 147 402.
- [3] *Andrews H.L., Brau C.A.* // Phys. Rev. ST. Accel. Beams. 2004. V. 7. P. 070 701.
- [4] *Prokop C., Piot P., Lin M.C., Stolz P.* // Appl. Phys. Lett. 2010. V. 96. P. 151 502.
- [5] *Vlasov A.N., Shkvarunets A.G., Rodgers J.S.* et al. / IEEE Trans. Plasma Sci. 2000. V. 28. P. 235–245.
- [6] *Bugaev S.P.* et al. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1990. V. 18. P. 525–536.
- [7] *Bratman V.I.* et al. // IEEE Trans Plasma Sci. 1987. V. 15. P. 2–15.
- [8] *Каценеленбаум Б.З.* Теория нерегулярных волноводов с медленно-меняющимися параметрами. М., 1961. С. 218.
- [9] *Ковалев Н.Ф., Орлова И.М., Петелин М.И.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1968. Т. 11. С. 783–787.