

09

## Стохастический резонанс прецессионных режимов в условиях динамической бистабильности

© А.М. Шутый

Ульяновский государственный университет, Ульяновск

E-mail: shuty@mail.ru

*Поступило в Редакцию 17 марта 2010 г.*

При анализе прецессии намагниченности в условиях динамической бистабильности выявлен новый тип стохастического резонанса, который реализуется при кратковременном воздействии начального шумового сигнала и относится к вероятности установления одного из составляющих бистабильность режимов; исследованы особенности данного стохастического эффекта.

Одним из наиболее широко исследуемых в настоящее время проявлений нелинейной динамики является возникновение бистабильных состояний, управление которыми представляет важную научную задачу [1–3], так как может быть использовано в современных, в том числе информационных, технологиях [4]. С бистабильными состояниями связаны также вызывающие большой интерес эффекты, обусловленные воздействием на систему шума. К таким эффектам в первую очередь относится стохастический резонанс, проявляемый в значительном увеличении отклика системы на регулярное возмущение при оптимальной интенсивности прилагаемого шумового сигнала [1,5–9]. При этом пленочные магнитоупорядоченные структуры являются весьма удобными объектами для анализа универсальных закономерностей нелинейной и стохастической динамики, что связано с широким их применением для создания интегральных элементов обработки и хранения информации, а также с достаточно легким возбуждением в магнитных подсистемах нелинейной динамики [8–12]. В настоящей работе на основе исследования прецессионной динамики намагниченности тонкой пленки проведен анализ нового стохастического эффекта, представляющего собой стохастический резонанс, который возникает при кратковременном воздействии шумового сигнала и приводит к максимальному увеличе-

нию вероятности установления режима, составляющего динамическую бистабильность и имеющего большую амплитуду прецессии.

Динамическое поведение вектора намагниченности  $\mathbf{M}$  во внешних статическом  $\mathbf{H}$  и переменном  $\mathbf{h}$  магнитных полях будем описывать уравнением Ландау–Лифшица [13], записанным для нормированных компонент вектора намагниченности  $m_i = M_i/M$  (где  $i = x, y, z$  — оси декартовой системы координат), для которых выполняется равенство  $m_x^2 + m_y^2 + m_z^2 = 1$ :

$$\begin{aligned} \frac{M(1+\alpha^2)}{\gamma} \dot{m}_y &= (m_z + \alpha m_x m_y) \frac{\partial F}{\partial m_x} \\ &\quad - (m_x - \alpha m_y m_z) \frac{\partial F}{\partial m_z} - \alpha(1 - m_y^2) \frac{\partial F}{\partial m_y}, \\ \frac{M(1+\alpha^2)}{\gamma} \dot{m}_z &= (m_x + \alpha m_y m_z) \frac{\partial F}{\partial m_y} \\ &\quad - (m_y - \alpha m_x m_z) \frac{\partial F}{\partial m_x} - \alpha(1 - m_z^2) \frac{\partial F}{\partial m_z}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\gamma$  — гиромагнитное отношение,  $\alpha$  — параметр диссипации;  $F$  — плотность свободной энергии магнитной системы. Далее исследования будем проводить для монокристаллических тонких пленок с кубической кристаллической решеткой. Кристаллографическую ось [100] примем совпадающей с осью  $x$  и нормальной поверхностью пленки, а оси [010] и [001] — совпадающими с осями  $y$  и  $z$ . При этом в случае однородного вдоль пленки распределения намагниченности выражение для плотности свободной энергии имеет вид:

$$F = -\mathbf{M}(\mathbf{H} + \mathbf{h}) - (K_u - 2\pi M^2)m_x^2 + K_1 [m_z^2(m_x^2 + m_y^2) + m_x^2 m_y^2], \quad (2)$$

где  $K_u$  и  $K_1$  — константы ростовой и кристаллографической анизотропии; статическое поле далее считаем нормальным поверхности пленки ( $H = H_x$ ).

Как показал анализ [10], на низких частотах СВЧ-диапазона переменное поле возбуждает нелинейные режимы вектора намагниченности большой амплитуды прецессии (отклонение от равновесного положения  $\Delta m_i > 0.1$ ). Причем характерным является возникновение динамической бистабильности, когда при одних и тех же параметрах

системы может реализоваться два (и более) режима прецессии, а на установление одного из них влияют начальные условия или различные флуктуации параметров.

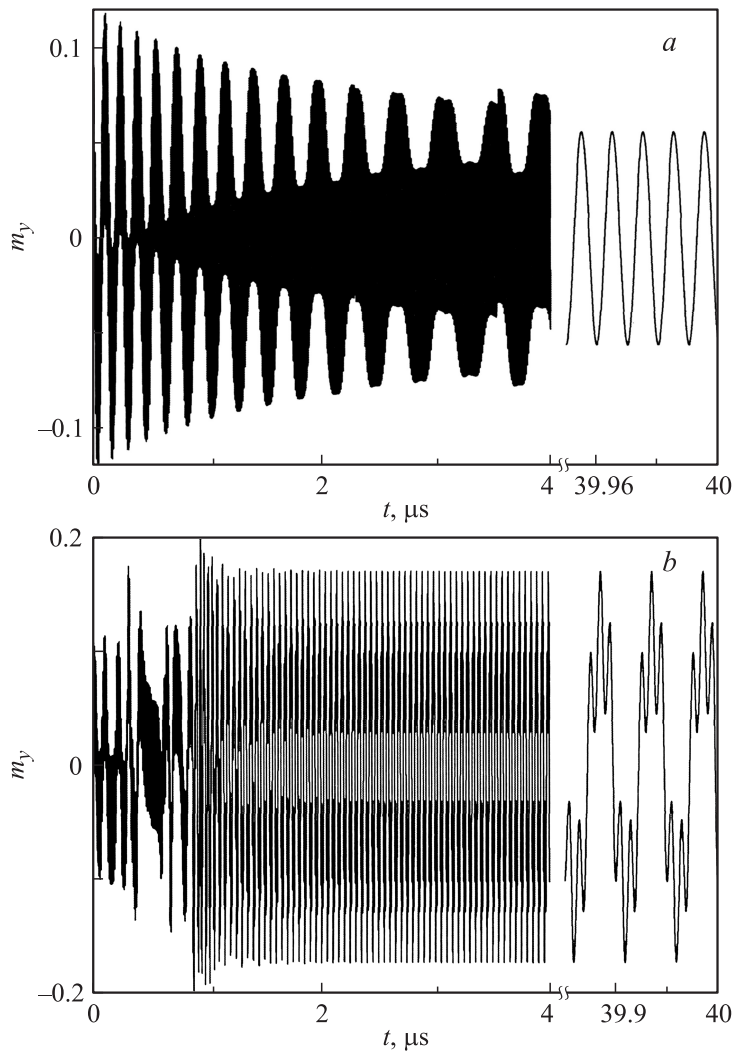
Для рассматриваемого здесь эффекта существенным является то, что имеют место также бистабильные состояния, при которых один из режимов (имеющий, в частности, большую амплитуду прецессии) может быть реализован только при дополнительном начальном возмущении магнитной системы.

На рис. 1 приведены зависимости от времени  $y$ -компоненты нормированного вектора намагниченности, возбуждаемого из исходного равновесного состояния линейно поляризованным по оси  $y$  ( $h = h_y$ ) переменным полем  $h(t) = h_0 \sin(\omega_0 t + \phi)$  с параметрами  $\omega_0/2\pi = 100$  МГц,  $h_0 = 2$  Ое ( $\phi$  — начальная фаза) при значении подмагничивающего поля  $H = 448$  Ое. Режим на рис. 1,  $a$  отвечает отсутствию начального дополнительного возмущения системы — в этом случае после продолжительных затухающих биений всегда устанавливается режим с наименьшей амплитудой прецессии. При дополнительном начальном возмущении наряду с указанной динамикой могут быть возбуждены иные стационарные режимы. В случаях, отвечающих рис. 1,  $b$  и  $c$ , до заданного момента времени, при  $0 < t < t_n$  включается дополнительный шумовой сигнал, и переменное магнитное поле имеет вид:

$$\mathbf{h}(t) = j_0 \sin(\omega_0 t) \mathbf{e}_y + \xi(t) \mathbf{e}_z, \quad (3)$$

где  $\mathbf{e}_y$  и  $\mathbf{e}_z$  — единичные направляющие вектора поляризации основного гармонического поля и шумового сигнала, являющегося белым гауссовым шумом с нулевым средним значением и функцией корреляции  $\langle \xi(t) \xi(t + \tau) \rangle = 2D \delta(\tau)$  с интенсивностью  $2D = 2$  Ое<sup>2</sup>; шумовой сигнал включается на время  $t_m = 1$  мкс, после которого остается только гармоническое возмущение системы. Видно, что при дополнительном начальном шуме устанавливаются режимы большей амплитуды с отличающимися по форме аттракторами. Указанные два режима были реализованы при различной начальной фазе гармонического переменного поля, т.е. фактически имеет место мультистабильность. Для численного анализа использовались следующие параметры феррит-гранатовой пленки  $\text{Y}_{2.9}\text{La}_{0.1}\text{Fe}_{3.9}\text{Ga}_{1.1}\text{O}_{12}$ :  $4\pi M = 214.6$  Г;  $K_1 = -10^3$  эрг/см<sup>3</sup> и  $K_u = -10^3$  эрг/см<sup>3</sup>;  $\gamma = 1.755 \cdot 10^7$  (Ое · с)<sup>-1</sup>;  $\alpha = 10^{-2}$  [14].

На рис. 2 для рассматриваемой системы и указанных магнитных полей приведена диаграмма прецессионных режимов, устанавливающихся



**Рис. 1.** Зависимость от времени у-компоненты нормированного вектора намагниченности, возбуждаемого гармоническим полем с  $\omega_0/2\pi = 100 \text{ MHz}$ ,  $h_0 = 2 \text{ Oe}$  в отсутствие дополнительного возмущения (а) и при шумовом сигнале продолжительностью  $t_n = 1 \mu\text{s}$  и интенсивностью  $2D = 2 \text{ Oe}^2$  (b и c);  $H = 448 \text{ Oe}$ .

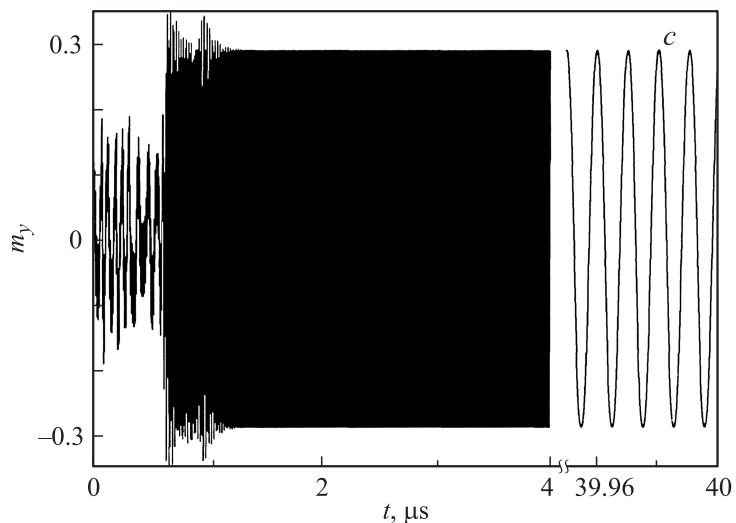
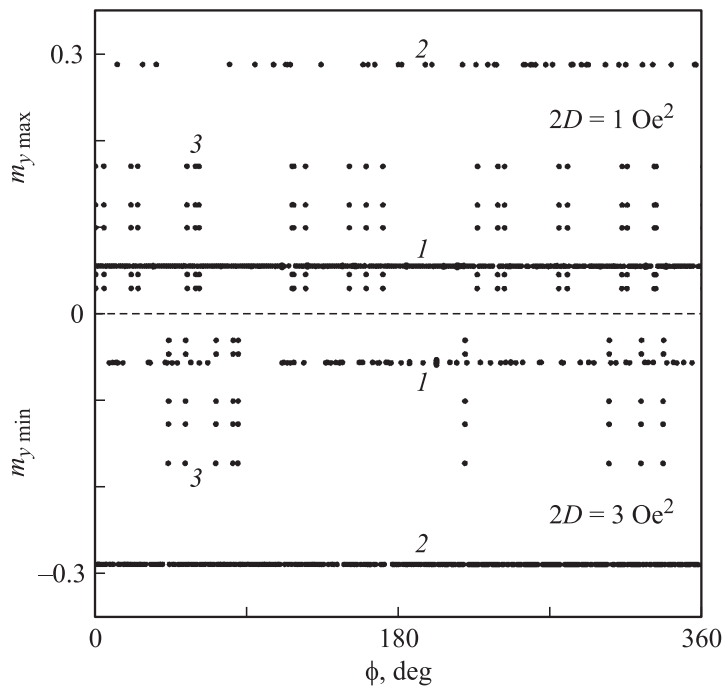


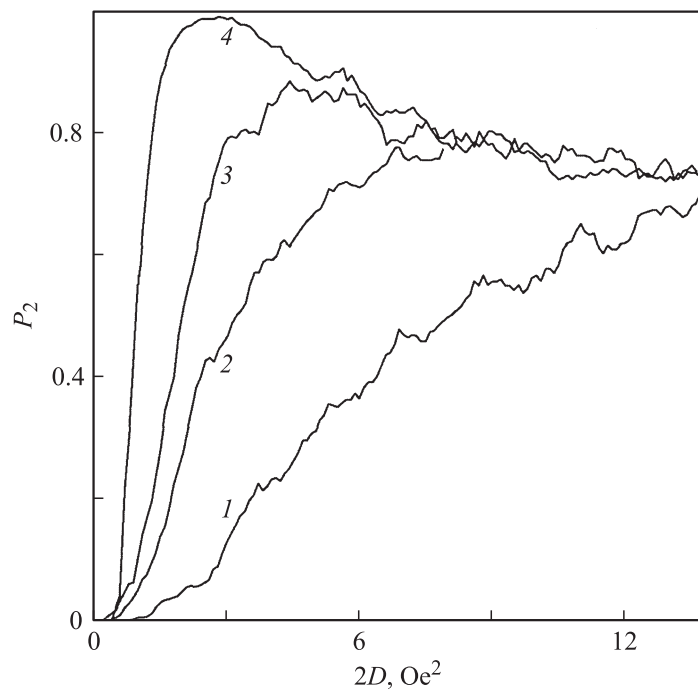
Рис. 1 (продолжение).

при дополнительном шумовом сигнале, включаемом на время  $t_n = 1 \mu\text{s}$ , в условиях динамической бистабильности: каждому значению начальной фазы  $\phi$  гармонического поля соответствуют максимальные  $m_{y \max}$  в положительной области и минимальные  $m_{y \min}$  в отрицательной области значения  $y$ -компоненты нормированной намагниченности при установившихся прецессионных режимах, когда начальный шумовой сигнал имеет интенсивность  $2D = 1 \text{ Oe}^2$  (для представленных  $m_{y \max}$ ) и  $3 \text{ Oe}^2$  (для  $m_{y \min}$ ). Соответствующие минимальные и максимальные значения компоненты намагниченности симметричны представленным относительно нулевого значения. Заметим, что частота реализации того или иного прецессионного режима при варьировании начальной фазы гармонического поля фактически представляет собой вероятность установления данного режима в условиях динамической бистабильности (мультистабильности). В отсутствие начального шума из исходного равновесного состояния при всех значениях фазы  $\phi$  возбуждается низкоамплитудный режим, обозначенный на диаграмме цифрой „1“, а вероятность возбуждения других режимов близка к нулю. Включение на короткий интервал времени шумового сигнала приводит к ненулевой



**Рис. 2.** Диаграмма прецессионных режимов: выбранной начальной фазе  $\phi$  гармонического поля соответствуют экстремальные значения  $y$ -компоненты намагниченности при начальном шуме с  $2D = 1 \text{ Oe}^2$  (для  $m_{y \text{ max}}$ ) и  $3 \text{ Oe}^2$  (для  $m_{y \text{ min}}$ ) и  $t_n = 1 \mu\text{s}$ ; соответствующие  $m_{y \text{ min}}$  и  $m_{y \text{ max}}$  симметричны приведенным.

вероятности установления режимов „2“ и „3“, имеющих большую амплитуду прецессии, причем режим „2“ с наибольшей амплитудой и простым аттрактором устанавливается значительно чаще, чем более сложный по траектории режим „3“. С ростом интенсивности начального шума вероятность установления режима „2“ растет и становится наибольшей. Растущая вначале (при слабых шумах) вероятность реализации сложного режима „3“ начинает падать с увеличением шума уже при достаточно малых его интенсивностях и, таким образом, при сильном начальном шуме реализуется либо низкоамплитудный режим „1“, либо режим „2“.



**Рис. 3.** Зависимость вероятности установления прецессионного режима „2“ (см. рис. 1, с и 2) от интенсивности дополнительного шумового сигнала, включаемого на время  $t_n = 0.2, 0.5, 1.0, 5.0 \mu\text{s}$  (кривые 1–4).

Таким образом, по отношению к вероятности реализации режима „3“ имеет место эффект стохастического резонанса: в отсутствие начального дополнительного шума и при большой его интенсивности данный режим не устанавливается, а при малом шуме вероятность его установления  $P_3$  оказывается отличной от нуля; и, следовательно, при некоем оптимальном уровне шумового сигнала  $P_3$  будет иметь максимальное значение.

Стохастический резонанс возникает также для высокоамплитудного режима „2“. На рис. 3 для вышеуказанных параметров системы и полей приведена зависимость вероятности установления прецессионного режима „2“ (при многократном возбуждении прецессии намаг-

ниченности гармоническим полем со случайно выбираемой начальной фазой  $\phi$ ) от интенсивности шумового сигнала, включаемого на время  $t_n = 0.2, 0.5, 1.0, 5.0 \mu s$  (кривые 1–4). Из рисунка видно, что в отсутствие начального шума режим „2“ не реализуется, а при больших его интенсивностях вероятность установления данной прецессии мало зависит от продолжительности шумового сигнала и с дальнейшим усилением шума приближается к постоянному значению  $P_2 = P_{c2}$ , которое должно характеризовать отношение площадей аттракторов, составляющих бистабильность. Так как в области интенсивных начальных шумов режим „3“ не реализуется, в данной области для режимов „1“ и „2“ выполняется равенство  $P_{c1} + P_{c2} = 1$ . При малом времени воздействия шума рост его интенсивности приводит к монотонному увеличению вероятности установления режима „2“ и приближению ее к значению  $P_{c2}$ . При достаточно больших временах  $t_n$  картина существенно меняется: в области интенсивных шумов рассматриваемая вероятность также приближается к значению  $P_{c2}$ , но в области слабого шума возникает максимум зависимости вероятности реализации данного прецессионного режима от интенсивности  $2D$ . Причем с увеличением продолжительности шумового сигнала образуемый максимум вероятности становится более выраженным, сдвигается в сторону меньшей интенсивности шума и достигает значений, близких к 1, т.е. при соответствующих параметрах шумового сигнала, практически, всегда (за исключением редких случаев) реализуется режим „2“, который, напомним, в отсутствие шума из равновесного состояния намагниченности не возбуждался. Следовательно, для непродолжительных начальных шумов по отношению к режиму „2“ также имеет место эффект стохастического резонанса.

Проведенный анализ показал, что в условиях динамической бистабильности в случае, когда один из составляющих ее режимов не реализуется из исходного равновесного состояния без дополнительного начального возмущения (в частности, из-за удаленности его аттрактора от аттрактора другого режима), имеет место эффект стохастического резонанса. Данный стохастический резонанс связан с вероятностью установления составляющего бистабильность режима: режим реализуется только при дополнительном воздействии короткого начального шумового сигнала, и в случае достаточной его продолжительности вероятность установления режима имеет максимум (причем близкий к единице) при определенном значении интенсивности шума. В случае



сильных шумов вероятности реализации составляющих динамическую бистабильность режимов близки к постоянным величинам, определяемым аттракторами „конкурирующих“ режимов. Исходя из общности используемой динамической модели, можно заключить, что выявленный тип стохастического резонанса должен иметь место в широком классе бистабильных систем.

## Список литературы

- [1] Анищенко В.С., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е., Нейман А.Б., Стрелкова Г.И., Шиманский-Гайер Л. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. Москва–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 544 с.
- [2] Кузнецов С.П. Динамический хаос. М.: Физматлит, 2006. 356 с.
- [3] Шутый А.М. // Письма в ЖЭТФ. 2008. Т. 87. В. 3. С. 181–186.
- [4] Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Современные проблемы нелинейной динамики. М.: Едиториал УРСС, 2002. 360 с.
- [5] Гинзбург С.Л., Геращенко О.В. // ЖЭТФ. 2003. Т. 124. В. 4 (10). С. 921–931.
- [6] Ланда П.С., Ушаков В.Г. // Письма в ЖЭТФ. 2007. Т. 86. В. 5. С. 356–359.
- [7] Zhou B., Xi W. // Chaos, Solitons & Fractals. 2008. V. 38. N 4. P. 1146–1151.
- [8] Шутый А.М. // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. В. 6. С. 39–47.
- [9] Шутый А.М. // ЖТФ. 2009. Т. 79. В. 7. С. 21–26.
- [10] Семенцов Д.И., Шутый А.М. // УФН. 2007. Т. 177. № 8. С. 831–857.
- [11] Mantegna R.N., Spagnolo B., Testa L., Trapanese M. // J. Appl. Phys. 2005. V. 97. 10E519 (3 pages).
- [12] Testa L., Trapanese M. // Physica B: Phys. of Condensed Mat. 2008. V. 403. N 2–3. P. 486–490.
- [13] Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. М.: Наука–Физматлит, 1994. 464 с.
- [14] Neite B., Dotsch H. // J. Appl. Phys. 1987. V. 62. N 2. P. 648–652.