

03;04;12

К оценке давления электрогидравлического эффекта в неограниченной упругой среде

© В.В. Титков

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
E-mail: titkovprof@yandex.ru

Поступило в Редакцию 12 февраля 2010 г.

В рамках допущения об однородном распределении давления в водном объеме рассчитаны зависимости от интеграла действия $S = \int_0^t i^2(t) dt$ давления, развиваемого в сферической полости внутри неограниченной упругой среды.

Показан эффект существенного снижения максимального давления для относительно мягких материалов (минералы, бетон) по сравнению с приближением недеформируемых стенок камеры.

Ряд технологических применений электрогидравлического эффекта (ЭГЭ) [1] связан с производством подводных разрядов в камере, стенки которой образованы полостью в упругой сплошной среде (рис. 1). На формирование импульса давления оказывают влияние как стимулированное энерговыделением в канале разряда расширение газового пузыря, так и расширение объема полости вследствие деформации стенок, появления трещин с устьем на стенке полости, а также движения электродов под действием импульсного давления. Последние три фактора способствуют снижению максимального давления.

Здесь будет рассмотрен режим „медленного“ нарастания тока в разряде, когда эффект образования ударной волны жидкости не играет существенной роли, что имеет место при условии

$$\frac{R_0}{c} \ll T_p,$$

где R_0 — размер (радиус) полости, c — скорость звука в жидкости, T_p — длительность импульса тока разряда. Данные условия могут, в частности, возникнуть при использовании в качестве источников тока

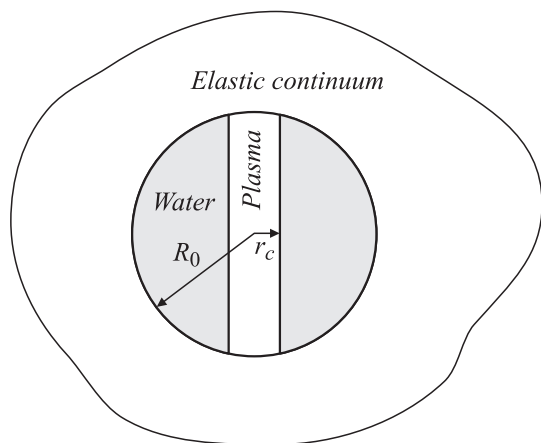


Рис. 1. Расчетная модель давления электрогидравлического эффекта в сферической полости в неограниченной упругой среде.

крупных емкостных накопителей с ограниченным зарядным напряжением и относительно большой величиной собственной индуктивности.

В литературе подобный режим был впервые рассмотрен в работе Г.А. Шнейерсоном [2] для случая жестких (недеформируемых) стенок полости. При этом были получены относительно простые выражения для радиуса канала разряда r_c и давления в канале P_c , справедливые при $r_c/R_0 < 0.2$ и дающие приемлемую точность при $P < 10^8$ Па. В частности, давление выражается следующей формулой:

$$P_c = (\alpha P_0)^{2/3} \left[\frac{3(\eta - 1)S}{(\eta + 1)\pi^2\sigma} \right]^{1/3} R_0^{-4/3},$$

где $S = \int_0^t i^2(t)dt$ — интеграл действия, η , σ — показатель адиабаты и электропроводность разрядной плазмы, $P_0 = 305$ МПа, $\alpha = 7.15$ — параметры уравнения состояния воды

$$P = P_0 [(\rho/\rho_0)^\alpha - 1], \quad (1)$$

P , ρ , ρ_0 — давление, текущая и начальная плотность воды.

Вместе с тем при промышленном применении электрогидравлического эффекта интерес представляют существенно более высокие давления порядка 10^9 Па. При этом упругие среды, подвергающиеся разрушению с помощью ЭГЭ, не отличаются большой жесткостью. Например, модуль Юнга для смятого каменного угля имеет относительно небольшое значение $E = 3.5 \cdot 10^{10}$ Па. Поэтому для таких условий модель жестких стенок будет приводить к завышенной оценке давления. Ниже излагается теория, позволяющая учесть как упругие свойства (сжимаемость) воды, так и деформируемой среды, в которую внедрен жидкий объем.

Рассмотрение согласно [2] баланса энергии в плазменной области (при сферической геометрии разрядного канала) приводит к следующему дифференциальному уравнению:

$$\frac{3i^2(t)\lambda}{2\pi^2\sigma r_c} = \frac{r_c^3}{\eta - 1} \frac{dP_c}{dt} + \frac{\eta}{\eta - 1} 3r_c^2 P_c \frac{dr_c}{dt}, \quad (2)$$

где $\lambda \approx 1$ — множитель, характеризующий площадь прилегания плазменной области к электродам.

Согласно модели „медленного“ нарастания тока, давление в водном объеме равно давлению в канале $P = P_c$ и распределено однородно и зависит только от соотношения текущей и начальной плотности воды или от обратного соотношения для объема жидкости

$$\frac{V_0}{V} = \frac{\frac{4}{3}\pi R_0^2}{\frac{4}{3}\pi(R_0 + U)^3 - 2(R_0 + U)\pi r_c^2},$$

где U — радиальное перемещение стенки полости, деформация которой принимается сферически симметричной. Откуда можно выразить обратную величину относительного изменения воды в жидком объеме

$$x = \frac{\rho_0}{\rho} = \left(1 + \frac{U}{R_0}\right)^3 - \frac{3}{2} \left(1 + \frac{U}{R_0}\right) \left(\frac{r_c}{R_0}\right)^2. \quad (3)$$

Используя последнее соотношение и уравнение состояния (1), можно исключить из (2) производную от радиуса канала по времени

$$\frac{dr_c}{dt} = \frac{dr_c}{dP} \frac{dP}{dt} = \frac{dP}{dt} \frac{R_0^3}{3\alpha P_0 x^{-(1+\alpha)} (R_0 + U) r_c}.$$

Выражение для входящего в правую часть последнего равенства r_c нетрудно получить непосредственно из (1) и (3)

$$r_c = \sqrt{\frac{\left[\left(1 + \frac{U}{R_0}\right)^3 - \left(\frac{P}{P_0} + 1\right)^{-1/\alpha} \right] R_0^3}{1.5(R_0 + U)}}. \quad (4)$$

Таким образом, получаем

$$\frac{dr_c}{dt} = \frac{dP}{dt} f_1(P, U),$$

где

$$f_1(P, U) = \frac{R_0^3}{3\alpha P_0 x^{-(1+\alpha)}(R_0 + U)} \times \left(\frac{\left[\left(1 + \frac{U}{R_0}\right)^3 - \left(\frac{P}{P_0} + 1\right)^{-1/\alpha} \right] R_0^3}{1.5(R_0 + U)} \right)^{-1/2}.$$

Подставляя полученное выражение для dr_c/dt в (2), запишем дифференциальное уравнение для давления

$$\frac{dP}{dt} = \frac{3i^2(t)\lambda}{2\pi\sigma r_c} \left[\frac{r_c^3}{\eta - 1} + \frac{\eta}{\eta - 1} r_c^2 P f_1(P, U) \right]^{-1}. \quad (5)$$

Фигурирующий здесь в правой части радиус разрядного канала выражается с помощью (4). Поэтому уравнение (5) будет разрешимо, если к нему добавить уравнение для перемещения стенки полости U .

Движение стенки сферической полости описывается в рамках теории взрывного давления $P(t)$ в неограниченной упругой среде [3]. При этом задача сводится к дифференциальному уравнению второго порядка относительно функции f , с помощью которой вычисляются характеристики полей напряжений и деформаций вокруг сферической полости, включая радиальное перемещение ее стенки

$$\frac{d^2 f}{dt^2} + 2\gamma \frac{df}{dt} + 2\gamma \frac{c_1}{R_0} f(t) = -\frac{R_0}{\rho_{ec}} P(t), \quad (6)$$

где ρ_{ec} — плотность упругой среды, $\gamma = c_1(1 - 2\nu)/(1 - \nu)R_0$, ν — коэффициент Пуассона, $c_1 = (E(1 - \nu)/(1 + \nu)(1 - 2\nu)\rho_c)^{1/2}$ — скорость

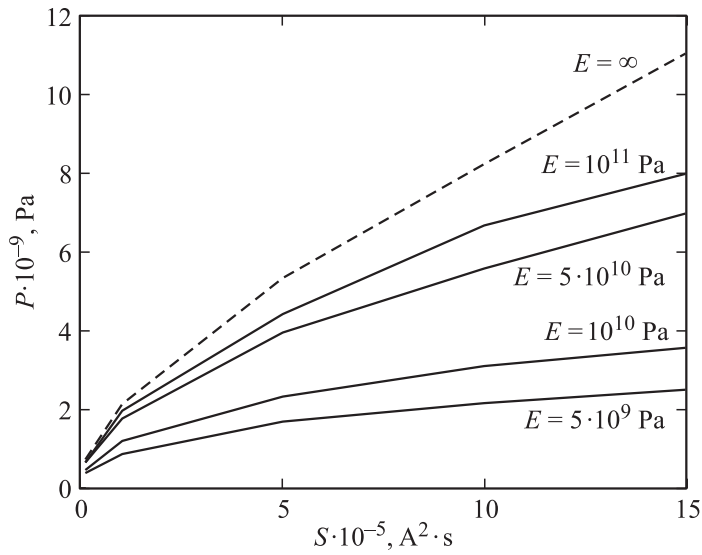


Рис. 2. Зависимости давления в полости от интеграла действия тока.

распространения продольных звуковых колебаний, E — модуль Юнга. Перемещение стенки полости выражается через f по формуле [3]

$$U = -\frac{1}{c_1} \frac{1}{R_0} \frac{df}{dt} - \frac{1}{R_0^2} f. \quad (7)$$

Таким образом, уравнения (5), (6) вместе с соотношениями связи (7) образуют замкнутую систему, которую можно решить численными методами.

В качестве расчетного примера рассмотрим разряд с временем протекания тока 1 ms в сферической полости радиусом 1 см. При характерном для подводного разряда значении проводимости плазмы $10^4 \text{ 1}/\Omega \cdot \text{m}$. Результаты расчетов — зависимости максимального давления в разряде от интеграла действия S для упругих сред различной жесткости ($E = 5 \cdot 10^9 - 10^{11} \text{ Pa}$) — приведены на рис. 2. Выбранный диапазон вариации модуля Юнга охватывает такие среды, как оргстекло в области меньших значений и конструкционные стали в области больших значений E .

Расчеты для описанного примера показывают, что в случае относительно мягких материалов (минералы, бетон), модуль Юнга которых составляет несколько единиц на 10^{10} Па, давление оказывается заметно ниже, чем предсказываемое моделью жестких стенок ($E = \infty$) значение (рис. 2).

Список литературы

- [1] *Юткин Л.А.* Электрогидравлический эффект и его применение. Л.: Машиностроение, 1986.
- [2] *Шнеерсон Г.А.* // ЖТФ. 2003. Т. 73. В. 33. С. 100–101.
- [3] *Тимошенко С.П., Гудьер Дж.* Теория упругости. М.: Наука, 1979.